

doi:10.3969/j.issn.1674-4764.2013.01.002

基坑开挖对邻近隧道纵向位移影响的计算方法

姜兆华^a, 张永兴^{a,b}

(重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045)

摘要: 基坑开挖卸荷会对邻近隧道产生影响, 因此有必要对隧道的变形进行预测, 确保隧道正常运行。针对目前计算模型的分析方法未考虑基坑壁应力卸荷对隧道位移的影响, 以及有限元分析过程较为复杂繁琐, 提出采用 Mindlin 解计算基坑壁与坑底卸荷的附加应力。然后将隧道结构视为弹性地基无限长梁, 将开挖引起的附加应力施加于隧道结构上, 建立隧道结构纵向变形方程, 从而得到隧道位移及内力的计算公式。最后, 将计算方法与数值模拟算例、工程实测进行对比分析, 计算结果与其较为吻合。

关键词: 基坑开挖; 邻近隧道; 纵向变形; Mindlin 解; 弹性地基梁

中图分类号: TU459 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2013)01-0007-05

Calculation of Influence on Longitudinal Deformation of Adjacent Tunnels Due to Excavation

Jiang Zhaohua^a, Zhang Yongxing^{a,b}

(a. College of Civil Engineering; b. Key Laboratory of New Technology for Construction of China in Mountainous Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: Unloading of excavation of foundation pit has influence on adjacent tunnels, therefore it is important to predict the deformation of metro tunnels to ensure the operation of tunnel. The displacement effect due to the surrounding wall soil unloading of adjacent excavation was not considered by the theoretical analysis method, and the analysis procedure of FEM was usually too complicated to get a satisfied result, so the horizontal and vertical additional stress were calculated by the Mindlin solutions. Furthermore, the tunnel structure was considered as the beam with infinite length. The additional stress was imposed on the Winkler model and the governing equation was built up on the adjacent tunnel structure. Finally, displacements and internal forces of existing tunnels were obtained. Compared with the numerical simulation and an engineering case, the results of the presented formula are in good agreement. It can provide certain theoretical and calculation basis for metro tunnels influenced by adjacent excavation.

Key words: excavation; adjacent tunnel; longitudinal deformation; Mindlin solution; elastic foundation beam

随着地下空间开发利用与发展, 中国的深基坑工程日益增多, 基坑周边在开挖之前就存在既有结构物, 其中不少的深基坑紧邻地铁隧道^[1-3]。基坑开

挖卸荷后会造坑底土体的回弹与隆起, 坑壁周围土体会向坑内移动, 土体的位移必然会带动隧道结构而产生附加位移。若产生附加位移过大, 会导致

收稿日期: 2012-03-11

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划(2008BAJ06B04-2); 黔科合重大专项(字[2008]6018)

作者简介: 姜兆华(1983-), 男, 博士生, 主要从事基坑与边坡研究, (E-mail) jzhyantu@163.com。

张永兴(通信作者), 男, 教授, 博士生导师, (E-mail) cqyxzhang@163.com。

隧道结构产生开裂渗漏等现象,从而影响隧道结构安全与地铁正常运行。目前,对隧道的研究主要集中在横截面上,而对隧道纵向变形研究较少。其实,隧道的纵向变形往往较为脆弱,在纵向变形达到一定值后,隧道就有可能会出现裂缝或者纵向受拉破坏^[4]。因此,有必要评估和分析基坑开挖对邻近隧道纵向位移的影响。

目前不少学者在这一问题上进行了相关的研究与探讨。在理论分析方法上,李大勇等^[5]针对基坑开挖对临近地下管线影响,将上覆土层自重、地面超载等力进行叠加作用在弹性地基梁上,初步探讨了管线竖向位移与水平位移。陈郁等^[6]运用经典弹性解推导了基坑开挖卸荷引起隧道结构的附加内力,通过弹性地基梁法对下卧隧道的隆起位移作了计算分析。张治国等^[7]考虑了坑底应力释放的影响,运用弹性地基梁法计算了隧道纵向的附加位移与内力。然而他们均认为隧道的附加位移是由坑底应力释放所引起的,并没有考虑坑壁应力释放的影响,不能计算隧道的水平侧向位移。而在数值模拟方面,主要运用有限元方法分析基坑开挖对邻近隧道的影响。Sharma等^[8]报道了新加坡基坑开挖对相邻隧道影响的实例,并对数值分析与实际监测结果进行比较,评估了隧道变形的趋势。郑刚等^[9]采用有限元方法,分析了不同位置及不同工况下隧道的水平位移与竖向位移变形特征。戚科骏与蒋宏胜等^[10-11]均采用有限元方法分析基坑开挖对邻近隧道变形与内力的影响。但这些分析基本都是对某个实际工程进行数值预测和分析,未能对这一问题提出一个简便而又实用的计算方法。而且,有限元计算评估往往依赖于专业软件,要进行本构模型的选择与参数的确定,过程较为复杂。

因此,本文提出采用 Mindlin 解计算基坑开挖坑壁所引起的水平纵向附加应力以及坑底所引起的竖向附加应力,然后将既有隧道结构看作弹性地基的无限长梁,将水平与竖向附加应力分别施加于隧道,进而求得隧道水平与竖向的纵向位移和内力。

1 隧道纵向附加应力的计算

如图 1 所示,以基坑地表的中心为原点建立直角坐标系,地铁隧道横截面的宽度为 D ,地铁隧道中心线与基坑中心线距离为 L_1 ,隧道的中心线与地面的距离为 z_0 ,基坑的开挖深度为 d ,长度为 L ,宽度为 B 。计算过程中假定土体为均质、弹性的半空间体,隧道结构为无限长均质弹性体,不考虑基坑开挖的时间、空间因素以及只考虑基坑开挖后的附加应力。

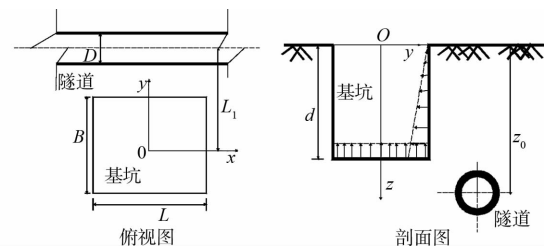


图 1 基坑与隧道相对位置图

基坑开挖到底底,基坑的坑壁四周应力释放,计算可等效为在邻近坑壁施加等值向坑内的分布荷载,如图 1 所示。为简化计算,水平荷载仅考虑临近隧道一侧的坑壁应力,不考虑其它各侧坑壁应力。根据基坑初始应力状态的特征,坑壁应力是线性三角形分布荷载,可以把分布荷载分割成微小集中力,然后运用 Mindlin 公式将各点应力进行积分求解得到相应的水平附加应力。为此则隧道轴线上一点 (x_1, L_1, z_0) 在坑壁应力作用下,引起隧道结构纵向的水平附加应力为:

$$\sigma_y = \frac{k_0 \gamma}{8\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) \left(L_1 - \frac{B}{2} \right) \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\xi}{R_1^3} + 3 \left(L_1 - \frac{B}{2} \right)^3 \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\xi}{R_1^5} - (1-2\nu) \left(L_1 - \frac{B}{2} \right) \cdot \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\xi}{R_2^3} \left[3(3-4\nu)L_1 \left(L_1 + \frac{B}{2} \right)^2 - 3d \left(L_1 + \frac{B}{2} \right) \cdot \left(5L_1 - \frac{B}{2} \right) \right] \cdot \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\xi}{R_2^5} + 30 \frac{B}{2} L_1 \left(L_1 + \frac{B}{2} \right)^3 \cdot \iint_{\Omega} \frac{\tau d\tau d\xi}{R_2^3} \right\} \quad (1)$$

$$\text{其中: } R_1 = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + \left(L_1 - \frac{B}{2} \right)^2 + (z_0 - \tau)^2}$$

$$R_2 = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + \left(L_1 - \frac{B}{2} \right)^2 + (z_0 + \tau)^2} \quad (2)$$

式中: γ 为重度, ν 为泊松比, k_0 为静止侧压力系数,可根据当地试验资料或者工程经验进行确定; Ω 为基坑侧壁积分区域。

基坑开挖完成后,坑底的应力释放,计算可等效为在坑底施加向上等值反向荷载,如图 1 所示。因此,基坑开挖坑底卸荷引起的隧道附加应力可将其转化为土体中某一范围内均布荷载条件下 Mindlin 的积分,从而得到隧道结构纵向的竖向附加应力:

$$\sigma_z = \frac{\gamma d}{8\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu)(z_0 - d) \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_1^3} + 3(z_0 - d)^3 \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_1^5} - (1-2\nu)(z_0 - d) \cdot \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_2^3} \left[3(3-4\nu)z_0(z_0 + d)^2 - 3d(z_0 + d)(5z_0 - d) \right] \right\}$$

$$\iint_{\Gamma} \left\{ \frac{d\xi d\eta}{T_1^2} + 30dz_0(z_0 + d)^3 \iint_{\Gamma} \frac{d\xi d\eta}{T_2^2} \right\} \quad (3)$$

$$\text{其中: } T_1 = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (L_1 - \eta)^2 + (z_0 - d)^2}$$

$$T_2 = \sqrt{(x_1 - \xi)^2 + (L_1 - \eta)^2 + (z_0 + d)^2} \quad (4)$$

式中: ν 为泊松比; Γ 为基坑底部积分区域。

式(1)、(3)积分推导后,可以通过五节点高斯勒让德数值(Gauss-Legendre)积分进行计算。

2 隧道的纵向位移计算

考虑地下结构与土体之间相互作用比较常用的方法是将其简化为弹性地基梁, Vorster^[12]、Klar^[13]针对隧道开挖对周边管线与结构物的影响进行了研究,得出了相同荷载作用下, Winker 弹性地基梁与弹性半空间地基梁上所得到的位移值与弯矩值是一致的。因此,根据 Winker 弹性地基梁理论,可以采用一系列土弹簧来模拟土体与隧道结构之间的相互作用,如图 2 所示,隧道与土体之间变形是协调的,不发生相对滑移与脱离。为此,建立隧道与土体相互作用的力学方程为:

$$EI \frac{d^4 s(x)}{dx^4} + Dp = q(x) \quad (5)$$

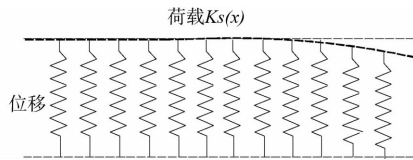


图 2 弹性地基梁计算模型

Winker 弹性地基梁模型认为地层与结构位移变形是协调的,地基任一点所受压力强度只与该点地基变形成正比,隧道发生变形引起的地基反力为 $p = k \cdot s(x)$, 因此上式(5)可进一步变为:

$$EI \frac{d^4 s(x)}{dx^4} + Ks(x) = q(x) \quad (6)$$

式中: EI 为隧道等效抗弯刚度; K 是地基基床系数 k 与隧道外径 D 的乘积, $s(x)$ 为隧道纵向水平或竖向位移, $q(x)$ 为基坑开挖引起作用在隧道上水平或竖向分布荷载,分别由式(1)水平附加应力 σ_y 与竖向附加应力式(3) σ_z 乘以隧道外径 D 得到。

为求解上式(6)方程,可以先根据文献[14]先得到地基梁原点的作用集中力 p_0 的方程解:

$$EI \frac{d^4 s(x)}{dx^4} + Ks(x) = p_0 \quad (7)$$

式(7)的通解为:

$$s(x) = e^{\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \cos$$

$\lambda x + C_4 \sin \lambda x)$ 然后由地基梁位移、挠度、荷载的边界条件,可得: $s(x)|_{x \rightarrow \infty} = 0, c_1 = c_2 = 0$; 由对称性,可得 $c_3 = c_4 = c$; 由梁的原点右半部截面剪力为地基总反力的一半,则有:

$$EI \frac{d^3 s}{dx^3} \Big|_{x=0+\varepsilon} = \frac{-p_0}{2}, \text{从而得到 } c = \frac{p_0 \lambda}{2K};$$

确定待定常数值,可得式(7)的解为:

$$s(x) = \frac{p_0 \lambda}{2K} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}}$$

对于隧道结构上任意一点 ξ , 作用的集中荷载为 $p(\xi) d\xi$, 由于隧道的纵向轴线对应于 x 轴, 则集中力引起隧道轴线上点的位移^[14]为:

$$ds(x) =$$

$$\frac{q(\xi) \lambda}{2K} e^{-\lambda |x-\xi|} (\cos \lambda |x-\xi| + \sin \lambda |x-\xi|) d\xi \quad (9)$$

对式(9)在隧道附加分布荷载范围内进行积分, 可得到附加荷载引起位移的方程解为:

$$s(x) = \frac{\lambda}{2K} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\xi) \cdot$$

$$e^{-\lambda |x-\xi|} (\cos \lambda |x-\xi| + \sin \lambda |x-\xi|) d\xi \quad (10)$$

隧道的弯矩表达式为:

$$M(x) = -EI \frac{d^2 s(x)}{dx^2} = \frac{\lambda}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} q(\xi) \cdot$$

$$e^{-\lambda |x-\xi|} (\cos \lambda |x-\xi| + \sin \lambda |x-\xi|) d\xi \quad (11)$$

3 算例验证

3.1 数值分析对比验证

基坑平面尺寸为 $20 \text{ m} \times 10 \text{ m}$, 开挖深度为 10 m , 其中基坑的短边与隧道平行, 基坑一侧与邻近地下隧道相距 5 m , 隧道的外径为 6 m , 厚度为 0.35 m , 埋深为 12 m , 隧道纵向抗弯刚度 EI 为 $6.73 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, 地基基床系数 k 为 $3.5 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$. 基坑场地为均质粉质粘土, 土体重度 γ 为 21 kN/m^3 , 弹性模量 E 为 12 MPa , 泊松比 ν 为 0.35 . 土体本构采用线弹性模型, 隧道结构采用梁单元进行模拟, 分别在竖向与水平方向设置梁单元, 如图 3 所示。为验证解答的可靠性, 将数值方法模拟计算结果与本文方法进行对比。

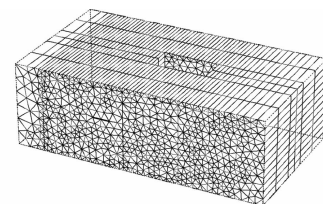


图 3 计算模型

由图 4、5 可以看出,有限元计算结果与本文方法计算结果曲线分布规律基本一致,数值大小也基本相同。在通用有限元数值计算当中,隧道衬砌结构也是用结构单元模拟的^[15],本文计算方法将其等效为梁单元。为保证计算过程相同,有限元模拟过程及隧道设置方法与本文计算方法是相同的,本文计算方法与数值计算结果是一致的,表明了所提出的计算方法的有效性。

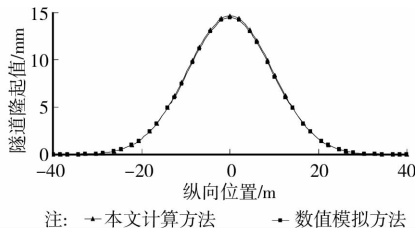


图 4 竖向位移值对比

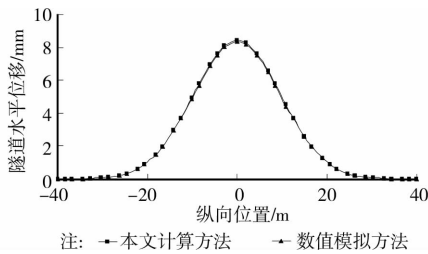


图 5 水平位移值对比

3.2 工程实例对比分析

中国东部地区某附楼建筑场地开挖后将形成其平面尺寸为 30 m×20 m,开挖深度为 7 m 基坑。围护结构采用地下连续墙,在一侧,连续墙深 15 m,厚 0.8 m,内设一道支撑,如图 6 所示。地铁区间隧道在路面下,其中已建成的区间隧道下行线距基坑南侧地下连续墙仅 4 m,与基坑的宽度方向平行,隧道埋深为 10 m。隧道的外径为 6 m,厚度为 0.45 m,纵向抗弯刚度 EI 为 $7.21 \times 10^7 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$,地基基床系数 k 为 $3 \times 10^4 \text{ kN/m}^3$ 。由于基坑对称性,取其一半作计算,土层的物理力学指标如表 1 所示。

表 1 基坑土层参数

土层名称	重度 $\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	粘聚力 c / kPa	内摩擦角 $\varphi / (^\circ)$	卸荷模量 E_u / MPa	泊松比 ν
人工填土	18.0	0	22.0	16.0	0.40
粘土	19.2	19.0	19.0	18.0	0.35
淤泥质粘土	18.0	9.0	22.3	15.5	0.35
灰色粘土	18.0	13.0	12.5	42.9	0.40

支护结构的作用对侧向应力释放具有明显的影响,也就是静止土压力状态到主动土压力状态,这两个应力值可以根据有限元方法或者建筑基坑技术规

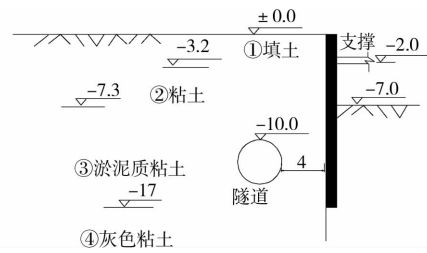


图 6 基坑剖面图

范计算得出,比较两者的差值,最后用静止土压力乘以折减系数来近似考虑释放的应力值。本文运用有限元方法计算初始 K_0 状态基坑侧压力,然后模拟开挖,得到开挖完成后的侧压力状态,如图 7 所示。由图 7 可以看出, K_0 状态侧压力最大值为 84.6 kPa,开挖完成后侧压力最大值为 64.9 kPa,释放应力大小为 19.7 kPa,约为 K_0 状态下 25%。因此可将坑壁初始应力分布荷载折减 25%作为支护后的侧向应力释放值,再根据式(1)计算水平附加应力值,近似评估基坑支护结构的影响,计算得到的位移如图 8、9 所示。

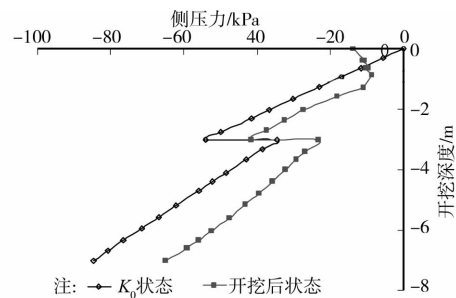


图 7 开挖前与开挖后侧压力对比

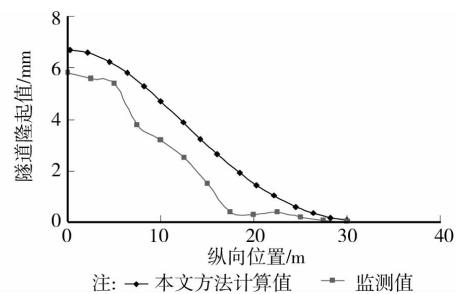


图 8 竖向位移值对比

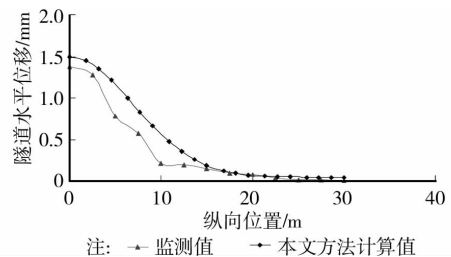


图 9 水平位移值对比

根据地铁隧道结构绝对位移值不能超过

20 mm^[16],由图 8 可知隧道的最大位移约为 6.8 mm,远小于位移控制值,符合隧道变形控制要求。由图 8、9 对比可知,位移曲线各点位移变化趋势基本一致,但实测结果会比本文计算方法结果偏小。这是由于在本文计算方法当中围护结构作用是近似折减考虑的,没有考虑土体非线性与非均匀性对隧道纵向位移的影响。基坑开挖会引起土体的不可恢复的塑性变形,而公式当中是以土体为弹性作为计算基础的,故理论计算结果与实测结果会有一定地差异。此外,地层基床系数取值也会对计算结果有一定地影响,基床系数取值要综合两个方面的因素,既要考虑到基坑开挖卸荷影响又要考虑岩土体回弹的影响,这要在工程实践当中逐步积累经验确定。但是本文计算方法不用建立有限元模型与划分有限元网格,以及复杂本构关系选取与计算参数的确定,可以直接利用公式进行计算,计算速度相对较快,可以用来初步评估隧道纵向变形。

4 结 论

1)通过采用 Mindlin 解计算了坑壁释放的附加应力,这是以往计算方法所没有考虑的,本文方法更符合工程实际。

2)将分析过程划分为 2 个阶段,先计算坑底与坑壁卸荷后作用于隧道上的附加应力,再通过弹性地基梁求解隧道结构纵向位移。该计算方法传力机制与物理概念比较清晰,不需要建立三维有限元模型,计算速度相对较快,可初步预测基坑开挖对邻近隧道纵向位移的影响。

3)基坑开挖对隧道位移的影响因素较多,如土体的非线性以及竖向附加应力对水平位移的影响等,很难全部考虑在计算方法之内,故理论计算与实测结果会有一定差异,这些问题有待进一步地探究。

参考文献:

[1] 高广运,高盟,杨成斌,等. 基坑施工对运营地铁隧道的变形影响及控制研究[J]. 岩土工程报,2010,32(3): 453-460.
Gao G Y, Gao M, Yang C B, et al. Influence of deep excavation on deformation of operating metro tunnels and countermeasures [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(3): 453-460.

[2] 闫静雅. 邻近运营地铁隧道的深基坑设计施工浅谈[J]. 岩土工程学报,2010,32(7):234-237.
Yan J Y. Design and construction of deep foundation

pits near metro tunnels [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(7): 234-237.

- [3] 温锁林. 近距离上穿运营地铁隧道的基坑明挖施工技术[J]. 岩土工程学报,2010,32(2):451-453.
Wen S L. Construction technology of deep open excavation above running metro tunnels [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(2): 451-453.
- [4] 戴宏伟,陈仁朋,陈云敏. 地面新施工荷载对临近地铁隧道纵向变形的影响分析研究[J]. 岩土工程学报,2006, 28(3):312-316.
Dai H W, Chen R P, Chen Y M. Study on effect of construction loads on longitudinal deformation of adjacent metro tunnels [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(3): 312-316.
- [5] 李大勇,张土乔,龚晓南. 深基坑开挖引起临近地下管线的位移分析[J]. 工业建筑,1999,29(11):36-40.
Li D Y, Zhang T Q, Gong X N. Analysis of the displacements of buried pipelines caused by deep excavations [J]. Industrial Construction, 1999, 29 (11): 36-40.
- [6] 陈郁,李永盛. 基坑开挖卸荷引起下卧隧道隆起的计算方法[J]. 地下空间与工程学报,2005,1(1):92-94.
Chen Y, Li Y S. Calculation of tunnel heaving due to unloading of pit excavation [J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, 1 (1): 92-94.
- [7] 张治国,黄茂松,王卫东. 邻近开挖对既有隧道的影响[J]. 岩土力学,2009,30(5):1373-1379.
Zhang Z G, Huang M S, Wang W D. Response of existing tunnels induced by adjacent excavation in soft soils [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30 (5): 1373-1379.
- [8] Sharma J S, Hefny A M. Effect of large excavation on deformation of adjacent MRT tunnels [J]. Tunneling and Underground Space Technology, 1972(7): 11-23.
- [9] Zheng G, Wei S W. Numerical analyses of influence of overlying pit excavation on existing tunnels [J]. Journal of Central South University of Technology, 2008, 15 (S2): 69-75.
- [10] 戚科骏,王旭东,蒋刚,等. 临近地铁隧道的深基坑开挖分析[J]. 岩石力学与工程学报,2005,11(2):5485-5488.
Qi K J, Wang X D, Jiang G, et al. Analysis of deep pit excavation adjacent to tunnel [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 11(2): 5485-5488.

- [15] 楼晓明, 孙晓锋, 陈广. 大面积路堤荷载下带承台桩的荷载传递分析[J]. 土木工程学报, 2009, 42(2): 987-104.
Lou X M, Sun X F, Chen G. Analysis on load transfer for caped piles under large area of embankment [J]. China Civil Engineering Journal, 2009, 42(2): 987-104.
- [16] 雷金波, 姜弘道, 郑云扬, 等. 带帽桩复合地基复合桩土应力比计算及影响因素分析[J]. 岩土工程学报, 2005, 25(11): 1300-1305.
Lei J B, Jiang H D, Zheng Y Y, et al. Calculation and analysis of composite pile-soil stress ratio of composite foundation with capped rigid pile [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 25(11): 1300-1305.
- [17] Cooke R W. The settlement of friction pile foundations [C]//Proc. Conf. on Tall Buildings, Kuala Lumpur, 1974, 7-19.
- [18] Mylonakis G, Gazetas G. Settlement and additional internal forces of grouped piles in layered soil [J]. Geotechnique, 1998, 48(1): 55-72.
- [19] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design [M]. New York: John Wiley and Sons, 1980.
- [20] Butterfield R, Banerjee P K. The elastic analysis of compressible piles and pile groups [J]. Geotechnique, 1971, 21(1): 43-60.
- [21] 宰金珉, 蒋刚, 王旭东, 等. 极限荷载下桩筏基础共同作用性状的室内模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(11): 1597-1603.
Lei J B, Jiang H D, Zheng Y Y, et al. Calculation and analysis of composite pile-soil stress ratio of composite foundation with capped rigid pile [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 25(11): 1300-1305.

(编辑 吕建斌)

(上接第 11 页)

- [11] 蒋宏胜, 侯学渊. 基坑开挖对临近软土地铁隧道的影响 [J]. 工业建筑, 2002, 32(5): 53-56.
Jiang H S, Hou X Y. The influence of deep excavation on adjacent metro tunnel in soft ground [J]. Industrial Construction, 2002, 32(5): 53-56.
- [12] Vorster T E, Klar A, Soga K, et al. Estimating the effects of tunneling on existing pipelines [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, 131(11): 1399-1410.
- [13] Klar A, Vorster T E B, Soga K, et al. Soil-pipe interaction due to tunneling; comparison between Winkler and elastic continuum solutions [J]. Geotechnique, 2005, 55(6): 461-466.
- [14] 高大钊. 土力学与基础工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998.
- [15] 张坤勇, 王宇. 任意荷载下管土相互作用解答[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(8): 1189-1193.
Zhang K Y, Wang Y. Analytical solution to interaction between pipelines and soils under arbitrary loads [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(8): 1189-1193.
- [16] 吉茂杰, 刘国彬. 开挖卸荷引起地铁隧道位移预测方法 [J]. 同济大学学报, 2001, 29(5): 531-535.
Ji M J, Liu G B. Prediction method of displacement of subway tunnel due to excavation [J]. Journal of Tongji University, 2001, 29(5): 531-535.

(编辑 郭 飞)