第 35 卷增刊 2013 年 12 月 Vol. 35 Dec 2013

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2013.S2.018

二维非负稀疏偏最小二乘在人脸识别中的应用

步文斌^a,杨 丹^b,黄 晟^c,葛永新^b,张小洪^b (重庆大学 a. 数学与统计学院;b. 软件学院;c. 计算机学院,重庆 400030)

摘 要:近几年偏最小二乘算法在人脸识别中得到了广泛的应用,但是其各种改进算法都没有同时利用非负性算法和稀疏性来提高识别率和鲁棒性。为了解决这些问题,结合二维偏最小二乘与非负性思想和稀疏性约束提出二维非负稀疏偏最小二乘(Two-dimensional nonnegative sparse partial least squares,2DNSPLS) 算法。其核心思想是在提取人脸特征时加入了非负性约束和稀疏性约束,使得2DNSPLS 不仅拥有偏最小二乘算法加入类别信息带来的分类效果,还保留了图像矩阵的内部结构信息,而且还使得到的基矩阵具有非负的局部的可解释性并且具有一定的稀疏性。在Yale和PIE人脸库中的实验表明,该算法从时间上和识别率上均优于人脸识别的主流算法,并且对于遮挡有较好的鲁棒性。

关键词:二维偏最小二乘;非负性;稀疏性;人脸识别;二维非负稀疏偏最小二乘

中图分类号:TP181;TP391 文献标志码:A 文章编号:1674-4764(2013)S2-0073-05

Two Dimensional Nonnegative Sparse Partial Least Squares for Face Recognition

Bu Wenbin^a, Yang Dan^b, Huang Sheng^c, Ge Yongxin^c, Zhang Xiaohong^b

(a. College of Mathematics and Statistics; b. School of Software Engineering;

c. College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 401331, P. R. China)

Abstract: Partial least squares (PLS) algorithm has been widely used in face recognition recent years, but the improved algorithm of PLS did not consider both the constraint of nonnegative and sparsity to improve the recognition accuracy and robustness. To take over these disadvantages, the paper proposes a novel approach to extract the facial features called Two-dimension Nonnegative Sparse Partial Least Squares (2DNSPLS). The main idea of the approach is grabbing the local features via adding the constraint of nonnegative and sparse to 2DPLS, which make the approach gain not only the advantages of 2DPLS, incorporating both inherent structure and category information of images, but also the local features, having nonnegative interpretability and sparsity. For evaluating the approach's performance, a series of experiments are conducted on two famous face image databases Yale and PIE face databases, which demonstrate that the proposed approach outperforms the state-of-art algorithms and has good robustness to occlusion.

Key words: two dimension partial least squares (2DPLS); nonnegative; sparsity; face recognition; two dimension nonnegative sparse partial least squares (2DNSPLS)

随着科技的进步,人脸识别作为重要的一种生物特征识别技术,正受到越来越多的关注和研究。本文所研究的就是基于子空间统计特征的特征提取算法。

Wold^[1]提出的偏最小二乘(Partial Least Squares, PLS)可以解决变量之间的多重相关性问题,适合在样本容量小于变量个数的情况下应用。近几年 PLS 及其改进算法在人脸识别中得到了广泛应用。Beak 等^[2]首次将 PLS 用于人脸识别,得到不错的识别率。Yang 等^[3-5]将 PLS 扩展成二维算法,提出了二维偏最小二乘(Two-dimensional PLS, 2DPLS),以提高人脸识别的准确率。其他将 PLS 应用到人脸识别中的文献^[6-9]也层出不穷。但是这些算法没有考虑到非负性和稀疏性(稀疏表示)的结合。非负性是由 Lee 等^[10]提出的,他

们提出了非负矩阵分解(Nonnegative Matrix Factorization, NMF),其符合人对事物由局部到整体的认知规律。NMF的关键约束是要求基矩阵非负,这意味着所有的信息只能相加。正如文献[11]中所述,NMF通过非负性约束可以得出一个关于特征的加性组合,其不仅可以提高所获数据的局部性,而且可以让基矩阵稀疏。因此在已有的全局性算法中加入非负性约束已经成为一个新的研究方向[11-13]。但是这些算法没有考虑稀疏性约束。

稀疏表示是由压缩感知理论发展而来的。Donoho 等[14-15]和 Candes 等[16]提出了压缩感知(Compressed Sensing, CS)也被称为压缩采样或稀疏采样,指出只要信号是可压缩的或者在某个变换域上是足够稀疏的,即使以远低于奈 奎斯特(Nyquist)采样频率对其进行采样,也能够完全恢复出原始信号。这种利用信号本身的稀疏性建立起来的用于信号获取和重建的理论和方法得到了广泛的研究,并且成功地应用到了模式识别领域。随着稀疏表示理论的发展,一系列的基于稀疏表示的子空间算法被提出,如稀疏主成分分析(Sparse principle component analysis, SPCA)[17-19]、稀疏判别分析(Sparse linear discriminant analysis, SLDA)[20]、图稀疏投影(Sparse projections over graph, SPG)[21]、稀疏保留映射(Sparsity preserving projections, SPP)[22]等,均得到了较好的实验结果。但是这些算法没有考虑非负性约束。

将非负性约束以及稀疏性约束与 2DPLS 结合,提出了一种二维非负稀疏偏最小二乘(Two-dimensional nonnegative sparse PLS,2DNSPLS)算法。该算法利用了样本类别信息,并且要求尽可能保持原图信息,不破坏图像的内部结构,同时加上非负性约束和稀疏性,使得所得的基矩阵符合局部认知规律而且具有一定的稀疏性,从而提高了识别率和鲁棒性。另外对于人脸识别问题,只需对基矩阵进行迭代求解,不需要考虑系数矩阵,故可以大大简化运算,降低了时间复杂度。通过在标准人脸库上的对比试验得出,本文的算法不管是在时间上还是在识别率上都取得比较好的实验效果,而且拥有较好的鲁棒性。

1 二维偏最小二乘在人脸识别的应用

2DPLS 是将 PLS 扩展成二维算法,与 2DPCA 类似,其实质就是直接使用矩阵形式来表征图像。设人脸图像集中训练样本共有 m 个人 N 张图片,每人有 n_i ($i=1,\cdots,m$) 张图片,每个样本组成一个 $h \times l$ 的矩阵 \mathbf{x}_{ij} ($j=1,\cdots,n_i$),此时训练样本集为 $X = [x_{11},x_{12},\cdots,x_{mm_m}]_{h \times (I \times N)}$,按照文献[23]中的方法构造类别矩阵 \mathbf{Y} ,通常有 2 种等价的方式:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} P_1 & 0_2 & \cdots & 0_m \\ 0_1 & P_2 & \cdots & 0_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1 & 0_2 & \cdots & P_m \end{pmatrix}_{(I \bowtie m) \times (I \bowtie N)}$$

$$\vec{\mathbf{Y}} = \begin{pmatrix} P_1 & 0_2 & \cdots & 0_m \\ 0_1 & P_2 & \cdots & 0_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1 & 0_2 & \cdots P_{m-1} & 0_m \end{pmatrix}_{(I \bowtie (m-1)) \times (I \bowtie N)}$$

其中 P_i 对应的是第 i 个类的 n_i $(i=1,\cdots,m)$ 个训练样本,但是没有样本对应的不是数字 1,而是一个大小为 $l \times l$ 的单位矩阵 I_l ,因此 $P_i = \underbrace{I_l, I_l, \cdots, I_l}_{\mathbb{Z}(\mathbb{Z}(n_i))}$ 。该类别矩阵不仅能

体现出每个样本与各类的从属关系,还保留了样本数据的空间信息。

目标函数如下:

$$\max_{w,c} < w^{\mathsf{T}} X, c^{\mathsf{T}} Y > = w^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} c$$
s. t.
$$\begin{cases} w^{\mathsf{T}} w = I \\ c^{\mathsf{T}} c = I \end{cases}$$
 (1)

对其使用拉格朗日乘子法求解得出以下特征方程组:

$$\begin{cases} XY^{\mathsf{T}}YX^{\mathsf{T}}w = \lambda w & (2a) \\ YY^{\mathsf{T}}YY^{\mathsf{T}} & (2b) \end{cases}$$

$$(2b)$$

对于一些人脸库,有很多个人的很多张图片,而且图片的像素也很多,这时类别矩阵就会显得特别大,不利于计算。

因此将Y重写成 $Y = [y_{11}, y_{12}, \dots, y_{mm_m}]_{(l \times m) \times (l \times N)}$,其中 y_{ij} 为 $(l \times m) \times l$ 的矩阵,与 x_{ij} 对应。则(2)式中 XY^TYX^T 变为 $\sum x_{ij}y_{ij}^Ty_{ij}x_{ij}^T$ 。

求解式(2a),得出特征向量和特征值。最后选取前 r个最大特征值对应的特征向量构成基矩阵 $w_{h\times r}$,再将人脸图像投影在基矩阵上获得系数矩阵 $t=w^{T}X$,通过最近邻分类器便可以对人脸图像进行识别。

2 二维非负稀疏偏最小二乘算法在人脸识别中的应用

2.1 二维非负偏最小二乘

将非负性约束加入 2DPLS 中,提出了二维非负偏最小二乘(Two-dimensional Nonnegative PLS,2DNPLS)。非负矩阵分解所利用的非负性就是在求解最小化损失函数过程中加入非负约束。借鉴这个思想,将非负约束加入 2DPLS或者其他算法(如 PCA 等)中就可以得到想要的非负基矩阵。对于人脸识别只需要寻找非负的基矩阵,不需要考虑系数矩阵,这样可以大大提升效率。

2DNPLS 的思想就是针对人脸识别的实质,即将人脸图像投影到子空间(基矩阵)中进行降维并保持图像的有效信息和图像内部结构信息尽量不丢失,充分利用先验的类别信息,构造出能量函数,然后再利用乘性迭代法求出最大化能量函数时对应的基矩阵。

2DPLS 的目标函数为

$$\max_{w,c} < w^{T} X, c^{T} Y > = w^{T} X Y^{T} c$$

$$s. t. \begin{cases} w^{T} w = I \\ c^{T} c = I \end{cases}$$
(1)

将约束加入到优化问题中:

$$\max_{w} XY^{\mathsf{T}} c_F^2 - \alpha w^{\mathsf{T}} w - I_F^2$$
s. t. $c^{\mathsf{T}} c = \alpha^{\mathsf{T}} = I$ (3)

其中 $A_F^2 = \sum_{i,j} a_{ij}^2$, α 为非负常数,将 F 范数展开并且带入约束,可得。

$$f(w) = tr(w^{\mathsf{T}}XY^{\mathsf{T}}c\alpha^{\mathsf{T}}YX^{\mathsf{T}}w) - \alpha \cdot tr(w^{\mathsf{T}}w - I)^2 = tr(w^{\mathsf{T}}XY^{\mathsf{T}}YX^{\mathsf{T}}w) - \alpha \cdot tr(w^{\mathsf{T}}w - I)^2 \to \max$$
 (4)
使用乘性迭代法^[32]得出如下迭代格式:

$$w^{n+1} \leftarrow w^n \frac{(XY^T X T^T w^n + 2\alpha w^n)}{2\alpha w^n (w^n)^T w^n}$$
 (5)

2.2 二维非负稀疏偏最小二乘算法

2DNPLS 算法通过引入非负性约束得出了具有局部特性的投影方向,但是没有考虑到白噪声以及遮挡问题对算法的影响。Chun 等^[24]通过研究发现,在实际问题中变量中存在大量的噪声,这严重影响了 PLS 所得成分的可解释性。由于噪声是通过方向向量进入 PLS 算法的,因此他们将稀疏性加入到方向向量来提高成分的可解释性。

为了提高 2DNPLS 算法的鲁棒性,故加人稀疏性约束,提出了二维非负稀疏偏最小二乘算法(Two dimensional Nonnegative Sparse Partial Least Squares, 2DNSPLS)。

2DNPLS的目标函数为:

$$\max_{w} W^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^{2}$$
 (6)

由稀疏表达和压缩感知的理论[25-27]得出可以用 ℓ ¹ 范数近似等价 ℓ ⁰ 范数,对 ω 引入稀疏约束,故上述优化问题变为:

$$\max_{w} w^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^{2}$$
s. t. $w_{1} \leq \lambda$ (7)

其中λ为稀疏程度。将稀疏约束加入目标函数:

$$\max_{w} {^{\mathsf{T}}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^2 - \beta w_1$$
 (8)

其中 α , β 均为系数。

此时对于 ℓ^1 优化问题(8),可以用基追踪(Basis Pursit, BP) [28] 算法等求解,但是想要保留非负性约束,就显得比较困难。

文献[29-31]指出,为了达到良好的分类效果, ℓ 1 范数约束并非必要的。大量的实验表明在 ℓ 2 范数约束下也能取得相同的结果,甚至要好于在 ℓ 1 范数约束下的情况。故将优化问题(8)中 ℓ 1 约束改为 ℓ 2 约束:

$$\max w^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^2 - \beta w_2^2$$
 (9)

目标函数:

$$f(w) = w^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^2 - \beta w_2^2$$
 (10)
将其展开得:

$$f(w) = w^{\mathsf{T}} X Y^{\mathsf{T}} Y X^{\mathsf{T}} w - \alpha (w^{\mathsf{T}} w - I)^2 - \beta w^{\mathsf{T}} w$$
 (11)

此时对于公式(11)而言,利用乘性迭代法[32]保留 w 的非负性就很好处理了。具体计算过程如下:

$$\frac{\partial f}{\partial w} = 2XY^{\mathsf{T}}YX^{\mathsf{T}}w - 4\alpha w(w^{\mathsf{T}}w - I) - 2\beta w \tag{12}$$

得到迭代公式:

$$w^{n+1} = w^n + \gamma \frac{\partial f}{\partial w} = w^n + \gamma (2XY^TYX^Tw^n - y^n)$$

$$4\alpha w^{n}((w^{n})^{T}w^{n}-I))-2\beta w^{n}$$
(13)

常系数都纳入 α,β 中。

令式(13)右边 w'' 与负项 $-(4\alpha w''(w'')^{\mathsf{T}}w'' + 2\beta w'')$ 相抵,得出 $\gamma = \frac{w''}{4\alpha w''(w'')^{\mathsf{T}}w'' + 2\beta w''}$,则得到如下乘性迭代格式:

$$w^{n+1} \leftarrow w^n \frac{(XY^T Y X^T w^n + 2\alpha w^n)}{2\alpha w^n (w^n)^T w^n + \beta w^n}$$
 (14)

2DNSPLS 的算法实现步骤

经过总结可以归纳出 2DNSPLS 算法的实现步骤:

1) 读入二维人脸库的数据 $X\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 。

2)构造类别矩阵
$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} P_1 & 0_2 & \cdots & 0_m \\ 0_1 & P_2 & \cdots & 0_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_1 & 0_2 & \cdots & P_m \end{bmatrix}_{(l \ge m) \times (l \ge N)}$$
 。

- 3)随机初始化矩阵 w_{h×r}。
- 4)按照下式进行迭代:

$$w^{n+1} \leftarrow w^n \frac{(XY^TYX^Tw^n + 2\alpha w^n)}{2\alpha w^n (w^n)^Tw^n + \beta w^n}$$

其中α,β取任意正常数(一般取1)。

- 5)经过迭代最后得到收敛的非负的基矩阵 w。
- 6)最后将二维人脸图像投影在基矩阵 w 上获得系数矩阵 $t = w^T X$,对其使用最近邻策略进行分类识别。

注:由于要求非负,故对于训练样本集以及类别矩阵都 不进行中心化处理。

文献[33]给出了 NMF 迭代算法的收敛性证明,参考其方法,我们构造辅助函数也可以证明 2DNSPLS 算法的收敛性。

3 实验结果及分析

3.1 遮挡情况下的人脸识别

考虑人脸图片出现遮挡的情况,对 Yale 人脸库中的图片进行人工遮挡,如图所示,图 1(a)是一个人无遮挡的 11 张原图像;图 1(b)是对后 7 张图片加入了一个 30×30 的黑块遮挡,遮挡率 9%;图 1(c)是对后 7 张图片加入了一个 50×50 的黑块遮挡,遮挡率 25%;图 1(d)是对后 7 张图片加入了一个 70×70 的黑块遮挡,遮挡率 49%;图 1(e)是对后 7 张图片加入了一个 50×50 的 baboo 图片遮挡,遮挡率 25%;图 1f 是对后 7 张图片加入了一个 70×70 的 baboo 图片遮挡,遮挡率 49%。

实验策略是分别选取每人前 2.4.6.8.10 张图片进行训练,剩余部分图片进行测试。所得最高识别率(%)的结果如图 $2\sim7$ 所示。

1)无人工遮挡的情况

实验一:对原始无人工遮挡遮挡 Yale 人脸库 1a 进行实验,所得最高识别率结果如图 2 所示。由此可以看出 2DNSPLS 算法和 2DNPLS 算法在训练样本较少时即面临小样本问题时结果要好于其他二维算法。 2DLDA 和 2DLPP 算法在则在小样本的情况下表现的较差。总体上,2DNSPLS 和 2DNPLS 还是优于其他算法,两者表现接近。

2)有人工遮挡的情况

实验二:本组实验就是在 1(b)、1(c)、1(d)、1(e)、1(f) 5 种情况下所对应的人脸库中,对 2DPCA、2DLDA、2DLPP、2DPLS、2DNPLS、2DNSPLS 算法进行测试。实验结果如图 $3\sim7$ 所示。

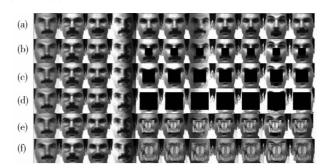


图 1 有遮挡的情况 Yale 人脸库样本

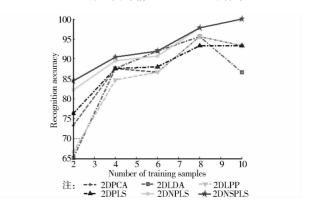


图 2 无遮挡 Yale 库(a)各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

如图 3 所示,在 9% 遮挡 Yale 库 1(b)中,训练样本较少

时 2DLDA 表现最差,2DLPP 表现次之。2DNSPLS 算法在各个训练样本下都表现出较好的识别率和鲁棒性。2DNPLS 算法随着出现遮挡识别率有所降低,其他算法受影响程度较大。2DLDA 和 2DLPP 在样本数较少时都受到比较大的影响。

比较图 3~5,即在人脸库 1(b)、1(c)、1(d)下的实验可得:随着遮挡率的提高 2DNSPLS 算法表现出更加鲁棒的识别效果,总体效果优于其他算法。而 2DNPLS 算法则受影响略大,但是仍要优于 2DLDA、2DLPP。 2DPCA、2DPLS 也受到不同影响,识别率都有所降低。

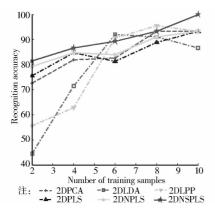


图 3 在 9% 遮挡 Yale 库(b) 中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

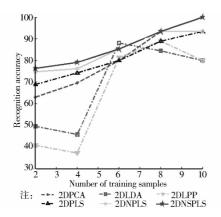


图 4 在 25% 遮挡 Yale 库(c)中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

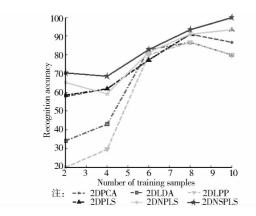


图 5 在 49% 遮挡 Yale 库(d) 中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

比较图 6、7,即在人脸库 1(e)、1(f)下的实验可得:在有于扰信息存在(baboon 图片)的情况下,总体来说 2DNSPLS 算法在不同训练样本下的识别率都要明显优于其他算法。

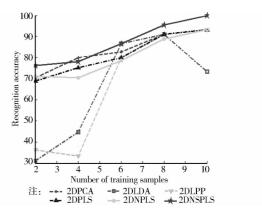


图 6 在 25% 遮挡 Yale 库(e) 中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

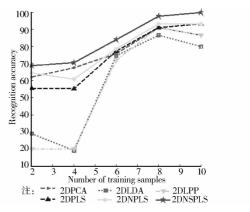


图 7 在 49% 遮挡 Yale 库(f) 中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

3.2 PIE 人脸库上的实验

CUM PIE 人脸库是卡耐基梅隆大学建立的包括姿态 (pose)、光照(illumination)和表情(exprsssion)的变化的人脸库。它包括来自 68 个人的 40 000 张照片,其中每个人有 13 种姿态条件、43 种光照条件和 4 种表情下的照片。本实验选取了每人 45 张照片作为实验总样本。图 8 是其中 2 人的各自 45 张图片。



图 8 PIE 人脸库中 2 个人的图像

实验策略是分别选取每人前 5、10、15、20、25、30、35、40 张图片进行训练,剩余部分图片进行测试。实验结果如图 9 所示。

由图 9 可知, 2DNSPLS 在样本量较少时识别率明显优

于其他算法,随着样本数量的增加优势在减少,但是仍优于 其他算法。2DPCA 在这些算法中总体表现最差,2DNPLS 总 体上与 2DPLS 接近,略优于 2DPLS。

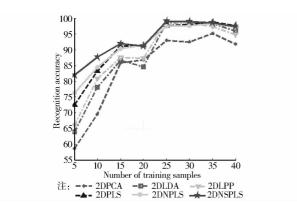


图 9 PIE 人脸库中各算法在不同训练 样本下的识别率(%)

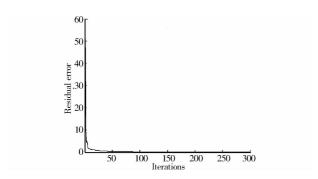


图 10 PIE 人脸库上 2DNSPLS 算法每次 迭代后的投影方向的残差图

2DNSPLS 是迭代算法,图 10 给出了 2DNSPLS 算法在 PIE 人脸库上每次迭代之后投影向量的残差图,由此可以看 出迭代会很快收敛,从实验上验证算法的收敛性。

4 结 论

对 2DPLS 算法加入非负性约束和稀疏性约束,提出了二维非负稀疏偏最小二乘 2DNSPLS,旨在加强所得投影方向的非负可解释性和稀疏性,来提高识别率和增强算法面临噪声影响和遮挡问题的鲁棒性。通过实验表明,与现有二维方法相比,2DNSPLS 算法具有更好的识别性能和鲁棒性。

参考文献:

- [1] Wold H. Partial Least Squares [M]. New York: Encyclopedia of Statistical Science, 1985.
- [2] Beak J, Kim M. Face recognition using partial least squares components [J]. Pattern Recognition, 2004 (37): 1303-1306.
- [3] Yang M L, Sun Q S, Xia D S. Two-dimensional partial least squares and its application in image recognition [J]. ICIC, 2008: 208-215.
- [4] HSD, Sun QS, Xia DS. A two-dimension partial least squares with application to biological image recognition [J]. ICNC, 2010: 57-61.
- [5] 杨茂龙,王远方,孙权森,等. 偏最小二乘改进算法与特征抽取 [J]. 计算机工程与应用,2011,47(1):179-181.

- [6] Yang M L, Sun Q S, Xia D S. Conjugate orthonormalized partial least squares regression and its application in image recognition [J]. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(29), 36-39.
- [7] Li A N, Shan S G, Chen X L, et al. Cross-pose face recognition based on partial least squares [J]. Pattern Recognition Letters, 2011 (32): 1948-1955.
- [8] Hu Y G, Ren C X, Yao Y F. Face recognition using nonlinear partial least squares in reproducing kernel hilbert space [C]. Patten Recognition, Communications in Computer and Information Science, 2012; 316-323.
- [9] Sánchez-Escobedo D, Castelán M. 3D face shape prediction from a frontal image using cylindrical coordinates and partial least squares [J]. Pattern Recognition Letters, 2013 (34): 389-399.
- [10] Lee D, Seung H. Learning the parts of objects by nonnegative matrix factorization [J]. Nature, 1999, 401: 788-791.
- [11] Han X. Nonnegative principal component analysis for cancer molecular pattern discovery [J]. IEEE Transactions on Computational Biology and Bioinformatics, 2010, 7(3): 537-549.
- [12] Zass R, Shashua A. Nonnegative sparse PCA [J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2007.
- [13] Zhang Y, Yu B. Non-negative principal component analysis for face recognition [C]. World Academy of Science, Engineering and Technology, 2010.
- [14] Donoho D. Compressed sensing [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52(4): 289-1306.
- [15] Donoho D L, Tsaig Y. Extensions of compressed sensing [J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 533-548.
- [16] Cantles E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Trans on Information Theory, 2006, 52 (2): 489-509.
- [17] Zhou H, Hastie T, Tibshirani R. Sparse principle component analysis [R]. Technical Report, Statistics Department, Stanford University, 2004.
- [18] d'Aspremont A, El Ghaoui L, Jordan M I, et al. A direct formulation for sparse pca using semidefinite programming. in advances in neural information processing systems (NIPS) [C]//Vancouver, BC, December 2004.
- [19] Moghaddam B, Weiss Y, Avidan S. Spectral bounds for sparse PCA: Exact and greedy algorithms [C]//Advances in Neural Information Processing Systems 18, 2005.
- [20] Moghaddam B, Weiss Y, Avidan S. Generalized spectral bounds for sparse LDA [C]//ICML 2006; Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning, 641-648, 2006.
- [21] Cai D, He X, Han J. Sparse projections over Graph[C]// Proceedings AAAI Conf. on Artificial Intelligence (AAAI-08), Chicago, Illinois, July 2008.
- [22] Qiao L S, Chen S C, Tan X Y. Sparsity preserving projections with applications to face recognition [J]. Pattern Recognition, 2010: 331-341.
- [23] Matthew B, William R. Partial least squares for discrimination [J]. Journal of Chemometrics, 2003, 17: 166-173.

(下转第110页)

参考文献:

- [1]李俊英. 谱聚类方法在图像分割中的应用研究[D]. 陕西:陕西师范大学,2011.
- [2] Peng B, Zhang L, Zhang D. A survey of graph theoretical approaches to image segmentation [J]. Pattern Recognition, 2013,46: 1020-1038.
- [3] Shi, JB, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J].

 IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine
 Intelligence, 2000, 22(8): 888-905.
- [4] Xi Q B. An Improved image segmentation algorithm based on normalized cut [J]. The Second International Conference on Computer Engineering and Technology, 2010,7(3): 293-296.
- [5]卢志茂,许晓丽,范冬梅,等.二次分水岭和 Ncut 相结合的彩色 图像分割方法[J].华中科技大学学报,2011,39(2):95-98
- [6] Tepper M, Muse P. Andres Almansa, et al. Automatically finding clusters in normalized cuts [J]. Pattern Recognition, 2011, 44: 1372-1386.

- [7] Nicolas Burrus, Thierry M. Bernard, Jean-Michel Jolion. Image segmentation by a contrario simulation [J]. Pattern Recognition, 2009, 42: 1520-1532.
- [8] 席秋波. 基于 Ncut 的图像分割算法研究[D]. 四川:电子科技大学,2010.
- [9]周世兵,徐振源,唐旭清. K-means 算法最佳聚类数确定方法 [J]. 计算机应用,2010,30(8): 1995-1998.
- [10] 侯一民,郭雷. 一种基于马尔可夫随机场的 SAR 图像分割新方 法[J]. 电子与信息学报,2007, 29(5): 1069-1072.
- [11] Leonidas S J. Pruning a minimum spanning tree [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2012, 391(8): 2678-2711.
- [12] 贾宗维,崔军,于慧娟. 基于相异度度量的图聚类方法[J]. 山西 农业大学学报,2009,29(3):284-288.
- [13] Han J W, Kamber M. Date mining; concepts and techniques [M]. San Francisco; Morgan Kaufmann, 2006.

(编辑 罗 敏)

(上接第76页)

- [24] Chun H, Keles S. Sparse partial least squares regression for simultaneous dimension reduction and variable selection [J]. Journal of the Royal Statistical Society, 2010, 72: 3-25.
- [25] Donoho D. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal I1 -norm solution is also the sparsest solution [J]. Comm. Pure and Applied Math., 2006, 59(6): 797-829.
- [26] Cande's E, Romberg J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Comm. Pure and Applied Math., 2006, 59(8): 1207-1223.
- [27] Cande's E, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. IEEE Trans. Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [28] Chen S, Donoho D. Atomic decom position by basis pursuit [J]. SIAM Rev., 2001, 43(1): 129-159.
- [29] Shi Q F, et al. Is face recognition really a compressive sensing problem [C]// Proc. IEEE Conf. Comp. Vis. Pattern

- Recognit., IEEE Computer Society, Providence, Rhode Island, 2011.
- [30] Rigamonti R, Brown M A, Lepetit V. Are sparse representations really relevant for image classification [C]// Proc. IEEE Conf. Comp. Vis. Pattern Recognit., IEEE Computer Society, Providence, Rhode Island, 2011.
- [31] Zhang L, Yang M, Feng X C. Sparse representation or collaborative representation; which helps face recognition [C]// Proc. IEEE Int. Conf. Comp. Vis., IEEE Computer Society, Barcelona, Spain, 2011.
- [32] Lee D, Seung H. Algorithms for non-negative matrix factorization [J]. Adv. Neural Inf. Process., 2000, 556-562.
- [33] Li Z, Wu X D, Peng H. Non-negative matrix factorization on orthogonal subspace [J]. Pattern Recognition Letters, 2010 (31): 905-911.

(编辑 薛婧媛)