

doi:10.3969/j.issn.1674-4764.2013.02.005

带沉渣单桩荷载-沉降曲线的数学描述

梅国雄^{1a}, 陈 健², 宰金珉^{1b}

(1. 南京工业大学 a. 交通学院, b. 土木学院, 南京 210009; 2. 华润置地(南通)有限公司, 南通 226000)

摘 要:对带沉渣的单桩在竖向静载作用下的沉降曲线进行分析,将桩的荷载-沉降曲线分为 3 个阶段:开始的弹性直线阶段、中间的沉渣压实阶段以及最后的弹塑性破坏阶段,并分别对 3 个阶段的沉降特性进行数学描述,总结得出各阶段的数学模型表达式。采用最优化的计算方法进行参数计算,得出满足极限荷载定义的“理论极限荷载”计算公式的参数,结合室内单桩模型试验的结果进行对比,证实本模型的参数计算方法是可行的。

关键词:带沉渣; 单桩; 极限承载力; 最优化分析

中图分类号:TU473.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2013)02-0028-05

Mathematical Description of the Settling Curve of Single Pile with Grain Spillage

Mei Guoxiong^{1a}, Chen Jian², Zhai Jinmin^{1b}

(1a. College of Transportation Science & Engineering, 1b. College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, P. R. China; 2. China Resources Land (Nantong) Limited Company, Nantong 226000, P. R. China)

Abstract: The settling curve of single pile with grain spillage under the effect of vertical static load was analyzed. The curve was divided into 3 parts: elastic line phase at the beginning, grain spillage tamping phase and elasticity breaking phase in the end, and the settling characteristics in three phases were described mathematically and the mathematical expression was concluded as well. Based on the calculation of the parameter with the optimizing calculation method, the parameter of “theoretical limit load” computing formula that satisfies the definition of limit load was presented. Comparing with the experimental result of the indoor single pile modeling, it is found that this parameter computing method is practical, which provides another method to predict the limit load and settlement of the single pile with grain spillage.

Key words: with grain spillage; single pile; limit load; optimizing analysis

在桩基设计中,桩的承载力及其沉降特性是首先要确定的重要指标^[1-3]。桩作为应用最广的一种基础形式,对其受力沉降特性研究已有了一定的发展,从开始的基本桩承载力公式到数值方法分析桩,以及通过荷载传递函数研究桩的受力沉降特性^[4-10],但桩-土共同作用是一个非常复杂的力学体

系,特别是桩底存在沉渣时,桩在受竖向力的作用下的沉降不同于普通桩的沉降情况^[11-19]。对带沉渣的单桩荷载-沉降曲线进行分析,将其分为 3 个阶段:开始的弹性直线阶段、中间的沉渣压实阶段以及最后的弹塑性破坏阶段,并分别对 3 个阶段的沉降特性进行数学描述,总结得出各阶段的数学模型表达

收稿日期:2012-06-20

基金项目:国家自然科学基金(50608038)

作者简介:梅国雄(1975-),男,教授,主要从事土压力理论、固结理论、土与结构物共同作用和沉降预测研究,(E-mail) meiguox@163.com。

陈健(通信作者),男,(E-mail)chenjian025@163.com。

式。运用最优化方法,求得桩的极限承载力 P_f 与反映荷载-沉降曲线弯曲程度的系数 a ,结合带沉渣单桩的室内模型试验结果,可用本文的最优化方法得出带沉渣单桩的极限承载力与沉降量。

1 带沉渣单桩荷载-沉降曲线的形态描述

对于桩底有沉渣且具有端承力的摩擦桩,其静载荷载-沉降曲线(图1)可作如下描述:1)当荷载较小时,侧阻力首先起作用,荷载逐步由桩身的上部向下部传递,此时桩端反力为0,对应的荷载-沉降曲线实为桩身的荷载-沉降关系曲线。此时虽然荷载较大,但对应的沉降量却很小,为弹性的直线段;2)当荷载逐步增大至摩阻力传至桩端时,桩顶的下沉量 S_k 、 P_b 开始出现,此时真正出现桩顶的荷载-沉降曲线;3)随着荷载进一步增大,桩的沉降量进一步发生,桩侧摩阻力得以全部发挥,由于端阻力没有发挥,所以在荷载作用下桩顶会产生突然陡降,称之为拐点 a ,此时假设桩顶荷载为 P_1 ,桩顶沉降为 S_1 ,桩底开始压缩沉渣,桩端承担的荷载慢慢增大;4)桩土体系进入弹塑性阶段,当荷载再增大时,导致桩底沉渣被压实,桩端阻力逐渐变大,荷载-沉降曲线出现另一拐点 b ,此时桩顶荷载为 P_2 ,桩顶沉降为 S_2 ;5)再随着荷载的增大,桩底土破坏,桩土体系完全丧失承载能力,桩身出现不停下沉。

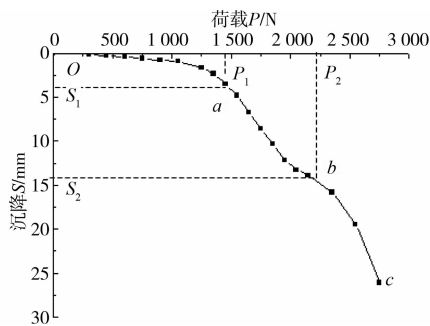


图1 典型带沉渣单桩荷载-沉降曲线

2 带沉渣单桩荷载-沉降曲线的数学模型

根据以上对带沉渣单桩荷载-沉降曲线的形态分析,可认为其整个沉降过程分为3段:1)荷载较小时,只有桩侧摩阻力发挥,桩端阻力不发挥;2)中间的压实沉渣段;3)压实沉渣后桩端阻力的发挥。分别对这3个过程段建立函数关系并用数学表达式来描述。

2.1 只有桩侧摩阻力发挥的弹性直线段

1953年荷兰 Van der Veen 提出正常单桩的荷

载-沉降曲线在弹性直线段可表示为

$$P = P_f(1 - e^{-aS}) \quad (1)$$

式中: a 为反映荷载-沉降曲线弯曲程度的系数(1/mm); P_f 为桩的极限承载能力(极限荷载); P 、 S 分别为桩顶所施加的荷载和桩顶沉降。

1968年 Chandler 提出用有效应力法求解粘性土和非粘性土的桩侧摩阻力 q_{su} ,表示为

$$q_{su} = \sigma'_v k_0 \tan \varphi' \quad (2)$$

$$\text{对于正常固结粘性土, } k_0 \approx 1 - \sin \varphi', \text{ 代入得 } q_{su} = \sigma'_v (1 - \sin \varphi') \tan \varphi' = \beta \cdot \sigma'_v \quad (3)$$

其中 $\beta = (1 - \sin \varphi') \tan \varphi'$; 当 $\varphi' = 20 \sim 30$ 时, $\beta = 0.24 \sim 0.29$; 据试验统计, $\beta = 0.25 \sim 0.40$, 平均为 0.32; σ'_v 为桩侧计算土层的平均竖向有效应力; φ' 为桩侧计算土层的有效内摩擦角。

考虑到桩侧的深度效应,对于长径比 L/d 大于侧阻临界深度 $(L/d)_{cr}$ 的桩,侧摩阻力可按式(4)取式(3)的修正值,即:

$$q_{su} = \sigma'_v (1 - \sin \varphi') \tan \varphi' \left(1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}}\right) = \beta \cdot \sigma'_v \left(1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}}\right) \quad (4)$$

式中,临界长径比 $(L/d)_{cr}$ 对于均匀土层可取 10~15。

桩侧摩阻力为:

$$f_s = q_{su} \times \text{周长} \times \text{长度} = \pi d L q_{su} \quad (5)$$

此时没有端阻力的发挥,桩侧摩阻力等于桩顶荷载,假设拐点1的坐标为 (P_1, S_1) ,由式(1)和(5)推导出:

$$f_s = P_1 \Rightarrow P_f (1 - e^{-aS_1}) = \pi d L \cdot \beta \cdot \sigma'_v \left(1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}}\right) \quad (6)$$

得到:

$$S_1 = -\frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma'_v \left(1 - \lg \left(\frac{L/d}{(L/d)_{cr}}\right)\right)}{P_f} \right] \quad (7)$$

所以,弹性直线段的表达式为:

$$P = P_f (1 - e^{-aS}) \quad (0 < S < -\frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma'_v \left(1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}}\right)}{P_f} \right]) \quad (8)$$

2.2 压实沉渣段

假设桩底沉渣压缩到与桩端土的弹性模量相同为其压实状态。利用 Poulos 弹性理论法的分析原理求解单根摩擦桩的沉降值,假设:

- 1)土是半空间均质、各向同性的弹性半空间体,弹性模量和泊松比不随桩的存在而变化;
- 2)桩侧是完全粗糙的;

3)只考虑桩与其邻近土之间的竖向位移协调,忽略径向位移协调。

根据上述假设,得到均质土中的单桩沉降计算公式:

$$S = \frac{P}{E_s L} I_\rho \quad (9)$$

$$I_\rho = \begin{cases} I_0 & (\text{半空间均质土}) \\ I_0 R_h & (\text{有限厚度土层}) \end{cases} \quad (10)$$

式中: P 为荷载; E_s 为土的弹性模量; L 为桩长; I_ρ 为沉降影响系数, I_0 为在泊松比为 0.5 的半空间均质土中的单桩沉降影响系数,取决于 L/d 和桩的刚度系数; R_h 为考虑均质土厚度的修正系数,取决于 L/d 和均质土厚度与桩长的比值 h/L ,可由表查得。

另一方面,在沉渣压实后的瞬时弹性模量为:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{PH}{A\Delta h} \quad (11)$$

$$P = \frac{P_2 - P_1}{\frac{A\Delta h I_\rho}{HL} - \frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma_v' (1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}})}{P_f} \right]} \left(S - \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \right) - \frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma_v' (1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}})}{P_f} \right] \leq S \leq \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \quad (14)$$

2.3 压实沉渣后的弹塑性破坏阶段

由于压实沉渣后单桩的承载性能与正常相似,所以可将式(1)所表示的曲线后半段(桩侧摩阻力完全发挥后)平移至压实沉渣时的拐点 2 处,即为压实沉渣后的单桩所表现的弹塑性阶段,表示为:

$$P = \begin{cases} P_1(1 - e^{-aS}) & 0 < S < -\frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma_v' (1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}})}{P_f} \right] \\ \frac{P_2 - P_1}{\frac{A\Delta h I_\rho}{HL} - \frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma_v' (1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}})}{P_f} \right]} \left(S - \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \right) - \frac{1}{a} \ln \left[1 - \frac{\pi d L \cdot \beta \cdot \sigma_v' (1 - \lg \frac{L/d}{(L/d)_{cr}})}{P_f} \right] \leq S \leq \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \\ P_1(1 - e^{-a(S-\Delta h)}) + (P_2 - P_1) & S > \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \end{cases} \quad (16)$$

3 最优化分析

式(16)有 2 个参数需要确定,即 a 为反映荷载-沉降曲线弯曲程度的系数(1/mm)与 P_f 为桩的极限承载能力(极限荷载),可采用最优化问题分析得出,所谓最优化问题,泛指某一目标函数的极大或极小的问题,这里指的是 P_f 和 a 的确定,应保证按式(16)的计算值与实测值的总体误差最小。换言之,除按最优化技术确定的 P_f 和 a 值以外,将不存在任何别的数值能使式(16)的计算值与实测值保持最小误差,因此,应首先建立合理的误差函数。假设某工程桩静载试验共分 N 级加载,其实测数据为 $(P_1, S_1), (P_2, S_2), (P_3, S_3); \dots (P_i, S_i), \dots, (P_N,$

式中: H 为沉渣高度; A 为沉渣的截面积; Δh 为沉渣的压缩量。

假设压实沉渣后的桩顶荷载为 P_{II} ,则当沉渣压实后,即当沉渣压缩量达到 Δh 时,单桩的沉降量为 S_{II} ,所以联合式(9)与(11)可得

$$\frac{P_{II} I_\rho}{S_{II} L} = \frac{P_{II} H}{A\Delta h}$$

从而得到压实沉渣沉降:

$$S_{II} = \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \quad (12)$$

由 2 组数据 $(P_I, S_I), (P_{II}, S_{II})$ 确定压缩沉渣时桩顶荷载与沉降的曲线方程(假定沉渣为弹性压缩,所以此曲线为弹性直线方程)即

$$P - P_{II} = \frac{P_{II} - P_I}{S_{II} - S_I} (S - S_{II}) \quad (13)$$

代入相应的值,得到压缩沉渣段的方程

$$P = P_f(1 - e^{-a(S-\Delta h)}) + (P_2 - P_1),$$

$$S > \frac{A\Delta h I_\rho}{HL} \quad (15)$$

综上所述,带沉渣单桩的荷载-沉降曲线的数学表达式为:

S_N)。其中 P_i 为第 i 级荷载值,单位 kN; S_i 为桩在第 i 级荷载作用下,稳定时桩顶累计沉降量,单位 mm。

对于第 i 级荷载作用下的桩顶累计沉降量 S_i ,由式(16)可计算荷载 P_i' 。

取计算荷载 P_i' 与实测值 P_i 之差为

$$\Delta P_i = P_i - P_i' \quad (17)$$

定义误差函数为

$$\epsilon = \sum_{i=1}^N \Delta P_i^2 \quad (18)$$

将式(17)代入(18),得

$$\epsilon = \sum_{i=1}^N (P_i - P_i')^2 \quad (19)$$

式中 P_i 、 S_i 为实测数据。因此式(19)是未知参数 P_i 和 a 的函数,故引入向量

$$X = (P_i, a)^T \quad (20)$$

从而式(19)为向量 X 的函数

$$\epsilon = \epsilon(X) \quad (21)$$

这样,确定 P_i 和 a 的最佳值问题,便成为求一个向量 X^k ,使误差 $\epsilon(X^k)$ 为最小的问题。迭代计算步骤如图 2 所示。

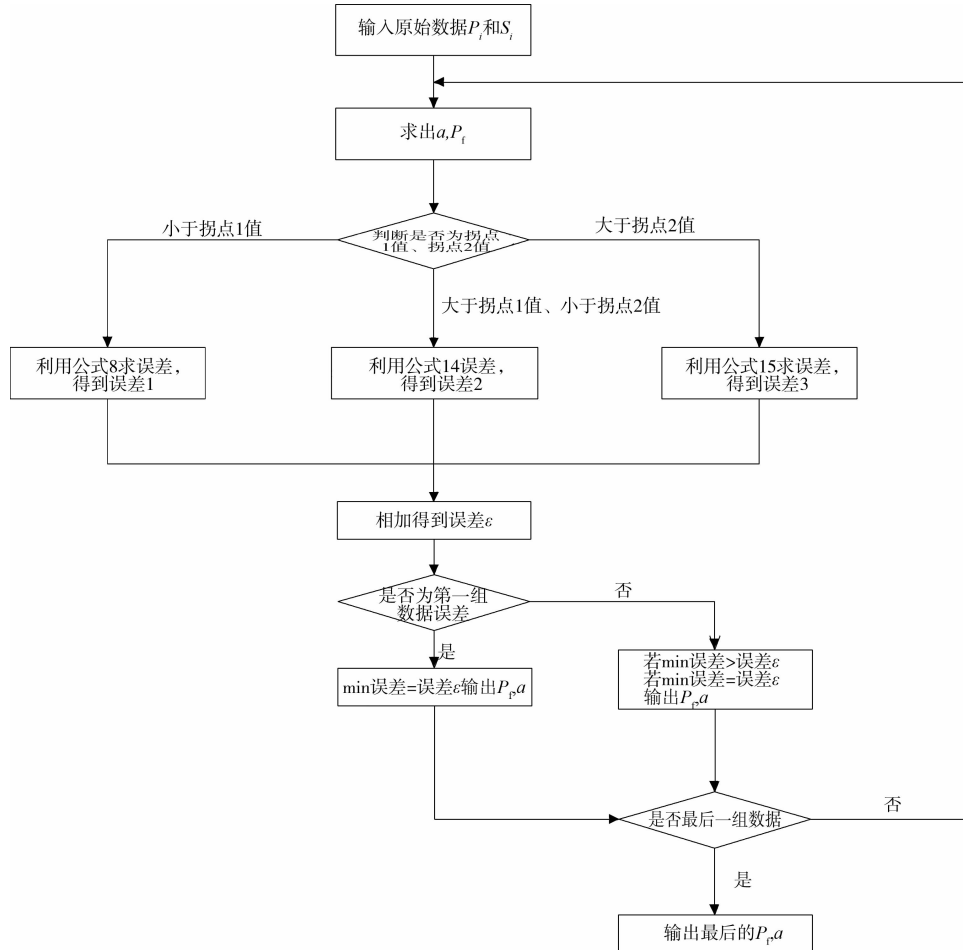


图 2 求解过程框图

4 算例分析

根据室内带沉渣单桩模型试验^[11],桩长 50 cm,桩径 20 mm,试验的荷载-沉降曲线如图 3 所示,数据见表 1,用本文方法确定其极限荷载。

经过变换后的荷载-位移曲线,如图 4 所示。

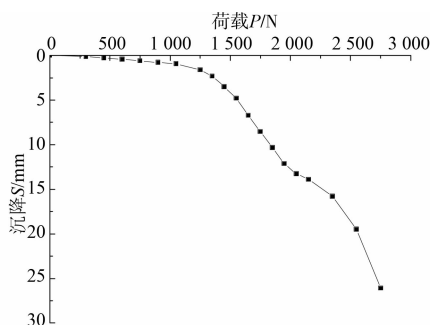


图 3 试验荷载-沉降曲线

表 1 试验数据

荷载/N	沉降/mm	荷载/N	沉降/mm
300	0.12	1 650	6.73
450	0.27	1 750	8.55
600	0.43	1 850	10.35
750	0.60	1 950	12.13
900	0.77	2 050	13.26
1 050	0.95	2 150	13.90
1 250	1.61	2 350	15.80
1 350	2.32	2 550	19.50
1 450	3.50	2 750	26.10
1 550	4.80		

通过本文最优化逻辑将曲线进行变换后可得到单桩正常的极限荷载 P_3 ,而桩底有沉渣的单桩极

限荷载为 P_4 , 两者差量为沉渣的压实荷载量, 从图2中可以看出, 对于桩底存在沉渣的桩的极限承载力在沉渣被压实后, 往往比无沉渣的桩承载力更大。

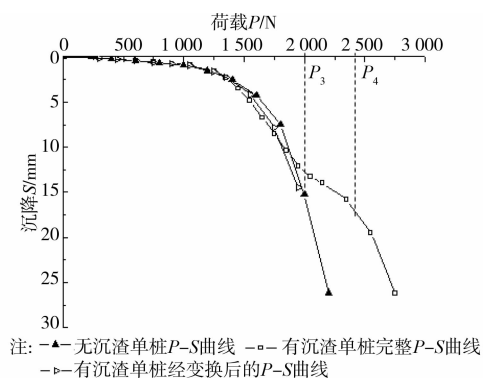


图4 变换后的荷载-沉降曲线

5 结论

对带沉渣单桩的荷载-沉降曲线进行数学描述, 将其分为3个阶段, 并给出各阶段的数学描述, 通过最优化分析得出数学描述公式的参数, 从而确定出桩在存在沉渣时极限承载力, 对于桩底存在沉渣时的桩的沉降与极限承载力有了进一步的认识, 能够更加准确地掌握桩底存在沉渣时对桩的工作性状影响。

参考文献:

- [1] Poulos H G, Davis E H. Pile foundation analysis and design [M]. New York: John Wiley and Sons, 1980.
- [2] Fellenius B H. The analysis of results from routine pile load tests [J]. Ground Engineering, 1980, 13: 19-31.
- [3] Pells P J N, Turner R M. Elastic solution for the design and analysis of rock-socketed piles [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1979, 16(3): 481-487.
- [4] 陈龙珠, 梁国钱, 朱金颖, 等. 桩轴向荷载-沉降曲线的一种解析方法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(6): 30-38.
- [5] Kraft M, Richard P R, Takaaki K. Theoretical t-z curves [J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1981, 107(11): 1543-1561.
- [6] 罗惟德. 单桩承载力机理分析与荷载沉降曲线的理论推导[J]. 岩土工程学报, 1990, 12(1): 35-44.
- [7] Randolph M F, Wroth C P. Analysis of the vertical deformation of vertically loaded piles [J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1978, 104(12): 1465-1488.
- [8] Bruce D A. Enhancing the performance of large diameter piles by grouting [J]. Grouting Engineering, 1985(4): 9-15.
- [9] 修朝英. 单桩垂直静载试验 P-S 曲线的数学描述和极限

荷载的预测[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(6): 64-73.

- [10] 邱钰, 刘松玉, 周琳. 嵌岩桩单桩承载力计算的一种简化模型[J]. 东南大学学报, 1999, 29(5): 131-136.
- [11] 胡铖波, 梅国雄, 梅岭. 后预压法处理桩底沉渣的试验研究[J]. 工程勘察, 2010(9): 18-21.
Hu C B, Mei G X, Mei L. Model test of disposing the pile bottom sediment by preloading [J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 2010(9): 18-21.
- [12] 梅国雄. 桩土非线性共同作用的预压式桩筏基础施工方法: 中国, 200910115234. X[P]. 2009-4-23.
- [13] 袁振, 陈锦剑, 王建华. 桩端条件对灌注桩荷载传递特性的影响[J]. 岩土力学, 2006, 27(8): 1398-1402.
Yuan Z, Chen J J, Wang J H. Influence of end conditions on load transfer behavior of cast-in-place pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(8): 1398-1402.
- [14] 贺炜, 赵明华, 邹新军. 基桩荷载传递的非线性计算方法研究[J]. 公路交通科技, 2006, 23(3): 74-78.
He W, Zhao M H, Zou X J. Study on nonlinear calculation method of load transferring along pile shaft [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2006, 23(3): 74-78.
- [15] 董金荣. 灌注桩侧阻力强化弱化效应研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(5): 658-662.
Dong J R. Enhanced and weakened effect of skin friction of cast-in-situ piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(5): 658-662.
- [16] 赵佩胜, 于亮, 王为. 钻孔灌注桩桩底沉渣压浆处理研究与应用[J]. 岩土工程技术, 2007, 21(4): 214-216.
Zhao P S, Yu L, Wang W. Grouting treatment of sedimentary dregs of cast-in-place bored pile bottom [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2007, 21(4): 214-216.
- [17] 张忠苗, 张乾青. 桩端土强度对桩侧阻力影响的研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(Sup2): 59-63.
Zhang Z M, Zhang Q Q. Influences of soil strength at pile end on friction of lateral surface of piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(Sup2): 59-63.
- [18] 叶真华, 周健, 唐世栋. 黏土中不同桩端条件下桩承载性状的模型试验[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 2009, 37(6): 733-737.
Ye Z H, Zhou J, Tang S D. Model test on pile bearing behaviors in clay under different pile tip conditions [J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2009, 37(6): 733-737.
- [19] 杨育文, 罗坤. 钻孔灌注长桩侧摩阻力和建筑物沉降分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(6): 1260-1269.
Yang Y W, Luo K. Shaft resistances of long cast-in-place piles and building settlement analysis [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(6): 1260-1269.

(编辑 薛婧媛)