

doi:10.3969/j.issn.1674-4764.2013.02.010

# 大变形条件下单桩水平承载性状分析

张磊<sup>1</sup>, 龚晓南<sup>2</sup>, 俞建霖<sup>2</sup>

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 西安 710055;

2. 浙江大学 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058)

**摘要:**针对大变形条件下承受水平荷载的单桩基础,采用沿深度线性增加并能较好的反映上部土体抵抗侧向变形能力的地基反力系数,及简化的土体弹塑性本构关系,推导出桩身变形和内力的计算公式,并用 FORTRAN 语言编制了计算程序。算例表明:桩的水平位移和弯矩随水平力和力矩的增加而非线性增大;桩身位移随距离地面的距离的增加而减小,距地面的距离超过 10 倍桩径时桩身响应极小,可忽略不计;桩顶约束是桩身响应沿桩身分布的重要影响因素;随着桩周土体力学性质的改善,桩的最大位移和最大弯矩均明显减小。计算值与现场实测值吻合度很高,且比已有解计算结果更优,所得解及程序是可靠的。

**关键词:**桩基础;幂级数解;地基反力法;水平荷载;屈服;弯距

**中图分类号:**TU473.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2013)02-0061-05

## Behavior Analysis of Laterally Loaded Single Pile under Large Deflection

Zhang Lei<sup>1</sup>, Gong Xiaonan<sup>2</sup>, Yu Jianlin<sup>2</sup>

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, P. R. China;

2. Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Ministry of Education, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China)

**Abstract:**Based on the simplified elastoplastic constitutive model of soil, the calculation method for the laterally loaded single pile with large deflection was submitted. The coefficient of subgrade reaction was presumed to increase linearly with depth, which simulates the soil resistance close to ground well. The relevant program was then developed using FORTRAN language. The examples show that (1) the displacement and bending moment increase nonlinearly when the lateral load and the moment load increase. (2)The pile displacement decreases with depth. (3)The pile displacement at the point which is over ten times pile diameter from ground is so small that can be neglected. (4)The pile head condition is the key factor, which influences the distributions of pile responses along depth. (5)By improving the mechanical properties of soil around pile, the maximum lateral displacement and bending moment can be decreased efficiently. The calculation results are in good agreement with the field test results and are better than those obtained using the pre-existing solutions, which shows the presented solutions are reliable.

**Key words:** pile foundations; power series solution; subgrade reaction method; lateral loads; yielding; bending moment

对于承受水平荷载的桩基础,许多学者做了大量研究<sup>[1-7]</sup>。为了计算桩身响应,中国桩基规范<sup>[8]</sup>建

议采用 m 法,并编制了相关表格。由土体沉积特点可知,土抵抗侧向变形的能力一般随深度的增加而

收稿日期:2012-09-25

基金项目:国家自然科学基金(50708093);西安建筑科技大学校人才基金(DB01129)

作者简介:张磊(1981-),男,博士,主要从事桩基础及地下工程研究,(E-mail)zh888lei@tom.com。

增大。m 法假定地基反力系数沿深度线性增加, 近似体现了地基土体这一特点。实测及计算结果均表明, 水平荷载桩的桩身位移一般上部较大, 下部较小。m 法假定地表处地基反力系数为零, 对上部土体抵抗侧向变形的能力考虑不周, 导致上部土体强度较高时, 如为岩石或硬黏土等, 计算结果与实测值相差较大<sup>[9]</sup>。另外, 该法为线弹性地基反力法的一种, 只适用于地面处桩身位移小于 10 mm 的情况<sup>[10]</sup>。当桩身位移较大时, 如海洋工程中的桩基础<sup>[11]</sup>, 土体的非线性特性表现的非常明显, 此时计算误差就较大。Matlock<sup>[12]</sup>和 Reese 等<sup>[13]</sup>基于实验结果提出  $p-y$  曲线法。该法通过量测桩身响应, 总结出土反力与桩身位移的关系曲线, 可以考虑土体变形的非线性与弹塑性, 并在一定程度上考虑了土弹簧之间的相互作用, 计算精度较高; 但由于计算复杂, 参数选取困难等原因, 未能推广使用<sup>[14]</sup>。Hsiung 等<sup>[15-16]</sup>通过简化  $p-y$  曲线, 把地基土分为上部的塑性段和下部的弹性段, 求得地基反力系数为常数且桩顶自由条件下桩身响应的解析解, 常林越等<sup>[17]</sup>求得桩顶固定时的解, 张磊等<sup>[18]</sup>求得考虑桩身轴力影响的解; Guo<sup>[19-20]</sup>考虑了土弹簧之间的相互作用, 求得桩身响应的解析解。然而, 以上研究<sup>[15-20]</sup>均假定地基反力系数为常数, 一般适用于超固结黏土和密实砂土。对于正常固结土、欠固结土以及松砂, 考虑地基反力系数沿深度的变化, 对提高计算精度及研究桩土相互作用机理具有重要意义。

基于 Poulos<sup>[21]</sup>的建议, 考虑土体屈服, 针对地基反力系数在地表处不为零并沿深度线性增加的情况, 求得桩身响应的解, 并用 FORTRAN 语言编制了计算程序。与现场实测值及 Hsiung 解<sup>[15-16]</sup>的计算结果对比, 还分析了一些因素对桩身响应的影响。

## 1 控制方程及求解

### 1.1 方程的建立

水平承载单桩分析模型如图 1 所示, 桩顶作用水平力  $Q_0$  和力矩  $M_0$ 。上部土体由于桩身位移超过土体屈服位移而进入塑性流动状态, 下部土体仍处于弹性状态<sup>[15-17]</sup>。塑性段桩长为  $H_1$ , 弹性段桩长为  $H_2$ 。采用的桩土相互作用分析模型如图 2(a) 所示, 土反力与桩身位移的关系如图 2(b) 所示。塑性段土反力为

$$p_u = k_1(z')bu_* \quad (1)$$

式中:  $b$  为桩的宽度;  $u_*$  为土体屈服位移;  $k_1(z') = m(z_0 + z')$ , 为地基反力系数,  $z_0$  为地面处当量深度,  $m$  为比例系数。

由文献<sup>[12]</sup>, 黏土的屈服位移可取为

$$u_* = 20\varepsilon_c b \quad (2)$$

式中:  $\varepsilon_c$  为应变, 根据土的状态取值, 一般为 0.005~0.02。由文献<sup>[13]</sup>, 砂土的屈服位移可取为

$$u_* = 3b/80 \quad (3)$$

弹性段土反力与桩身水平位移成正比:

$$p = k_2(z)bu \quad (4)$$

式中:  $u$  为桩身位移;  $k_2(z) = m(z_0 + H_1 + z)$ , 为弹性段地基反力系数。

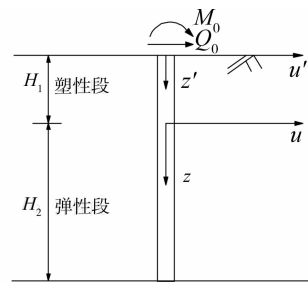


图 1 水平承载桩示意图

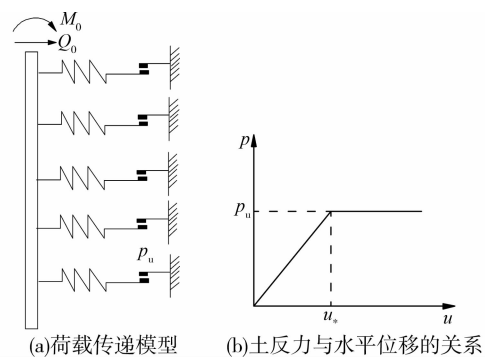


图 2 桩土相互作用

假定: 位移以向右为正, 转角以向左倾斜为正, 弯矩以桩身右侧受压为正, 剪力以绕研究对象顺时针转为正。基于欧拉梁理论, 水平荷载桩塑性段桩身挠曲线微分方程为

$$EI \frac{d^4 u'}{dz'^4} + k_1 bu_* = 0 \quad (5)$$

式中:  $u'$  为塑性段桩身位移;  $EI$  为桩的抗弯刚度。同理, 弹性段桩身的挠曲线微分方程为

$$EI \frac{d^4 u}{dz^4} + k_2 bu = 0 \quad (6)$$

### 1.2 方程解答

式(5)可求得解析解, 另由欧拉梁理论中转角、弯矩和剪切力与横向位移的关系, 得塑性段桩身变形和内力的解为

$$U'(z') = F(z')U'_0 + W'(z') \quad (7)$$

式中:  $U' = \{u', \varphi', M', Q'\}^T$ ,  $\varphi'$ 、 $M'$  和  $Q'$  分别为  $z'$  处桩的转角、弯矩和剪切力;  $U'_0 = \{u_0, \varphi_0, M_0, Q_0\}^T$ ,

$u_0$  和  $\varphi_0$  分别为地表处桩的位移和转角;

$$W' = \{W_1, W_2, W_3, W_4\}^T,$$

$$W_1 = \frac{mbu_*}{EI} \left[ \frac{z_0^5 - (z' + z_0)^5}{120} + \frac{z_0^4 z'}{24} + \frac{z_0^3 z'^2 + z_0^2 z'^3}{12} \right],$$

$$W_2 = \frac{mbu_*}{EI} \left[ \frac{z_0^4 - (z' + z_0)^4}{24} + \frac{z_0^3 z'}{6} + \frac{z_0^2 z'^2}{4} \right],$$

$$W_3 = \frac{mbu_*}{2} \left[ \frac{z_0^3 - (z' + z_0)^3}{3} + z_0^2 z' \right],$$

$$W_4 = \frac{mbu_*}{2} [z_0^2 - (z' + z_0)^2];$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & z' & \frac{z'^2}{2EI} & \frac{z'^3}{6EI} \\ 0 & 1 & \frac{z'}{EI} & \frac{z'^2}{2EI} \\ 0 & 0 & 1 & z' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

式(6)不能求得解析解。弹性段桩身水平位移可采用幂级数形式表示:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad (8)$$

式中:  $a$  为待定系数。把式(8)代入式(6)进行求解,并利用欧拉梁理论中转角、弯矩和剪切力与横向位移的关系,得弹性段桩身变形和内力的解为

$$U(z) = C(z)U_h \quad (9)$$

式中:  $U = \{u, \varphi, M, Q\}^T$ ,  $\varphi$ 、 $M$  和  $Q$  分别为  $z$  处桩的转角、弯矩和剪切力;  $U_h = \{u_h, \varphi_h, M_h, Q_h\}^T$ ,  $u_h$ 、 $\varphi_h$ 、 $M_h$  和  $Q_h$  分别为弹性段桩身顶端的位移、转角、弯矩和剪切力;  $C = \begin{bmatrix} R_1 & S_1 & T_1 & V_1 \\ R_2 & S_2 & T_2 & V_2 \\ R_3 & S_3 & T_3 & V_3 \\ R_4 & S_4 & T_4 & V_4 \end{bmatrix}$ , 式中

$$R, S, T, V \text{ 分别为: } R_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_{1,n} z^n, S_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_{2,n} z^n, T_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_{3,n} z^n, V_1 = \sum_{n=0}^{\infty} c_{4,n} z^n, R_2 = \frac{dR_1}{dz}, S_2 = \frac{dS_1}{dz}, T_2 = \frac{dT_1}{dz}, V_2 = \frac{dV_1}{dz}, R_3 = EI \frac{d^2 R_1}{dz^2}, S_3 = EI \frac{d^2 S_1}{dz^2}, T_3 = EI \frac{d^2 T_1}{dz^2}, V_3 = EI \frac{d^2 V_1}{dz^2}, R_4 = EI \frac{d^3 R_1}{dz^3}, S_4 = EI \frac{d^3 S_1}{dz^3}, T_4 = EI \frac{d^3 T_1}{dz^3}, V_4 = EI \frac{d^3 V_1}{dz^3};$$

$$\text{式中 } c \text{ 可按下式计算: } c_{1,0} = 1, c_{1,1} = 0, c_{1,2} = 0, c_{1,3} = 0, c_{1,4} = -\frac{\lambda(z_0 + H_1)}{24}, c_{2,0} = 0, c_{2,1} = 1, c_{2,2} = 0, c_{2,3} = 0, c_{2,4} = 0, c_{3,0} = 0, c_{3,1} = 0, c_{3,2} = \frac{1}{2EI}, c_{3,3} = 0, c_{3,4} = 0, c_{4,0} = 0, c_{4,1} = 0,$$

$$c_{4,2} = 0, c_{4,3} = \frac{1}{6EI}, c_{4,4} = 0; \text{ 其余项的递推公式为:}$$

$$c_{i,n} = -\frac{\lambda(z_0 + H_1)c_{i,n-4}}{n(n-1)(n-2)(n-3)} - \frac{\lambda c_{i,n-5}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}$$

$$(i = 1, 2, 3, 4; n \geq 5); \lambda = \frac{mb}{EI}.$$

求得式(7)和式(9)后,桩顶未知的边界值可通过桩顶和桩底已知的边界值,以及桩的变形和内力在弹塑性分界点处的连续性求得,桩身任一点处的变形和内力也可通过式(7)和式(9)求得。弹塑性分界点的位置可由二分法求得。另外,还可采用二分法近似求得桩身剪切力为零的点,也即桩身弯矩的微分为零的点,再比较该点弯矩和桩顶弯矩以得到最大弯矩。

## 2 算例验证

基于所得解,采用计算机语言 FORTRAN 编制了计算程序。为了验证解及程序的可靠性,以下与现场实测值及 Hsiung 解<sup>[15-16]</sup>的计算结果进行对比。Mohan 等在 1971 年报道了一组水平荷载桩现场实测结果<sup>[22]</sup>,桩身由钢管制成,桩长为 5.25 m,桩径为 10 cm,抗弯刚度  $EI = 313.6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ,桩顶和桩底的约束条件均为自由。地面至地面以下 3.3 m 范围内为砂土,其下为黏土。由于水平荷载桩的位移一般发生在桩身上部,土体屈服位移按砂土取值:  $u_* = 3.75 \text{ mm}$ 。本文解土体参数取值:  $m = 24.0 \text{ MN/m}^4$ ,  $z_0 = 0.3 \text{ m}$ ; Hsiung 解<sup>[15-16]</sup>中地基反力系数:  $k = 15.8 \text{ MN/m}^3$ 。桩顶施加水平力  $Q_0 = 4.9 \text{ kN}$ ,力矩  $M_0 = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。桩的水平位移和弯矩沿桩身分布的实测值及计算值如图 3 所示。

图 3 可见, Hsiung 解<sup>[15-16]</sup>计算出的地面处桩身位移约比实测值大 11.2%,计算出的桩身最大弯矩约比实测值小 14.2%;而解计算出的地面处桩身位移只比实测值大 2.0%,桩身最大弯矩比实测值小 2.3%。

## 3 影响因素分析

另以某工程钢管桩为例分析,桩长为 20 m,直径为 0.61 m,抗弯刚度  $EI = 170.2 \text{ MN} \cdot \text{m}^2$ ;土体屈服位移  $u_* = 1 \text{ cm}$ ,  $z_0 = 0.2 \text{ m}$ ,  $m = 40 \text{ MN/m}^4$ ;桩底约束条件为自由。

### 3.1 水平荷载及桩顶约束条件的影响

假定桩底自由,针对自由和固定两种桩顶约束条件及不同的荷载大小,计算得到的桩身水平位移和弯矩沿桩身的分布如图 4 所示。由于桩顶固定时桩身弯矩的最大值为负值,为绘图方便,该条件下的

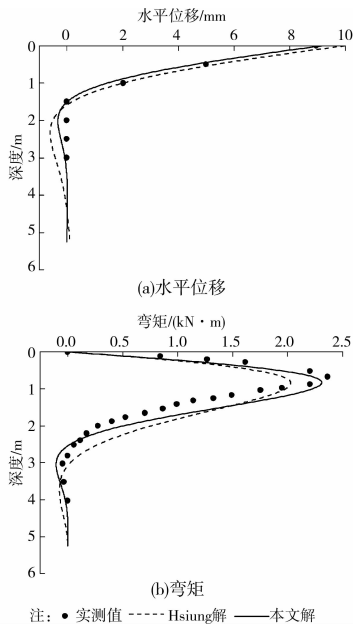


图 3 计算值与现场实测值对比图

弯矩反号。随着水平力和力矩的增加,桩身位移和弯矩都非线性增大。地面处桩身位移最大,距离地面的距离越大桩身位移越小,距地面的距离超过 10 倍桩径时桩身响应极小,可忽略不计,且桩身响应较大的桩段长度不随荷载大小和桩顶约束条件的改变而发生变化。桩顶约束条件的影响很大。桩顶位移最大。桩顶固定时,桩顶弯矩最大;桩顶自由时,最大弯矩发生在桩顶以下某点处,其位置随力矩的增加而向上移动,随水平力的增加而向下移动。

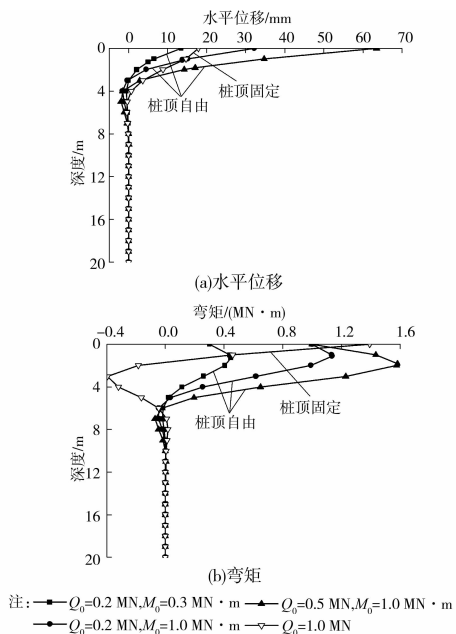


图 4 桩身响应沿深度分布图

### 3.2 土体屈服位移及参数 $m$ 的影响

假定作用在桩顶的水平力为 400 kN,力矩为

200 kN·m,桩顶自由,在不同的  $m$  值下桩的最大位移和最大弯矩与土体屈服位移的关系如图 5 所示。由图 5(a)可见,桩顶位移随土体屈服位移的增加而减小,且其变化的幅度随土体屈服位移的增加而减小。这是因为土体屈服位移越大,极限土反力就越大,土也越难以屈服,桩顶位移就越小。 $m$  值越大,极限土反力及土为弹性状态时相同水平位移下的反力就越大,也即土抵抗侧向变形的能力就越强,因而桩顶位移就越小;反之, $m$  值越小,土抵抗侧向变形的能力就越弱,在相同的荷载作用下桩顶位移就较大。由图 5(b)可见,最大弯矩随土体屈服位移的增加而减小,且其变化的幅度随土体屈服位移的增加而减小;最大弯矩随  $m$  值的增加而减小。这主要是因为最大弯矩所在深度随土体屈服位移及  $m$  值的增加而减小。

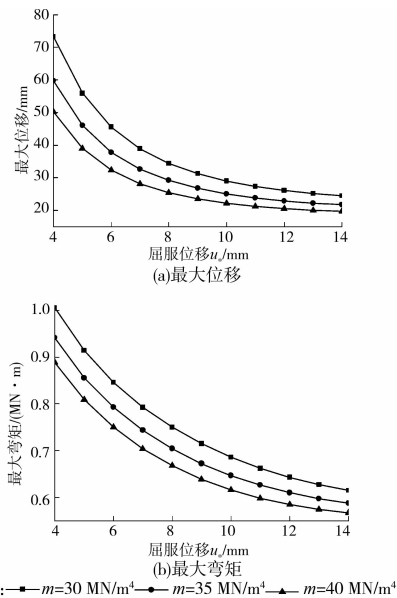


图 5 不同  $m$  值下桩身响应-土体屈服位移曲线图

## 4 结 论

1) 既考虑了土体屈服,又采用沿深度线性增加并能较好的体现上部土体抵抗侧向变形能力的地基反力系数,求得桩身响应的解并编制了计算程序。所得成果可应用于目前使用日益广泛的大变形条件下水平荷载单桩的设计与计算。

2) 随着水平力和力矩的增加,桩身位移和弯矩都非线性增大。

3) 地面处桩身位移最大,距离地面的距离越大桩身位移越小,距地面的距离超过 10 倍桩径时桩身响应极小,可忽略不计,且桩身响应较大的桩段长度不随荷载大小和桩顶约束条件的改变而发生变化。

4) 桩顶约束条件的影响很大。桩顶位移最大。桩顶固定时,桩顶弯矩最大;桩顶自由时,最大弯矩发生在桩顶以下某点处,且其位置随力矩的增加而向上移动,随水平力的增加而向下移动。

5) 桩的最大位移和最大弯矩均随土体屈服位移的增加而减小,且其变化的幅度随土体屈服位移的增加而减小。

6) 桩的最大位移和最大弯矩均随比例系数  $m$  的增加而减小。

7) 计算发现本文解计算结果与现场实测值吻合度很高,比已有解更优,所得解及程序是可靠的。

### 参考文献:

- [1] Basu D, Salgado R. Analysis of laterally loaded piles with rectangular cross sections embedded in layered soil [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, 32(7): 721-744.
- [2] Chan L C, Low B K. Reliability analysis of laterally loaded piles involving nonlinear soil and pile behavior [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2009, 135(3): 431-443.
- [3] Sawwaf M E. Lateral behavior of vertical pile group embedded in stabilized earth slope [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2008, 134(7): 1015-1020.
- [4] Fan C C, Long J H. A modulus-multiplier approach for non-linear analysis of laterally loaded pile groups [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2007, 31(9): 1117-1145.
- [5] 赵明华,汪优,黄靓. 水平受荷桩的非线性无网格法分析[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(6): 907-912.  
Zhao M H, Wang Y, Huang L. Nonlinear analysis of meshless method for piles under horizontal load [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(6): 907-912.
- [6] 戴自航,陈林靖. 多层地基中水平荷载桩计算  $m$  法的两种数值解[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(5): 690-696.  
Dai Z H, Chen L J. Two numerical solutions of laterally loaded piles installed in multi-layered soils by  $m$  method [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(5): 690-696.
- [7] 周健,张刚,曾庆有. 主动侧向受荷桩模型试验与颗粒流数值模拟研究[J]. *岩土工程学报*, 2007, 29(5): 650-656.  
Zhou J, Zhang G, Zeng Q Y. Model tests and PFC<sup>2D</sup> numerical analysis of active laterally loaded piles [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(5): 650-656.
- [8] 中华人民共和国住房和城乡建设部. JGJ94—2008 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
- [9] 王伯惠,上官兴. 中国钻孔灌注桩新发展[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999: 74-142.
- [10] 张忠苗. 桩基工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007: 246-283.
- [11] Karthigeyan S, Ramakrishna V V G S T, Rajagopal K. Numerical investigation of the effect of vertical load on the lateral response of piles [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2007, 133(5): 512-521.
- [12] Matlock H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay [C]//*Proceedings of the Second Annual Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1970: 577-594.
- [13] Reese L C, Cox W R, Koop F D. Analysis of laterally loaded piles in sand [C]//*Proceedings of the Sixth Annual Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, 1974: 473-483.
- [14] 叶万灵,时蓓玲. 桩的水平承载力实用非线性计算方法——NL法[J]. *岩土力学*, 2000, 21(2): 97-101.  
Ye W L, Shi B L. A practical non-linear calculation method of pile's lateral bearing capacity—NL method [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2000, 21(2): 97-101.
- [15] Hsiung Y M. Theoretical elastic-plastic solution for laterally loaded piles [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2003, 129(5): 475-480.
- [16] Hsiung Y M, Chen S S, Chou Y C. Analytical solution for piles supporting combined lateral loads [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2006, 132(10): 1315-1324.
- [17] 常林越,王金昌,朱向荣,等. 水平受荷长桩弹塑性计算解析解[J]. *岩土力学*, 2010, 31(10): 3173-3178.  
Chang L Y, Wang J C, Zhu X R, et al. Analytical elastoplastic solutions of laterally loaded long piles [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(10): 3173-3178.
- [18] Zhang L, Gong X N, Yang Z X, et al. Elastoplastic solutions for single piles under combined vertical and lateral loads [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2011, 18(1): 216-222.
- [19] Guo W D. On limiting force profile, slip depth and response of lateral piles [J]. *Computers and Geotechnics*, 2006, 33(1): 47-67.
- [20] Guo W D. Nonlinear response of laterally loaded piles and pile groups [J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2009, 33(7): 879-914.
- [21] Poulos H G, Davis E H. *Pile foundation analysis and design* [M]. New York: Wiley, 1980: 163-232.
- [22] 吴恒立. 计算推力桩的综合刚度原理和双参数法[M]. 2版. 北京: 人民交通出版社, 2000: 1-272.