

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2013.03.011

基于检测数据更新的混凝土碳化深度预测

刘均利^{1,2}, 方志¹

(1. 湖南大学 土木工程学院, 长沙 410082; 2. 桂林理工大学 广西岩土力学与工程重点实验室, 广西 桂林 541004)

摘要:混凝土碳化深度预测模型及模型参数的选择均存在不可忽略的主观不确定性和随机性,应用于实际工程时存在显著的误差,而实际检测数据往往样本数量少、缺乏足够的完备性而不能用于实际工程中混凝土碳化深度的预测。以几个碳化深度预测模型计算结果的加权平均值来预测混凝土碳化深度,用贝叶斯方法结合检测信息和先验预测模型,更新预测模型权重的概率分布和相应模型分布参数的概率分布,采用更新后的模型权重和参数后验分布,可以更加准确地对结构的碳化规律进行评估和预测。以一个 10 a 期自然碳化试验结果为例,验证了本方法的有效性。

关键词:混凝土;碳化;贝叶斯更新;检测信息

中图分类号: TU528.01 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2013)03-0070-05

Carbonation Depth Prediction of Concrete Structures Based on Inspection Data

Liu Junli^{1,2}, Fang Zhi¹

(1. School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, P. R. China;

2. Guangxi Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering,
Guilin University of Technology, Guilin 541004, Guangxi, P. R. China)

Abstract: There are subjective uncertainty and randomness in concrete carbonation depth forecasting model and the model distribution parameters, which cause significant errors in application to practical engineering. Actual inspection data can not often be used to forecast concrete carbonation depth in the actual project due to its small sample size and lack of sufficient completeness. The weighted value of several model calculations was used to forecast the concrete carbonation depth. By using Bayesian approach, the inspection information and the prior prediction model were incorporated, and the prior model weights and model distribution parameters statistics were updated. It is more accurate to forecast the carbonation depth using the updated model weights and model distribution parameters. The procedure for updating the mechanical model selection and distribution parameter statistics was illustrated with a 10-year-long concrete carbonation test.

Key words: concrete; carbonation; Bayesian updating; inspection information

在一般大气环境中,混凝土碳化是导致钢筋锈蚀的主要原因之一。混凝土碳化机理的研究已比较充分,但混凝土碳化受多种因素影响,如水泥品种和用量、水灰比、混凝土的养护、混凝土强度等级和环

境因素等^[1-2]。国内外学者从不同角度提出了许多混凝土碳化深度预测模型,牛荻涛等^[1]以抗压强度为主要参数,考虑浇筑面、角部位置、工作应力、环境温度 and 湿度等因素影响,提出一个半理论半经验随

收稿日期:2012-11-26

基金项目:国家自然科学基金(51278182);广西科学研究与技术开发计划(桂科攻 0816006-4、桂科攻 1355008-9);广西重点实验室建设基金(11-CX-05)

作者简介:刘均利(1978-),男,博士生,主要从事桥梁耐久性研究,(E-mail)pcbridge9698@gmail.com。

机模型;张誉等^[2]以水灰比和水泥用量为主要参数,并通过快速碳化试验数据对模型进行了修正,建立了一个既有理论依据又有实用价值的碳化深度预测模型;Hakkinen^[3]以抗压强度为主要参数并考虑水泥掺合料和环境因素影响,建立一个模型,目前在欧洲广泛应用;Wang等^[4]建立了能考虑粉煤灰影响的预测混凝土碳化深度的数值模型;Talukdar等^[5-6]以CO₂浓度、CO₂扩散系数为主要参数,建立了能考虑气候影响的碳化深度预测模型。由于各个碳化深度预测模型考虑的侧重点不同,对同一工程,不同模型的预测结果存在显著的差异。卢峰等^[7]通过不同预测模型计算结果与实际工程检测数据对比,发现计算结果与实际工程测试结果差异普遍在30%~50%左右,且不同模型的适用条件也不同,如张誉模型计算粉煤灰混凝土碳化深度的精度较高,而牛荻涛模型计算普通水泥混凝土碳化深度的精度较高,模型的选择对评估结果的精度影响显著。

对一个既有结构,其各种因素对碳化的影响都已定型,理论上可依据碳化深度实测值确定碳化的概率模型,但碳化检测是有损检测,实际工程检测中样本数量受到限制而缺乏足够的代表性,单依靠小样本检测数据进行碳化可靠性分析可能导致统计不确定性太大^[8],且当前工程检测中常用测量碳化深度的酚酞指示剂测试法易受外界因素影响,精度不高。贝叶斯方法可以综合数学预测模型的先验信息和现场检测的自然信息,更新预测模型,提高预测的精度。卫军等^[8]利用检测数据对混凝土模型和钢筋锈蚀模型的参数进行了更新,并利用更新后的参数计算结构的可靠度;Caspeele等^[9]应用贝叶斯方法将文献资料信息和少量试验资料结合,提高混凝土抗压强度的统计分布精度;Hyun等^[10]应用贝叶斯方法将验证荷载引入桩基的可靠性设计;吴本英等^[11]采用贝叶斯理论结合模型信息和检测信息,对碳化深度预测模型的参数进行更新,更新后的模型预测精度提高,同时发现如果模型选择恰当,更新后结果与实际工程吻合良好,如果模型选择不当,更新后的预测结果仍不理想。

笔者提出一个预测混凝土碳化深度的两层次贝叶斯更新模型,将碳化预测模型的均值和方差均看做随机变量,首先选择几个模型作为先验模型并对其平均赋以权重,然后应用检测信息,对模型的分布参数和模型权重进行更新,最后用更新后的模型参数和权重预测混凝土碳化深度。

1 双层贝叶斯更新模型

1.1 预测模型分布参数的贝叶斯更新

已有研究成果证明,混凝土的碳化深度 x 较好

地服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,由于存在主观不确定性,预测模型中碳化深度 x 的均值 μ 和方差 σ^2 均应为随机变量,在对具体工程的碳化深度检测前,对均值 μ 和方差 σ^2 的认识来自经验和已有研究成果(模型),这种认识叫做先验信息^[1,12-13]。

采用共轭分布确定碳化深度 x 的均值 μ 和方差 σ^2 的先验分布和后验分布^[14],当 σ^2 已知时,均值 μ 符合正态分布:

$$\mu | \sigma^2 \sim N(\mu_0, \sigma^2/k_0) \quad (1)$$

方差 σ^2 服从倒伽马分布:

$$\sigma^2 \sim IGa(\nu_0/2, \nu_0\sigma_0^2/2) \quad (2)$$

均值 μ 和方差 σ^2 的共轭先验分布为:

$$\pi(\mu, \sigma) \propto \sigma^{-1} (\sigma^2)^{-\nu_0/2} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} [\nu_0\sigma_0^2 + k_0(\mu - \mu_0)^2]\right) \quad (3)$$

式中: k_0, ν_0, σ_0 和 μ_0 为超参数^[14],可根据先验矩法、先验分位数等方法确定。均值 μ 和方差 σ^2 的先验分布反映过去的研究成果对事物的认识,混凝土结构运营一段时间,通过检测获得一个碳化深度的样本 x_1, x_2, \dots, x_n 后,对均值 μ 和方差 σ^2 有了新的认识。样本 x_1, x_2, \dots, x_n 的联合密度函数可表示为:

$$p(x | \mu, \sigma^2) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right\} = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \sigma^{-n} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [n-1)s^2 + n(\bar{x} + \mu)^2]\right\} \quad (4)$$

式中 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, (n-1)s^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ 。

均值 μ 和方差 σ^2 的后验分布为^[14]:

$$\pi(\mu, \sigma | x) \propto \sigma^{-1} (\sigma^2)^{-\left(\frac{\nu_0}{2}+1\right)} \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [\nu_n\sigma_n^2 + k_n(\mu - \mu_n)^2]\right\} \quad (5)$$

式中:

$$\mu_n = \frac{k_0}{k_0 + n} \mu_0 + \frac{n}{k_0 + n} \bar{x} \quad (6)$$

$$k_n = k_0 + n \quad (7)$$

$$\nu_n = \nu_0 + n \quad (8)$$

$$\nu_n\sigma_n^2 = \nu_0\sigma_0^2 + (n-1)s^2 + \frac{k_0 n}{k_0 + n} (\mu_0 + \bar{x})^2 \quad (9)$$

后验分布与先验分布形式上相同,只是以 μ_n, ν_n, k_n 和 $\nu_n\sigma_n^2$ 代替 μ_0, ν_0, k_0 和 $\nu_0\sigma_0^2$ 。后验均值 μ_n 是先验均值 μ_0 和检测均值 \bar{x} 的加权平均值。 k_0 的含义:先验信息相当于“ k_0 个样本”所提供的信息, $k_n = k_0 + n$ 相当于先验信息和后验信息的“总样本容量”。后验自由度 ν_n 是先验自由度加样本容量。

1.2 模型不定性的贝叶斯更新

假如有 m 个模型可以预测事件 X 的结果,但不知哪一个模型是最合理的,即 m 个模型都有可能是合理的,则事件 X 发生的概率可表示为:

$$P(X) = \sum_{i=1}^m P(M_i) \int_{\theta_i} P(X | \theta_i, M_i) \pi(\theta_i | M_i) d\theta_i \quad (10)$$

式中: $P(M_i)$ 是模型的权重,满足 $\sum_{i=1}^m P(M_i) = 1$, 当不知哪个模型最合理时,可取相同的概率,即 $P(M_i) = P(M_j)$ 。 $\theta_i = \{\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{im}\}$ 表示模型 M_i 的分布参数向量; $\pi(\theta_i | M_i)$ 表示模型 M_i 中参数 θ_i 的先验分布; $P(X | \theta_i, M_i)$ 是事件 X 对 (M_i, θ_i) 的条件分布。

模型 M_i 与分布参数 θ_i 的先验分布 $\pi(H_i)$ 为:

$$\pi(H_i) = P(M_i) \pi(\theta_i | M_i) \quad (11)$$

当获得了 X 的观测数据 x 后,可根据贝叶斯原理给出 H_i 的后验分布:

$$\pi(H_i | x) = \frac{P(M_i | x) \pi(\theta_i | M_i, x) = P(x | H_i) \pi(\theta_i | M_i) P(M_i)}{\sum_{i=1}^m P(M_i) \int_{\theta} P(x | \theta_i, M_i) \pi(\theta_i | M_i) d\theta_i} \quad (12)$$

将式(12)两边对 θ_i 积分,可得 M_i 的后验分布:

$$P(M_i | x) = \frac{P(M_i) \int_{\theta} P(x | H_i) f(\theta_i | M_i) d\theta_i}{\sum_{i=1}^m P(M_i) \int_{\theta} P(x | H_i) f(\theta_i, M_i) d\theta_i} \quad (13)$$

当有多个观测值时, $P(x | H_i)$ 即样本 x 的联合概率密度函数。式(12)除以式(13),可得 θ_i 的后验分布:

$$\pi(\theta_i | M_i, x) = \frac{P(x | H_i) \pi(\theta_i | M_i)}{\int_{\theta} P(x | \theta_i, M_i) \pi(\theta_i | M_i) d\theta_i} \quad (14)$$

则 X 的后验分布可表示为

$$P_{up} = \sum_{i=1}^m P(M_i | x) \int_{\theta_i} P(X | \theta_i, M_i) \pi(\theta_i | M_i, x) d\theta_i \quad (15)$$

在没有获得检测数据前,应用贝叶斯先验模型式(10)预测碳化深度值;当获得检测数据后,应用贝叶斯后验模型式(15)预测碳化深度值。随着服役期增长,检测数据增多,可以不断对碳化深度预测模型进行贝叶斯更新,提高预测精度。

2 算例

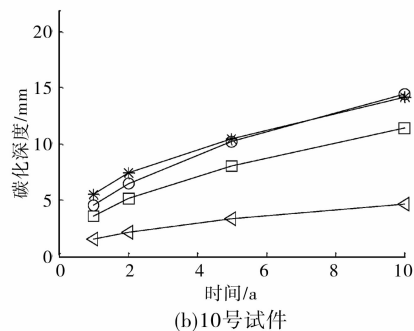
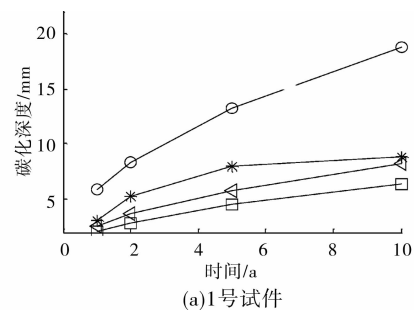
张令茂^[15]做了一个 10 a 期的室内暴露碳化试验,采用 425 # 普通水泥(含 15% 掺合料),室温 20℃, CO₂ 的体积分数为 340 × 10⁻⁶, 相对湿度 70%,

其中 10 号试件掺加 30% 粉煤灰。检测了 0.5、1、2、5 和 10 a 的碳化深度资料,如表 1 所示。

表 1 试验数据

编号	碳化年龄/a	水胶比	水泥用量/ (kg · m ⁻³)	抗压强度/ MPa	碳化深度 实测值/mm
1	0.5	0.45	400	28.9	1.94
1	1.0	0.45	400	28.9	3.10
1	2.0	0.45	400	28.9	5.31
1	5.0	0.45	400	28.9	7.96
1	10.0	0.45	400	28.9	8.75
10	0.5	0.45	280	38.0	3.92
10	1.0	0.45	280	38.0	5.48
10	2.0	0.45	280	38.0	7.38
10	5.0	0.45	280	38.0	10.46
10	10.0	0.45	280	38.0	14.22

试验结果和牛荻涛模型、张誉模型和 Hakkinen 模型的计算结果对比见图 1。对 1 号试件,牛荻涛模型与检测结果最接近,误差在 30% 左右, Hakkinen 模型与试验结果相差最大,误差接近 100%;对 10 号试件, Hakkinen 模型吻合最好,误差小于 15%,牛荻涛模型误差最大,超过 100%。



注: △—牛荻涛模型 □—张誉模型 ○—hakkinen *—模型实测数据

图 1 碳化模型计算结果与试验结果对比

取碳化系数为统计量,牛荻涛模型^[1]是随机模型,可计算标准差,张誉模型^[2]和 Hakkinen^[3]模型是确定型模型,取与牛荻涛模型相同的离散系数作为先验信息。由于文献^[15]只给出了 5 次碳化深度实测值,假设实测是 3 个试件均值,总共测试 15 个

试件,根据统计理论计算出 1 号试件和 10 号试件的实测均值和方差。

贝叶斯更新后的模型权重见表 2。对 1 号试件,牛荻涛模型吻合最好,更新后牛荻涛模型权重最大,而 Hakkinen 的权重更新后接近 0。而 10 号试件,Hakkinen 模型吻合最好,更新后的权重也最高。碳化系数的密度曲线见图 2,先验分布是 3 个模型的平均值,试验数据曲线是 5 次检测总样本曲线。随着更新次数增多,样本量增大,模型计算的碳化系数中值逐步接近实测值,标准差也逐步接近真实标准差,当实验样本无限大时,贝叶斯更新的概率密度曲线与真实概率密度曲线重合。图 3 为更新后碳化深度预测值,更新次数越多,结果越精确,更新后的预测结果精度高于单一模型预测精度。

表 2 各种模型的先验与后验权重

试件	1 号			10 号		
	牛荻涛	张誉	H	牛荻涛	张誉	H
先验	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
一次更新	0.57	0.41	0.02	0.00	0.30	0.70
二次更新	0.72	0.28	0.00	0.00	0.23	0.77
三次更新	0.84	0.16	0.00	0.00	0.20	0.80
四次更新	0.88	0.12	0.00	0.00	0.22	0.78

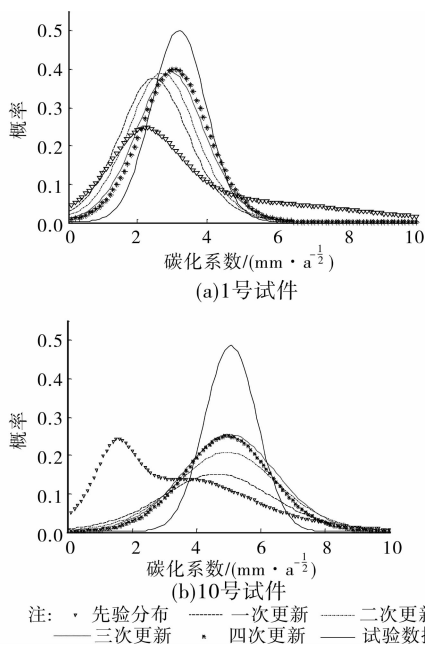


图 2 碳化系数的先验与后验分布

3 结 语

通过贝叶斯方法,将小样本工程检测数据与现有碳化预测模型结合,对模型的选择和模型参数的

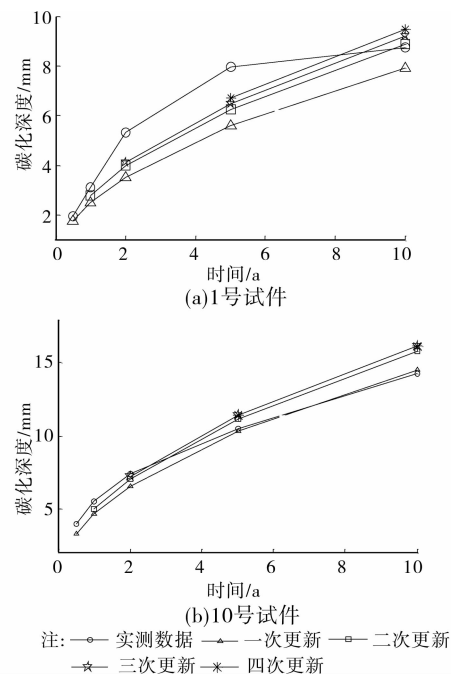


图 3 碳化深度均值的贝叶斯更新

取值进行更新,有效降低模型选择和模型参数的主观不定性和随机性。本方法尤其适用于存在多个结果差异较大的预测模型情形,采用本方法,仅应用少量检测数据即可获得更合理的结果,如在工程结构生命期内定期检测,可实现贝叶斯动态信息更新,使预测结果更加接近工程结构的实际情况。

参考文献:

[1] 牛荻涛,董振平,浦聿修. 预测混凝土碳化深度的随机模型[J]. 工业建筑,1999,29(9):41-44.
 Niu D T, Dong Z P, Pu Y X. Random model of predicting the carbonated concrete depth [J]. Industrial Architecture, 1999, 29(9): 41-44.

[2] 张誉,蒋利学. 基于碳化机理的混凝土碳化深度实用数学模型[J]. 工业建筑,1998,28(1):16-19.
 Zhang Y, Jiang L X. A practical mathematical model of concrete carbonation depth based on the mechanism [J]. Industrial Architecture, 1998, 28(1): 16-19.

[3] Hakkinen T. Influence of high slag cement on the basic mechanical properties and carbonation of concrete [M]. Espoo: Technical Research Centre of Finland, 1993.

[4] Wang X Y, Lee H S. A model for predicting the carbonation depth of concrete containing low-calcium fly ash [J]. Construction and Building Materials, 2009,23(2): 25-733.

[5] Talukdar S, Bantia N, Grace J R. Carbonation in concrete infrastructure in the context of global climate change-Part 1: Experimental results and model

- development [J]. *Cement and Concrete Composites*, 2012, 34(8): 924-930.
- [6] Talukdar S, Bantia N, Grace J R. Carbonation in concrete infrastructure in the context of global climate change: Part 2-Canadian urban simulations [J]. *Cement and Concrete Composites*, 2012, 34(8): 931-935.
- [7] 卢峰,刁波. 混凝土碳化及钢筋锈蚀预测模型对比验证 [J]. *混凝土*, 2009 (1): 36-40.
Lu F, Diao B. Contrast and verification of the concrete carbonation model and rebar corrosion model [J]. *Concrete*, 2009 (1): 36-40.
- [8] 卫军,罗扣. 基于贝叶斯方法的时变可靠度分析[J]. *华中科技大学学报:自然科学版*, 2007, 35(2): 1-3.
Wei J, Luo K. Analysis of time-dependent reliability by using Bayesian approach [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Nature Science Edition*, 2007, 35(2): 1-3.
- [9] Caspeele R, Taerwe L. Bayesian assessment of the characteristic concrete compressive strength using combined vague-informative priors [J]. *Construction and Building Materials*, 2012, 28(2): 342-350.
- [10] Hyun P, Kim D, Kichung C. Implementation of bayesian theory on LRFD of axially loaded driven piles [J]. *Computers and Geotechnics*, 2012, 42(1): 73-80.
- [11] 吴本英,周锡武. 基于贝叶斯方法的混凝土结构碳化深度预测研究[J]. *武汉理工大学学报*, 2011, 33(3): 103-107.
- Wu B Y, Zhou X W. Analysis of time-dependent reliability by using Bayesian approach [J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2011, 33(3): 103-107.
- [12] Monteiro I, Branco A, Debrito J, et al. Statistical analysis of the carbonation coefficient in open air concrete structures [J]. *Construction and Building Materials*, 2012, 29(2): 263-269.
- [13] 贡金鑫,王金锋,赵尚传. 基于碳化的既有钢筋混凝土桥梁耐久性的概率分析[J]. *混凝土*, 2006(1): 18-22.
Gong J X, Shui J F, Zhao S C. Probability analysis for existing reinforced concrete bridges durability regarding carbonation [J]. *Concrete*, 2006(1): 18-22.
- [14] Zhang R X, Mahadevan S. Model uncertainty and Bayesian updating in reliability-based inspection [J]. *Structural Safety*, 2000, 22(2): 145-160.
- [15] 张令茂,江文辉. 混凝土自然碳化及其与人工加速碳化的相关性研究[J]. *西安建筑科技大学学报*, 1990, 22(3): 207-214.
Zhang L M, Jiang W H. A study on carbonation of concrete in natural condition and its correlation with artificial accelerated carbonation [J]. *Journal of Xi'an University of Architecture and Technology*, 1990, 22(3): 207-214.

(编辑 罗 敏)