

doi:10.3969/j.issn.1674-4764.2013.01.013

混凝土箱梁考虑翼板厚度变化的剪力滞效应

蔺鹏臻^a, 杨子江^b, 刘凤奎^b, 冀伟^a, 张元海^b

(兰州交通大学 a. 甘肃省道路桥梁与地下工程重点实验室; b. 土木工程学院, 兰州 730070)

摘要: 针对翼板沿截面宽度方向变厚度的混凝土箱梁, 利用势能变分原理, 建立了可以考虑翼板厚度变化的剪滞效应分析通用方法; 针对简支梁和悬臂梁等基本结构体系, 系统研究了改变翼板厚度变化对正剪力滞效应、负剪力滞效应和剪力滞变形的影响规律。结果表明, 翼板厚度变化对箱梁的截面应力和变形均产生影响。考虑翼板厚度变化对计算结果的影响可达 15%。

关键词: 箱梁桥; 翼板变厚度; 剪力滞效应; 变分原理

中图分类号: U441.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2013)01-0076-04

Shear Lag Effect of Concrete Box Girders Considered Varying Flange-depths

Lin Pengzhen^a, Yang Zijiang^b, Liu Fengkui^b, Ji Wei^a, Zhang Yuanhai^b

(a. Key Laboratory of Road & Bridge and Underground Engineering of Gansu Province;

b. Civil Engineering College, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, P. R. China)

Abstract: According to concrete box beam which flanges depth varying along the orientation of cross section, using variational principle of potential energy, new analysis method of shear lag is proposed for single cell concrete box beam. For simply supported girders and cantilever girders, general analysis of varying flange-depths influence on positive and negative shear-lag effect and deflection have be done. It's shown that varying flange-depths have influence both on sectional stress and deflection. Considering the varying flange-depths have effect on the calculation results of up to 15%.

Key words: box girder bridges; varying flange-depths; shear lag; variational principle

混凝土箱梁是目前桥梁结构采用较为广泛的梁体结构形式。考虑到截面受力、构造和施工因素, 箱梁顶、底板和悬臂板均为沿截面宽度方向变厚度, 通常越靠近腹板越厚, 而顶、底板中部和悬臂端部越薄^[1-2]。由于箱梁总体上仍然存在薄壁结构的特点, 其剪力滞效应必然会由于翼板厚度的横向变化而区别于既有研究中考虑的等厚度情况, 因此, 开展针对混凝土箱梁翼板厚度变化对剪力滞效应影响的研究具有理论和实践意义。

对箱梁剪力滞效应的研究方法, 较为通用的包

括变分法和三维板壳或块体有限元法等^[1,5-6]。变分法由于力学推理明晰、计算结果与普通梁理论能较好对应而广受欢迎。但变分法分析箱梁均以翼板等厚度箱梁为对象^[1,3-7], 而对于常见的翼板变厚度的混凝土箱梁, 则主要通过三维板壳或块体有限元数值仿真方法研究其剪力滞效应^[8]。由于板壳和块体有限元分析结果数据量大、且主要以单元或结点的应力和应变解为结果, 不能与现有以梁理论为基础设计规范有机结合, 故分析结果也主要用于宏观掌握结构的受力规律。

收稿日期: 2012-06-27

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51168030, 51208242); 甘肃省杰出青年基金(1210RJDA009); 中国博士后科学基金(2012M521815); 长江学者和创新团队发展计划项目(IRT1139)

作者简介: 蔺鹏臻(1977-), 男, 教授, 博士, 主要从事大跨度桥梁结构的理论研究, (E-mail) linpzh@126.com。

针对翼板沿截面宽度方向变厚度的混凝土箱梁,笔者利用势能变分原理,建立了单室混凝土箱梁的剪滞效应分析方法,针对常见的简支梁和悬臂梁结构,重点研究了翼板厚度变化对箱梁应力和变形的影响规律。

1 基于变分法的剪滞控制微分方程

对于图 1 所示的混凝土薄壁箱梁,在竖向荷载作用下,截面的弯曲变形将伴随着截面面外的翘曲而产生剪力滞效应,从而在横截面上存在着服从平截面假设的剪滞翘曲位移。如定义 $w(x)$ 为横截面任一点 (x, y, z) 的竖向挠曲位移, $w'(x)$ 为相应的转角, $u(x, y, z)$ 为纵向位移, $f(y, z)$ 为截面的剪力滞翘曲位移函数, $u(x)$ 为截面广义剪滞翘曲位移。正方向为:线位移以图 1 坐标方向为正,转角以顺时针方向为正。横截面的纵向位移可表示为:

$$u(x, y, z) = -zw'(x) + f(y, z)u(x)。 \quad (1)$$

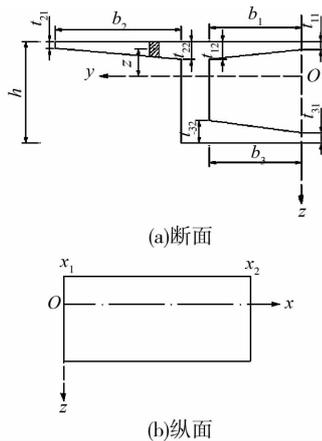


图 1 混凝土箱梁及坐标系

有了截面任一点的纵向位移表达式,则相应可得到截面的正应变和剪应变:

$$\begin{cases} \epsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = -zw''(x) + f(y, z)u'(x) \\ \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} = f'_y(y, z)u(x) \end{cases}。 \quad (2)$$

梁体的应变能可表示为对于梁段体积 V 的积分:

$$\bar{V} = \frac{1}{2} \int_V (E\epsilon^2 + G\gamma^2) dV。 \quad (3)$$

设梁段外力引起的弯矩为 $M(x)$, 则梁体的外力势能为^[1]:

$$\bar{W} = - \int_{x_1}^{x_2} M(x)w'' dx。 \quad (4)$$

将式(2)带入式(3)并对每一块翼板进行体积分。在此过程中定义如下广义截面常数^[9]:

全截面竖向弯曲惯性矩 I :

$$I = \int_A z^2 dA \quad (5)$$

全部翼板的剪滞翘曲惯性矩 I_u :

$$I_u = \int_A f^2(y, z) dA \quad (6)$$

全部翼板的剪滞翘曲惯性积 I_{yu} :

$$I_{yu} = \int_A zf(y, z) dA \quad (7)$$

全部翼板的剪滞翘曲面积 A_u :

$$A_u = \int_A [f'_y(y, z)]^2 dA \quad (8)$$

则梁段的总势能可表示为:

$$\begin{aligned} \Pi &= \bar{V} - \bar{W} \\ &= \frac{1}{2} E \int_{x_1}^{x_2} [Iw''^2 - 2I_{yu}w''u' + I_u u'^2 \\ &\quad + \frac{G}{E} A_u u^2] dx + \int_{x_1}^{x_2} M(x)w'' dx \end{aligned} \quad (9)$$

根据最小势能原理,并结合变分方法^[10],可得到基于变分原理的控制微分方程:

$$\begin{cases} EIw'' - EI_{yu}u' + M(x) = 0 \\ EI_u u'' - EI_{yu}w''' - GA_u u = 0 \\ (EI_u u' - EI_{yu}w'')\delta u \Big|_{x_1}^{x_2} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

式(10)就是混凝土箱梁基于变分原理的基本微分方程,其中前 2 式为控制微分方程,第 3 式为变分所要求的纵向剪力滞位移函数的自然边界条件。将式(10)中第 1 式求一阶导数,并和第 2 式合并整理,可得到剪力滞翘曲位移 u 、考虑剪力滞效应的梁体弯曲曲率 w'' 以及截面应力 σ 的表达式^[11]:

$$u = \frac{n_1}{EI} (C_1 \operatorname{sh} kx + C_2 \operatorname{ch} kx + u_p) \quad (11)$$

$$w'' = -\frac{M(x)}{EI} + \frac{I_{yu}}{I} u' \quad (12)$$

$$\sigma(x, y, z) = \frac{zM(x)}{I} + [f(y, z) - \frac{zI_{yu}}{I}] E u'(x) \quad (13)$$

其中: $n = \left(\frac{I_u}{I_{yu}} - \frac{I_{yu}}{I}\right)^{-1}$, $k = \sqrt{\frac{G}{E} \frac{A_u n}{I_{yu}}}$, $n_1 = -n$, C_1 和 C_2 为根据结构边界确定的系数, u_p 为结构的边界和荷载条件确定的特解系数。

2 翼板翘曲位移函数及广义截面特效计算

由式(12)和(13)可以看出,影响结构剪力滞效应的主要参数为广义截面常数 I 、 I_{yu} 、 n 和 k , 以及翘曲形函数 $f(y, z)$, 而求 I_{yu} 、 n 和 k 首先需确定翘曲形函数。

为单室混凝土箱梁定义笔者提出的基于翼板剪

切变形规律的剪力滞翘曲位移函数^[11]：

$$f(y, z) = \begin{cases} -Z \left[1 - \frac{y^3}{b_1^3} \right] & \text{顶板} \\ -Z \left[1 - \frac{(b_1 + b_2 - y)^3}{b_2^3} \right] \frac{A_2}{A_1} & \text{悬臂板} \\ Z \left[1 - \frac{y^3}{b_3^3} \right] \frac{Z_x A_x}{Z_s A_s} & \text{底板} \\ 0 & \text{腹板} \end{cases} \quad (14)$$

式中 A_1 、 A_2 分别为内侧顶板和悬臂板的面积， A_s 、 A_x 分别为顶板(内侧顶板和悬臂板)和底板的面积， Z_s 和 Z_x 分别为截面中性轴距离上下翼板中面的距离。

结合混凝土箱梁截面几何特征，可利用式(14)和式(5)~(8)获得其广义截面常数的计算表达式。

3 翼板厚度变化对剪力滞效应的影响

1)算例参数 以文献[4]的翼板等厚度有机玻璃模型为原型，改变翼板沿截面宽度方向的厚度，使其具有常规混凝土箱梁的翼板变厚度特点。进行翼板厚度进行等面积原则下的厚度变化：翼板(顶板、底板和悬臂板)平均厚度 t_0 为 6 mm 不做变化，从而保证翼板面积的不变，截面整体的抗弯惯性矩 I 也基本不变，以此消除截面抗弯刚度的影响。增大腹板部位翼板厚度至 t_2 ，减小悬臂端和箱梁中心部位翼板厚度至 t_1 。定义翼板厚度比 β 为 t_2 和 t_1 的比值。改变翼板厚度比分别为 1.0、1.3、1.7、2.5 和 5，如图 2 所示。模型跨径为 800 mm，平均弹性模量为 $E = 3\ 000\ \text{MPa}$ ，波泊松比为 $\mu = 0.385$ 。

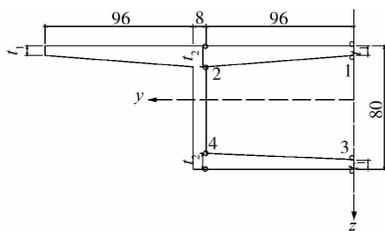


图 2 算例箱梁(mm)

2)分析结构 选择桥梁结构最常见的基本体系简支梁和悬臂梁。简支梁分别作用 272.2 N 的跨中集中力和满跨 1 N/mm 均布荷载。悬臂梁分别作用 272.2 N 的梁端集中力和满跨 1 N/mm 均布荷载。

3)正剪力滞效应 理论分析表明^[1]，简支梁在跨中集中力和满跨均布荷载下的全跨、悬臂梁在梁端集中力和满跨均布荷载下的悬臂根部等弯曲正应力最大部位均为正剪力滞效应区域。为了分析考虑厚度变化对剪力滞效应的计算精度影响，定义变厚度影响率 ρ ：

$$\rho = \frac{(\text{变厚度计算应力} - \text{等厚度计算应力})}{\text{等厚度计算应力}} \times 100\%$$

可以通过变厚度影响率 ρ 反映变厚度翼板按照等厚度计算时的误差大小，也可以反映出不同翼板厚度变化幅度(β 反映)对计算结果的影响。本算例各 β 取值下的 ρ 值计算结果如图 3 所示。

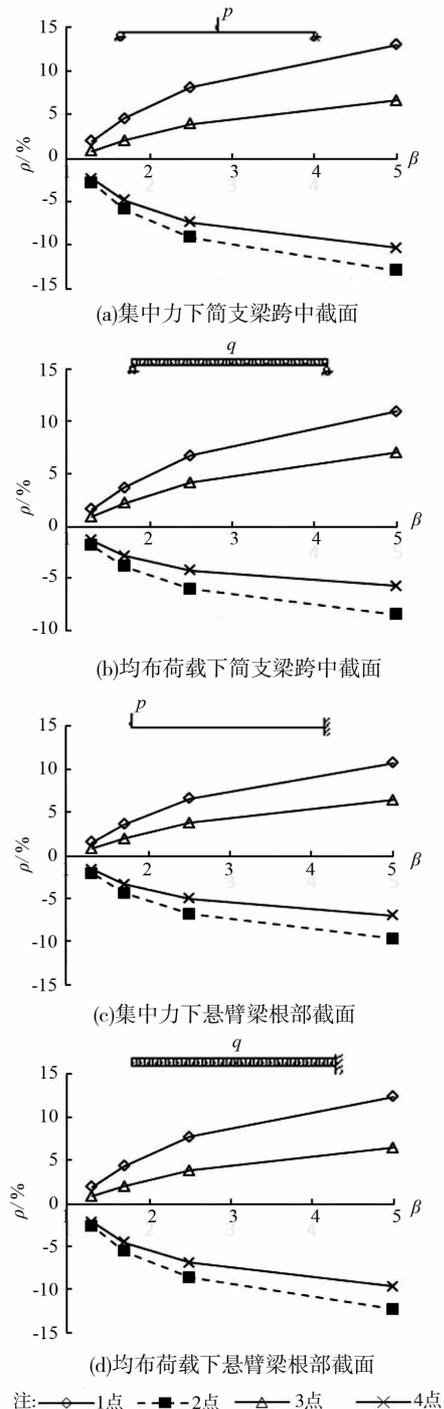


图 3 正剪力滞效应的影响

由图 3 可以看出，随着翼板厚度比 β 的增大，截面控制点应力的厚度影响率 ρ 均增大，但是影响率

增大趋势不同。对 1 和 3 点考虑翼板厚度变化时,应力比不考虑翼板厚度变化的要大,且厚度比越大应力值越大;对 2 和 4 点考虑翼板厚度变化时,应力比不考虑翼板厚度变化的要小,且厚度比越大应力值越小。总体可以看出,考虑变厚度的计算方法比不考虑变厚度而采用等厚度简化计算的误差最大可达到 15%,因此对混凝土箱梁进行考虑翼板变厚度的分析是非常必要的。

4) 负剪力滞效应 既有研究表明,悬臂梁在承受均布荷载时,剪力滞效应在梁端至根部的一定区域内将由负变为正。对于处在负剪力滞效应区段的跨中部位,各 β 取值下的 ρ 值计算结果如图 4 所示。

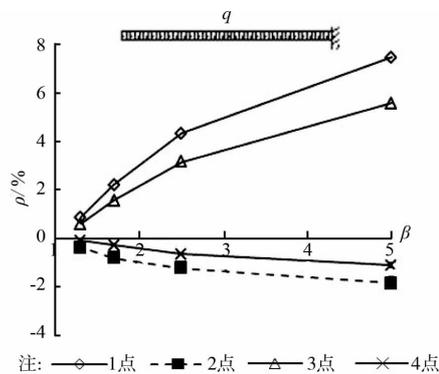


图 4 负剪力滞效应的影响

从图 4 可以看出,负剪力滞区域翼板应力厚度影响率的变化规律与正剪力滞截面相同,也是随着 β 增大 ρ 增大。

5) 剪力滞弯曲变形 箱梁的挠度通常包括初等梁挠度、剪力滞和剪切变形引起的附加挠度 3 部分^[1]。初等梁挠度主要与截面的抗弯惯矩 I 有关,剪切变形挠度主要与截面腹板的剪切面积有关。当改变翼板厚度时,结构挠度的改变主要由于剪力滞计算参数的变化引起。以本算例的简支梁和悬臂梁,可求得翼板厚度改变后,简支梁跨中、悬臂梁梁端的剪力滞挠度。

定义 f_F 为剪力滞挠度, f_0 为按照初等梁理论计算的挠度,则

$$\delta = f_F / f_0 \times 100\%$$

反映剪力滞挠度与初等挠度的百分比。

改变翼板厚度后,简支梁和悬臂梁的最大挠度部位的剪力滞挠度变化如图 5 所示。

可以看出,随着翼板厚度比的增大,由剪力滞效应引起的梁体附加挠度减小。因此可以认为,增大翼板厚度比,减小了由于剪力滞效应对结构整体刚度的削弱,从而使得结构整体刚度增大,挠度减小。和悬臂梁相比,简支梁结构翼板厚度变化对梁体挠

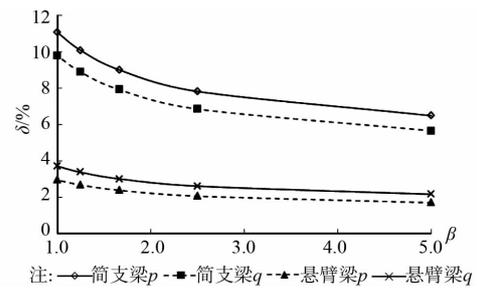


图 5 剪力滞变形的影响

度的影响较大。

4 结论

1) 对翼板沿截面横向变厚度的混凝土箱梁,通过定义截面广义截面特性,可建立反映翼板厚度变化影响的剪力滞应力和变形的解析解答。

2) 理论分析表明,在翼板等面积原则下,随着翼板厚度比的增大,截面控制点应力的厚度影响率均增大,并且总体趋势是:靠近腹板部位的翼板应力(2 和 4 点)比不考虑翼板厚度变化的计算结果要小,靠近箱梁截面中心的翼板应力(1 和 3 点)比不考虑翼板厚度变化的计算结果要大。

3) 由控制点的位置和应力综合评判,对箱梁截面设计而言,增大翼板厚度比,可使得截面剪力滞效应趋于平缓。综合算例得出,对翼板横向变厚度的混凝土箱梁,考虑变厚度的计算方法比不考虑变厚度而采用等厚度简化计算的误差最大可达到 15%,因此对混凝土箱梁计算考虑翼板变厚度的影响是非常必要的。

4) 对剪力滞刚度的分析表明,考虑翼板厚度变化总体上减小了截面的剪力滞挠度,反映出翼板厚度变化对剪力滞效应具有平抑作用。

参考文献:

- [1] 郭金琼, 房贞政, 郑振. 箱形梁设计理论[M]. 2 版. 北京: 人民交通出版社, 2008.
- [2] 郑健. 中国高速铁路桥梁[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- [3] 周世军. 箱梁的剪力滞效应分析[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 204-208.
Zhou S J. Shear lag analysis of box girders [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 204-208.
- [4] 罗旗帜. 薄壁箱形梁剪力滞计算的梁段有限元法[J]. 湖南大学学报, 1991, 18(2): 33-38, 55.
Luo Q Z. Calculation of shear lag in thin walled box girders by the finite segment method [J]. Journal of Hunan University, 1991, 18(2): 33-38.

- deflection limit state girder bridges [D]. The University of Michigan, 2006.
- [11] 徐腾飞. 钢管混凝土非线性稳定承载能力与可靠度分析 [D]. 成都: 西南交通大学, 2010.
- [12] 徐腾飞, 赵人达, 向天宇, 等. 钢管混凝土高墩非线性稳定承载能力可靠度分析 [J]. 土木建筑与环境工程, 2010, 32(2): 60-63.
Xu T F, Zhao R D, Xiang T Y, et al. Reliability analysis of ultimate bearing capacity of concrete-filled tube high piers [J]. Journal of Civil, Architectural & Environment Engineering, 2010, 32(2): 60-63.
- [13] Liu P L, Der Kiureghian A. Finite element reliability of geometrical nonlinear uncertain structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1991, 117(8): 1806-1825.
- [14] Wen Q J. Long-term effect analysis of prestressed concrete box-girder bridge widening [J]. Construction and Building Materials, 2011, 25(4): 1580-1586.
- [15] 向天宇, 童育强, 赵人达. 基于退化梁单元的混凝土结构徐变分析 [J]. 工程力学, 2006, 23(4): 140-143.
Xiang T Y, Tong Y Q, Zhao R D. Creep analysis of concrete structure by degenerated beam element [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(4): 140-143.
- [16] 占玉林, 向天宇, 赵人达. 几何非线性结构的徐变效应分析 [J]. 工程力学, 2006, 23(7): 45-48.
Zhan Y L, Xiang T Y, Zhao R D. Creep effect analysis of geometric nonlinear structure [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(7): 45-48.

(编辑 薛婧媛)

(上接第 79 页)

- [5] Reissner E. Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946(4): 268-278.
- [6] Dezi L, Mentrasti. nonuniform bending-stress distribution (shear lag) [J]. Journal of Structural Engineering, 1985, 111(12): 2675-2689.
- [7] 曹国辉, 方志. 变分原理分析连续箱梁开裂后的剪力滞效应 [J]. 工程力学, 2007, 24(04): 75-80.
Cao G H, Fang Z. Shear lag effect of cracked continuous box girder analyzed by variational principle [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(4): 75-80.
- [8] Manoj K, Sagar S. Influence of box shape on structural behaviour of RC box girder bridges [J]. Indian Concrete Journal, 2007, 81(6): 55-62.
- [9] 张元海, 李乔. 箱形梁剪滞效应分析中的广义力矩研究 [J]. 铁道学报, 2007, 29(1): 77-81.
Zhang Y H, Li Q. Study on the generalized moment in shear lag effect analysis of box girder [J]. Journal of the China Railway Society, 2007, 29(1): 77-81.
- [10] 程祥云. 梁桥理论与计算 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1990.
- [11] 蔺鹏臻, 周世军. 基于剪切变形规律的箱梁剪力滞效应研究 [J]. 铁道学报, 2011, 33(4): 100-104.
Lin P Z, Zhou S J. Analysis on shear lag effect of box girders based on flange-slab shear deformation law [J]. Journal of the China Railway Society, 2011, 33(4): 100-104.
- [12] 蔺鹏臻, 周世军, 刘凤奎. 抛物线型剪滞翘曲位移函数引起的附加轴力分析 [J]. 工程力学, 2010, 27(8): 90-93.
Lin P Z, Zhou S J, Liu F K. Additional axial force analysis caused by parabolical shear lag warping displacement [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(8): 90-93.
- [13] 倪元增, 钱寅泉. 弹性薄壁梁桥分析 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2000.

(编辑 胡英奎)