

## 桥面不平度的简支梁桥车桥耦合振动分析

易晋生, 顾安邦, 王小松

(重庆交通大学土木建筑学院, 重庆 400074)

**摘要:** 桥面不平度通常被认为是影响车桥系统耦合振动的主要因素之一。根据给定的桥面不平度功率谱密度变换得到桥面不平度是一个有效、快速的途径。分别采用三角级数法和 Fourier 逆变换法得到各级路面的不平度及其对应的功率谱密度函数。通过比较可知, Fourier 逆变换法精度较目前被广泛应用的三角级数法高。推导了四自由度车辆和桥梁的振动平衡方程, 并编制了车桥耦合振动分析程序, 结合 Fourier 逆变换法得到的桥面不平度, 分析了某简支梁在考虑桥面不平度下的动力响应。研究表明, 桥面不平度对桥梁和车辆的动力响应影响很大, 车速决定着车辆对桥梁作用力和车辆受到的桥梁对其反作用力的频率, 从而影响到桥梁振动。

**关键词:** 桥面不平度; 车桥系统; Fourier 逆变换; 三角级数法; 动力响应

中图分类号: U441.2

文献标志码: A

文章编号: 1674-4764(2012)S2-0140-06

## Analysis of Vehicle-Bridge Coupled Vibrations for Simply Supported Girder Bridge Considering Bridge Surface Roughness

YI Jinsheng, GU Anbang, WANG Xiaosong

(School of Givil Engineering Se Architecture, Chongqing University, Chongqing 400074)

**Abstract:** Bridge surface roughness is usually considered to be the main Influencing factors of vehicle-bridge coupled vibrations. The way that obtaine Bridge surface roughness by the transformation of power spectral density is effective and rapid. The Bridge surface roughness is obtained by Fourier inverse transform method and trigonometric series method respectively. It can be concluded from the comparision that the precision of Fourier inverse transform method is higher than trigonometric series method. The vibration functions for 4-dofs Vehicle and bridge were derived with the employment of d'Alembert principle and computational procedures for vehicle-bridge coupled vibration were compiled. The dynamic response of a simply supported beam and vehicle was analyzed considering bridge surface roughness which was obtained by Fourier inverse transform method. The research shows that the influence due to the bridge surface roughness is signifiant and vehicle speed also effects the bridge vibrations by changing the frequency of the force acting on the bridge due to vehicle and the force acting on the vehicle due to bridge deformation.

**Key words:** bridge surface roughness; vehicle-bridge system; fourier inverse transform; trigonometric series method; dynamic response

车辆荷载是桥梁结构承受的主要活荷载, 车辆在桥梁结构上行驶时伴随着车辆和桥梁之间的相互作用。随着桥梁结构向着跨度越来越大、质量越来越轻、刚度越来越小的方向发展, 与此同时, 随着经济社会的不断进步和发展, 交通量不断持续的增大, 这使得桥梁结构在车辆动力荷载作用下的安全性引起了广泛的重视, 车桥耦合振动问题日益成为各国桥梁设计工作者研究的重点课题<sup>[1]</sup>。

公路桥梁由于自身结构型式的多样性、汽车荷载的多样性和不确定性以及公路桥面的不平整性等因素, 使得公路桥梁车桥耦合振动分析较为复杂。车辆在通过桥梁结构时, 由于桥面的凹凸不平会引起车辆的振动, 同时车辆的振动又会使桥梁结构受到的动力荷载发生变化从而对桥梁结构的动

力响应产生影响, 因此桥面不平度通常被认为是影响车桥系统耦合振动的主要因素之一<sup>[2-4]</sup>。国内外对路面不平度作了大量的研究, 在研究的前期主要依靠试验测试的方法得到路面不平度, 但该方法成本高、工作量大, 广泛应用比较困难。而近年来利用给定的路面不平度功率谱密度对路面不平度进行数值模拟受到了广泛的重视和发展。目前常用的方法有二次滤波法、白噪声滤波法、三角级数法。而由于通用性和误差等原因, 目前被广泛接受和应用的是三角级数法: 很多学者通过三角级数法建立起路面不平整度模型然后对车桥耦合振动进行分析研究<sup>[8]</sup>。虽然 Fourier 逆变换法应用较少, 但其具有精度高、计算快速等优点<sup>[9]</sup>, 同样适合于车桥耦合振动分析中桥面不平整度的数值模拟。分别根据三角级

收稿日期: 2012-10-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50908246); 重庆市教育委员会资助项目(KJ080403); 重庆交通大学(桥梁)结构工程重点实验室开放基金(CQSLBF-Z10-1)

作者简介: 易晋生, (1983-), 男, 博士生, 主要从事大跨径桥梁理论方向研究, (Tel) 13996715620; (E-mail) yijinsheng2001@163.com.



## 2 路面不平度模型

### 2.1 路面不平度的表示方法

一般地,桥面的不平度作为空间频率函数,可以视其为平稳的、各态历经的零均值 Gauss 随机过程。功率谱密度(PSD)表明了不平度的大小随频率的变化关系。根据给定的路面不平度功率谱密度对路面不平度进行数值模拟,从而可以得到路面不平度序列。国内外均作过大量关于功率谱密度(PSD)的测试和研究,并制定了相关标准。采用中国标准 GB 7031—86《车辆振动输入路面平整度表示方法》给定的位移功率谱密度对路面不平度进行模拟,该标准给出的位移功率谱密度函数为<sup>[12]</sup>

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w}, \quad (8)$$

其中: $n$ 为空间频率,单位为 $\text{m}^{-1}$ ;  $n_0$ 为参考空间频率,其值为 $0.1 \text{ m}^{-1}$ ;  $G_d(n_0)$ 为参考空间频率下的路面谱值,其根据不同的路面等级的取值范围及其几何平均值见表 1;  $G_d(n)$ 为位移功率谱密度;  $w$ 为频率指数。

表 1 路面不平度系数取值范围

路面等级	路面不平度系数		
	$G_d(n_0)$	$10^{-6} \text{ m}^2/\text{m}^{-1}$	$n_0=0.1 \text{ m}^{-1}$
	下限	几何平均	上限
A	8	16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1024	2048
E	2048	4096	8192
F	8192	16384	32768
G	32768	65536	131072
H	131072	262144	524288

### 2.2 三角级数法<sup>[13-14]</sup>

三角级数叠加法是目前最常用的方法之一,可选用正弦谐波或者余弦谐波进行叠加算法,本文选用了余弦谐波进行叠加算法。这样路面不平度值可以由下面函数得到

$$r(x) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N \sqrt{G_d(n_k) \Delta n} \cos(2\pi n_k x + \varphi_k), \quad (9)$$

其中  $r(x)$  为模拟的路面不平度样本;  $G_d(n_k)$  为由标准给出的路面位移功率谱密度函数;  $n_k$  为定义在  $[n_l, n_u]$  内的离散的空间频率;  $\Delta n$  为频率空间频率间的间隔;  $\varphi_k$  为一组在  $[0, 2\pi]$  上服从均匀分布的随机数;  $N$  为采样点总数; 其中  $\Delta n$  和  $n_k$  可以由下面的式子计算得到

$$\Delta n = (n_u - n_l) / N; \quad (10)$$

$$n_k = n_l + (k - 1/2) * \Delta n, \quad (11)$$

其中  $n_u, n_l$  分别为所求路面的有效空间频率的上下限。汽车的主要振动固有频率必须包含在由有效空间频率所对应的时间频率范围内。

### 2.3 Fourier 逆变换<sup>[9,15]</sup>

Fourier 逆变换法是以估计功率谱密度的 Blackman-Turkey 法作为基础的。设  $X_s (s=0, 1, \dots, N-1)$  是对路面不平度采样  $X_i (i=0, 1, \dots, N-1)$  的离散 Fourier 变换, 根据离

散 Fourier 变换方法可得

$$X_s = \sum_{i=0}^{N-1} x_i e^{-j2\pi si/N} \quad (s=0, 1, \dots, N-1)。 \quad (12)$$

由于  $X_s$  为复数, 故又可以做如下方法表示

$$X_s = |X_s| e^{j\varphi_s}, \quad (s=0, 1, \dots, N/2)。 \quad (13)$$

根据  $X_s$  与路面不平度的功率谱密度的关系, 式(12)可以写成下面的形式

$$X_s = \sqrt{\frac{N}{2\Delta t} G_d(n_s)} e^{j\varphi_s}, \quad (s=0, 1, \dots, N/2)。 \quad (14)$$

其中  $|X_s|$  为  $X_s$  的模值;  $\varphi_s$  为相位角, 为  $[0, 2\pi]$  之间的随机数值。

对  $X_s$  作离散 Fourier 逆变换就可以得到  $X_i$  的结果

$$X_i = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} X_s e^{j2\pi si/N}, \quad (15)$$

由式(12)-(15)可知,  $x_i$  具有  $N$  个数据, 对其做离散 Fourier 变换后也同样应该有  $N$  个数据, 但是通过式(12)-(14)仅仅能够得到  $x_i$  做离散 Fourier 变换后的前  $\frac{N}{2} + 1$  个数据,

这就需要对  $X_s$  的其余部分数据补齐。根据离散 Fourier 变换的特性, 对任意一个具有  $N$  个数据点的离散信号的离散傅立叶变换, 若离散信号经过了零均值化, 则  $X_0 = 0$ ;  $X_1$  与  $X_{N-1}$ ,  $X_2$  与  $X_{N-2}$ ,  $\dots$ ,  $X_{\frac{N}{2}-1}$  与  $X_{\frac{N}{2}+1}$  分别互成共轭。根据离散 Fourier 变换的这一特性对  $X_s$  的数据进行补齐, 根据式(15)便可得到路面不平度序列。

### 2.4 算法对比

模拟路面不平度需要确定模拟的空间频率范围, 所选择的空间频率的上下限必须包含汽车的主要振动固有频率所对应的空间频率范围。根据相关资料对相关计算参数进行确定: 桥梁跨径为 40 m, 汽车以 20~100 km/h 的速度行驶, 有效的空间频率范围为(0.03, 3)。

根据中国标准 GB 7031—86《车辆振动输入路面平整度表示方法》给定的位移功率谱密度分别采用三角级数法和 Fourier 逆变换法得到了 D 级路面的不平度及其对应的功率谱密度函数, 将得到的功率谱密度函数与给定的功率谱密度函数比较, 图 2、图 3 分别为采用两种不同方法得到的 D 级路面的不平度及其对应的功率谱密度函数与给定的功率谱密度函数比较图, 由图 2、图 3 可知, 采用 Fourier 逆变换法得到的路面不平度所对应的功率谱密度函数与给定的功率谱密度函数完全吻合, 而采用三角级数法得到的路面不平度所对应的功率谱密度函数有较大误差, 这也说明了采用 Fourier 逆变换法得到的路面不平度较采用三角级数法精确, 同时其计算较三角级数法快速。因此在进行车桥耦合振动分析中采用 Fourier 逆变换法得到算例的路面不平度数据, 图 4 为对 A、B、C 和 D 级路面进行模拟得到的路面不平度结果。

## 3 算例分析

桥梁参数: 简支梁跨径  $L=40 \text{ m}$ , 抗弯刚度  $EI=1.275 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^2$ , 线质量  $m=12000 \text{ kg/m}$ , 泊松比  $\nu=0.2$ , 汽车参数:  $m_c=32025 \text{ kg}$ ,  $J_c=82615.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $m_1=945 \text{ kg}$ ,  $m_2=480 \text{ kg}$ ,  $k_{11}=1.9 \times 10^6 \text{ N/m}$ ,  $k_{12}=9.5 \times 10^5 \text{ N/m}$ ,  $k_{21}=4.8 \times 10^5 \text{ N/m}$ ,  $k_{22}=1.7 \times 10^5 \text{ N/m}$ ,  $c_{11}=c_{12}=0 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_{21}=4 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,  $c_{22}=1.7 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$

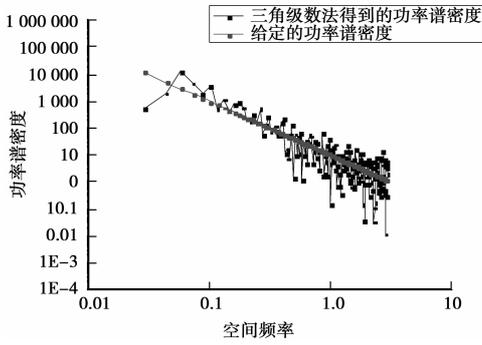


图 2 三角级数法得到的 D 级路面功率谱密度比较

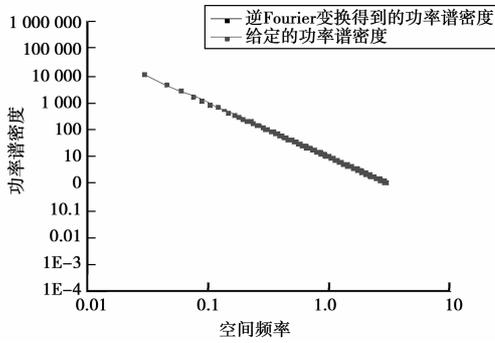


图 3 Fourier 逆变换法得到的 D 级路面功率谱密度比较

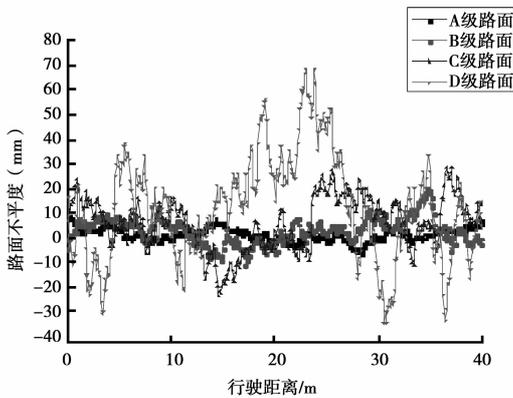


图 4 A、B、C 和 D 级路面的不平度曲线

图 5 为当不考虑桥面平整度和桥面平整度等级分别为 A、C 级时,车辆分别以 5、10、15、20、25 m/s 的车速行驶时桥梁跨中位移冲击系数的变化曲线。从图 5 可以看出,桥面等级情况对桥梁动力响应的影响较车速的影响大,在相同车速情况下,冲击系数随着桥面情况恶化而增大。而在相同桥面等级的情况下,冲击系数并非随着速度的增加而增加,而是会出现波动的趋势,冲击系数曲线在车速为 15 m/s 和 25 m/s 的位置出现峰值。这是由于在车速为 15 m/s 时车辆对桥梁作用力的频率为 3.233 Hz 与桥梁的固有频率 3.200 1 Hz 接近,从而导致桥梁结构的共振,而在车速为 25 m/s 时桥梁对车辆的作用频率为 0.625 Hz 与车辆的自振频率 0.643 Hz 接近,引起了车辆的共振造成了车辆对桥梁动载的增大,因此在这两处位置冲击系数出现了峰值。

图 6、7 分别为当不考虑桥面平整度和桥面平整度等级分别为 A、C 级时,车辆以 15 m/s 的车速行驶时桥梁跨中位

置竖向位移和竖向加速度的时程曲线。从图 6、7 可以看出,随着桥面情况的变坏,桥梁跨中的竖向位移和竖向加速度响应随之变大,其响应的波动明显增大。

图 8 分别为当不考虑桥面平整度和桥面平整度等级分别为 A、C 级时,车辆以 15 m/s 的车速行驶时车体竖向加速度的时程响应曲线。从图 8 可以看出,等级较差的桥面,车体竖向加速度响应也较大,会引起较大的车辆响应,从而使车辆对桥梁的作用力受到较大影响。

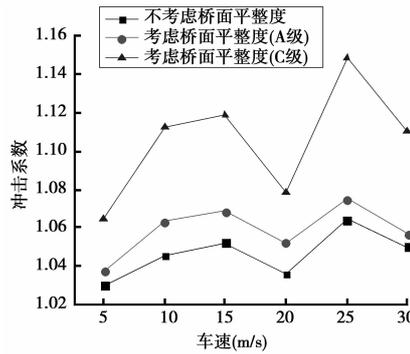


图 5 平整度和行车速度与冲击系数的关系

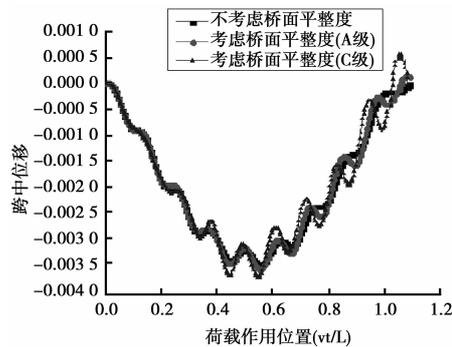


图 6 不同桥面平整度下跨中的位移响应

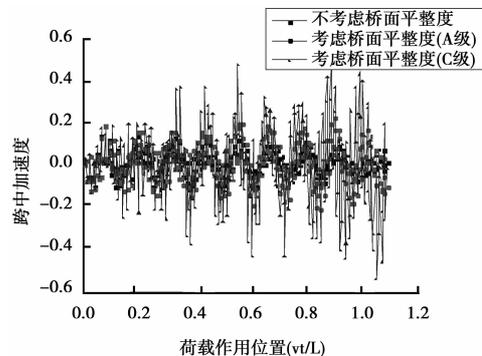


图 7 不同桥面平整度下跨中的加速度响应

## 4 结论

1) 采用 Fourier 逆变换法得到的路面不平度的功率谱密度与给定的功率谱密度吻合,该方法准确可靠,较采用三角级数法精确、快速,可应用于车桥耦合振动分析。

2) 桥面不平度对桥梁的冲击系数和动力响应影响都很大,随着桥面情况恶化而增大,响应波动也增大,同时较差的

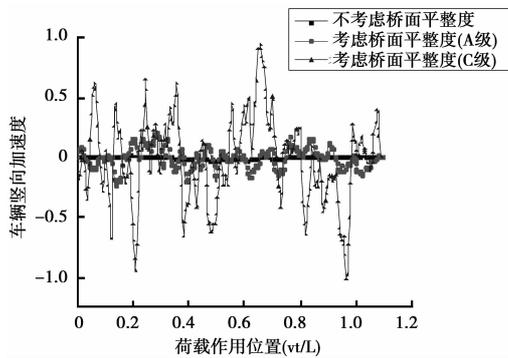


图8 不同桥面平整度下车辆竖向加速度响应

桥面情况会导致较大的车辆响应,影响行车舒适性,因此要加强对桥面的养护。

3)车速也是影响桥梁动力响应的一个重要因素,车辆对桥梁作用力的频率取决于车速,同时车辆受到的桥梁对其反作用的频率也与车速相关,要避免车速引起结构的共振与车辆的共振而造成较大的桥梁响应。

#### 参考文献:

- [1] 夏禾. 车辆与结构动力相互作用[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 1-5.
- [2] Li X, Liang L, Wang F C. Numerical Simulation of Vibration of Highway Cable-Stayed Bridge with Steel Arch Tower due to Moving Vehicle Loads [J]. *Advanced Materials Research*, 2011, 243-249, 1614-1620.
- [3] Chang K C, Wu F B, Yang Y B. Effect of road surface roughness on indirect approach for measuring bridge frequencies from a passing vehicle [J]. *Interaction and Multiscale Mechanics*, 2010, 3(4): 299-308.
- [4] 黄新艺, 卓卫东, 盛洪飞, 等. 车桥耦合振动系统模型下桥梁冲击效应研究[J]. *公路交通科技*, 2010, 27(3): 59-63.
- [5] Schiehlen W, Hu B. Spectral simulation and shock absorber identification [J]. *International Journal of Nonlinear Mechanics*, 2003, 38(2): 161-171.
- [6] Wang Ton-Lo, Huang Dongzhou. Cable-stayed bridge vibration due to road surface roughness [J]. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 1992, 118(5): 1354-1374.
- [7] Uys P E, Els P S, et al. Suspension settings for optimal ride comfort of off-road vehicles travelling on roads with different roughness and speeds [J]. *Journal of Terramechanics*, 2007, 44: 163-175.
- [8] 王达, 韩万水, 黄平明, 等. 桥面平整度对大跨度悬索桥车桥耦合振动的影响[J]. *长安大学学报(自然科学)*, 2009, 29(4): 53-58.
- [9] 陈果, 翟婉明. 铁路轨道不平顺随机过程的数值模拟 [J]. *西南交通大学学报*, 1999, 34(2): 138-142.
- [10] Hong X, Zheng Q C. Vehicle-Bridge Coupled Vibration on Concrete-filled Steel Tubular Arch Bridge [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, 90-93: 1106-1111.
- [11] 戴君. 基于四分之一车辆模型的具有随机结构参数车辆的随机动力分析[J]. *振动与冲击*, 2010, 29(6): 211-215.
- [12] 中华人民共和国机械工业部. GB7031-86 车辆振动输入路面平度表示方法. 北京: 中国标准出版社, 1986.
- [13] 常志权, 罗虹, 褚志刚等. 谐波叠加路面输入模型的建立及数字模拟[J]. *重庆大学学报(自然科学版)*, 2004, 27(12): 5-8.
- [14] Wu S Q, Law S S. Dynamic analysis of bridge-Vehicle system with uncertainties based on the finite element model [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2010, 25(4): 425-432.
- [15] 刘献栋, 邓志党, 高峰. 基于逆变换的路面不平度仿真研究[J]. *中国公路学报*, 2005, 18(1): 122-126.

(编辑 侯湘)