

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2013.S2.028

基于 Ncut 的自适应图像分割方法

黄仁, 冯阿瑞

(重庆大学计算机学院, 重庆 400044)

摘要:为了解决传统归一化割(Normalized cut, Ncut)算法需要人工干预因素过多,限制了算法的通用性,本文对传统 Ncut 算法进行了改进,提出了自适应的图像分割方法。首先采用基团势的理论替代了传统的 Ncut 算法中计算权值矩阵时两个控制参数对结果的影响;然后为了减少 K-means 算法对分类数目和类中心的敏感,本文采用基于最小生成树的聚类方法对 Ncut 计算出的特征向量进行分类,得到最终的分类数目和初始类中心,然后再采用 K-means 算法进行聚类得到最终的分割结果。实验结果显示,本文的算法不仅提高了算法的通用性,并且分割效果比较好。

关键词:Ncut; 自适应; 势函数; 最小生成树; 图像分割

中图分类号:TP317 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2013)S2-0107-04

Adaptive Image Segmentation Method Based on Ncut

Huang Ren, Feng Arui

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, P. R. China)

Abstract:In order to solve the problem that requires some factors by manual in the traditional Ncut algorithm, limit the generality of the algorithm, an adaptive image segmentation method is proposed by improving the traditional Ncut algorithm. First, instead of the two control parameters on the calculation of weight matrix that influence the segmentation results in the traditional Ncut algorithm by groups of potential theory; then in order to reduce the sensitive to the number of the cluster and the center of the cluster in the K-means algorithm, calculate on the eigenvector of the Ncut algorithm by the minimum spanning tree, to get the final number of cluster and the center, and then uses the K-means clustering algorithm to get the final segmentation result. The experimental results show that the proposed method not only improves the versatility of the algorithm, and the segmentation is good.

Key words:Ncut; adaptive; potential function; minimum spanning tree; image segmentation

图像分割是指将图像分成互不交叠的有意义的区域,它是后期图像处理、分析以及应用的一个重要环节,是图像处理和计算机视觉中的重要技术,并且已在工业、军事、医学图像以及机器

人视觉领域有着广泛的应用。目前,图像分割算法主要分为:基于边缘检测的分割方法、基于区域的分割方法、基于聚类的分割方法、基于图论的分割方法等等^[1]。其中基于图论的分割方法具有能够在任意形状的样本空间上聚类且收敛于全局最优解的优点,受到了众多学者的广泛关注。

Ncut 算法是目前图割理论应用于图像分割领域的成熟运用的代表之一^[2]。它是将图像用一幅无向带权图来表示,把图像中的像素看做图中的节点,利用基于图论的分割准则来得到图像的分割。但传统 Ncut 算法^[3]由于将每个像素对应图的节点,所以计算复杂度高,时间消耗大。因此许多学者对 Ncut 算法进行了改进,如文献^[4]引入了 Mean-shift 算法对图像进行预分割,有效减少了图中顶点的数量,减小后续 Ncut 分割的计算量,从而提高图像分割的效率;文献^[5]采用二次分水岭的方法对图像进行预处理,得到小区域替代

像素点,提高了分割效率。虽然这些方法有效的减少了 Ncut 的计算量,但是最终都采用 K-means 方法对 Ncut 的特征向量进行聚类,使得结果容易受到人为的干扰并且分割效果有限。文献^[6]将 Ncut 算法得到的特征向量作为数据集,采用基于图的向异性聚类^[7]的思想对数据集进行聚类,得到最终的分割效果,此方法不仅不需要人工设置聚类的数目并且能够得到准确的分割效果,但是此算法最大的缺点就是时间效率低。

为了解决传统 Ncut 算法的缺点以及提高算法的效率,本文进行了两点改进:1)采用基团势来代替传统方法中的权值矩阵的计算,不仅减少了人工的干预,并且计算比较简单高效。2)对 Ncut 算法得到的特征向量采用基于最小生成树的聚类方法,得到聚类数目和类中心,然后再采用 K-means 算法进行聚类得到最终的结果,减少了 K-means 算法对类数目和类中心的敏感而影响分割结果。

1 Ncut 算法

给定一个加权图 $G = (V, E, W)$, 其中, V 是图中所有节

收稿日期:2013-09-30

作者简介:黄仁(1962-),男,副教授,硕士生导师,CCF 会员,主要从事计算机图形学和图像处理研究,(E-mail)arui_feng@126.com。

点的集合; E 是连接节点的边的集合; W 是衡量任意 2 个节点间相似性的权值矩阵。假设将图 G 分为 A 和 B 两部分, 并且这两部分必须满足: $A \cup B = V$, $A \cap B = \phi$, 其归一化割准则如下:

$$Ncut(A, B) = \frac{cut(A, B)}{assoc(A, V)} + \frac{cut(A, B)}{assoc(B, V)} \quad (1)$$

$$assoc(A, V) = \sum_{u \in A, v \in V} w(u, v) \quad (2)$$

式(1)表示的是类间的相似度。它越小, 分割效果越好。式(2)表示的是 A 部分内的节点与整幅图节点 V 的权重之和。所以求得 $Ncut$ 的最小值, 就能得到好的分割效果。然而 $Ncut$ 是个 NP-hard 问题, 随着图 G 的节点的增加, 计算变得很复杂, 所以采用近似的方法来求解。

令 x 为一个 $N = |V|$ 维的指示向量, 如果 $x_i = 1$, 则表示节点 i 在 A 中, 如果 $x_i = -1$, 则表示节点 i 在 B 中。令 $d_i = \sum_j w(i, j)$ 是节点 i 与 V 中所有节点的关系之和。则公式(1)可写成如下式子:

$$Ncut(A, B) = \frac{cut(A, B)}{assoc(A, V)} + \frac{cut(A, B)}{assoc(B, V)} = \frac{\sum_{(x_i > 0, x_j < 0) - w_{ij} x_i x_j}{\sum_{x_i > 0} d_i} + \frac{\sum_{(x_i < 0, x_j > 0) - w_{ij} x_i x_j}{\sum_{x_i < 0} d_i} \quad (3)$$

令 D 为 $N \times N$ 对角矩阵, 并且对角线上的元素为 d_i , W 为 $N \times N$ 的对称矩阵, 其元素值 $W(i, j) = w(i, j)$ 。则公式(3)就变为下面的特征系统:

$$(D - W)y = \lambda Dy \quad (4)$$

根据 Rayleigh 商理论可得, 求 $Ncut(A, B)$ 最小的问题就转换为求解公式(4)的特征向量。然后将此特征向量离散化, 就可以得到图像分割效果。

2 改进的 Ncut 算法

本文算法主要是对传统 $Ncut$ 算法中的权值矩阵 W 和特征向量的聚类方法两个方面进行改进, 下面分别进行详细介绍。

2.1 计算权值矩阵

传统的 $Ncut$ 算法中采用公式(5)计算权值矩阵, 其中控制节点值域差异及空域差异的两个参数 (σ_I, σ_X) 需要人工手动调整才能得到很好的分割效果, 因此限制了算法的通用性, 因此本文引进了基团势。

$$W_{ij} = e^{\frac{-||F_{(i)} - F_{(j)}||_2^2}{\sigma_I^2}} * \begin{cases} e^{\frac{-||X_{(i)} - X_{(j)}||_2^2}{\sigma_X^2}}, & \text{if } ||X_{(i)} - X_{(j)}||_2 < r \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

文献[10]中引入新的基团势函数定义, 如公式(6)所示, 其中 β 为基团中的分类参数, σ_i 为 x_i 处的标准差, y_i, y_j 分别为观测场 x_i 和 x_j 处的强度, d_{ij} 为观测场中 x_i 和 x_j 间距离。当 x_i 和 x_j 处强度值相差越大, 两像素间距离越大, 它们之间的能量越大, 被分为一类的可能性就越大。

$$V'_c(x_i, x_j) = \begin{cases} \beta, & x_i = x_j \\ -\frac{\sigma_i^2}{(\sigma_i^2 + (y_i - y_j)^2 d_{ij})} \beta, & x_i \neq x_j \end{cases} \quad (6)$$

本文结合基团势函数的特性, 构造新的权值矩阵 W , 如式(7)所示。

$$W(x_i, x_j) = \begin{cases} 1, & x_i = x_j \\ \frac{1}{1 + d_{ij}}, & x_j \text{ 是 } x_i \text{ 的 8 领域像素点} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (7)$$

由式(8)可以看到, 当 x_i 和 x_j 的灰度值比较接近时, $W(x_i, x_j)$ 值近似于 1, 否则 $W(x_i, x_j)$ 值近似于 0。即当 x_i 和 x_j 的灰度值比较接近时, d_{ij} 的值近似等于 0, 否则 d_{ij} 的值近似无穷大。而二次函数可以满足上面的要求, 所以本文令 d_{ij} 如式(8)所示:

$$d_{ij} = \alpha * Dist(x_i, x_j)^2 \quad (8)$$

其中 $Dist(x_i, x_j)$ 表示 x_i 和 x_j 像素的灰度值的欧式距离, 一般 $\alpha = 0.1$ 。

2.2 基于最小生成树的聚类方法

通过传统 $Ncut$ 算法得到特征向量集 A (其中 A 的每一列表示特征向量), 假设只关心 A 的前 M 维, 则可以得到嵌入矩阵 A_M , 其归一化形式^[6]可以定义如公式(9)所示:

$$\bar{A}_M = D^{-1/2} A_M \quad (9)$$

因此可得数据集 $DB = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, 其中, $x_i = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iM}\}$, $i = 1, 2, \dots, N$, $a_{ij} = \bar{A}_{ij}$, 则基于 $Ncut$ 的图像分割问题转换成了对数据集 DB 的聚类问题, 下面采用基于最小生成树的聚类方法对数据集 DB 进行聚类, 得到最终的结果。

2.2.1 创建最小生成树 最小生成树^[11]是图论里面一个重要的数据结构, 在多个领域都有着广泛的应用, 研究人员通过引入最小生成树, 利用其几何上的结构特性, 与聚类分析里的经典方法进行结合, 极大地消除了聚类时的盲目性, 提出了最小生成树聚类分析方法, 在一定程度上提高了聚类的效果。虽然目前有许多最小生成树算法, 但最为经典的是 Prim 和 Kruska 算法, 本文采用 Kruska 算法。其具体步骤如下:

- 1) 将 N 个顶点看成 N 棵独立的树
- 2) 将所有权值按升序排列, 选择权值最小的边, 如果在最小生成树中不构成圈则加入, 否则舍弃。
- 3) 如果所有的顶点已加入最小生成树则停止, 否则继续第(2)步。

2.2.2 分裂准则 下面介绍基于最小生成树的分裂准则的基本概念。

定义 2.1 对象相似度^[13]。对数据集 DB 中任意两个对象 x_i 和 $x_j (x_i \neq x_j)$, 那么 x_i 和 x_j 之间的相似度表示为 $similarity(x_i, x_j) = \frac{1}{1 + \alpha * dist(x_i, x_j)^2}$ 。其中, 任一对象与自身的相似度定义为 0, 其取值范围为 $[0, 1]$, α 为相似度参数, 一般取 0.1。

定义 2.2 簇中心^[13]。对数据集 DB 中某个簇 C_i , C_i 包含 $p (p > 0)$ 个数据对象, 那么 C_i 的簇中心表示为 $center_{C_i} = \frac{\sum_{x_j \in C_i} x_j}{p}$ 。

定义 2.3 簇的平均紧凑度。对数据集 DB 中某个簇 C_i , C_i 包含 $p (p > 0)$ 个数据对象, 那么 C_i 的平均紧凑度为该簇的簇中心 $center_{C_i}$ 与簇里其他对象相似度平均, 即该簇的紧凑度表示为 $dense(C_i) = \frac{\sum_{x_j \in C_i} similarity(center_{C_i}, x_j)}{p}$ 。

接下来介绍分裂准则。采用贪心算法的基本思想,结合图的紧凑度,将基于距离和基于密度的方法融合在一起,既考虑到局部特性又兼顾了整体特征。对任一最小生成树 T , 设 T 共有这样的 p 条边, 分别为 l_1, l_2, \dots, l_p , 其中对 $\forall l_i (i = 1, 2, \dots, p)$, l_i 两端连接的均为 T 的分支结点。分裂准则的具体步骤:

1) 将 l_1, l_2, \dots, l_p 从大到小排序得: $l'_p, l'_{p-1}, \dots, l'_1$ 。

2) 从 l'_p 到 l'_1 依次分析, 当 T 被分裂时停止。对 l'_p , 假设从 T 中删除 l'_p , 得到生成树 T_i 和 T_j , T_i 和 T_j 所表示的簇中心分别为 center_{T_i} 和 center_{T_j} 。如果 $\text{dense}(T_i) > \text{dense}(T) \wedge \text{dense}(T_j) > \text{dense}(T)$, 说明新生成的两棵树比原树具有更好的紧凑度, 即由树所表示的簇里对象间的相似度更高, 对象聚集得更加紧凑, 将相似度更高的对象聚类成同一个簇, 既达到聚类分析的目的, 也符合实际应用的需求。确认删除 l'_p , 执行 T 的分裂, 得到 T_i 和 T_j ; 否则, 对 l'_{p-1} 重复以上过程, 直到 l'_1 。

3) 对步骤(2)中得到的子树 T_i 和 T_j 分别进行步骤(2)的操作, 直到没有新的子树生成。

3 实验步骤及结果分析

3.1 算法步骤

本文的算法步骤如下:

1) 首先将原始图像转变为无向带权图 $G = (V, E, W)$, 然后根据公式(7)计算权值矩阵 W 和 D 。

2) 求出特征系统 $(D - W)y = \lambda Dy$ 的特征值和与其相对应的特征向量 A 。

3) 采用公式(9)获得嵌入向量 \bar{A}_M , 将其作为数据集, 并对其建立最小生成树。

4) 采用分裂准则对最小生成树进行分裂, 获得最终的聚类数目和初始类中心。

5) 采用 K-means 算法进行聚类, 得到最终的分割效果。

3.2 实验结果及分析

实验平台为 Microsoft Windows 7 Professional, matlab 2012a, CPU: Intel Core 2.0 GHz, RAM: 4GB。选取灰度级为 256、大小为 600×500 的灰度图像进行分割。

为了证明本文算法的有效性, 本文结果与传统 Ncut 算法及文献[6]的方法进行比较, 如图 1 所示。

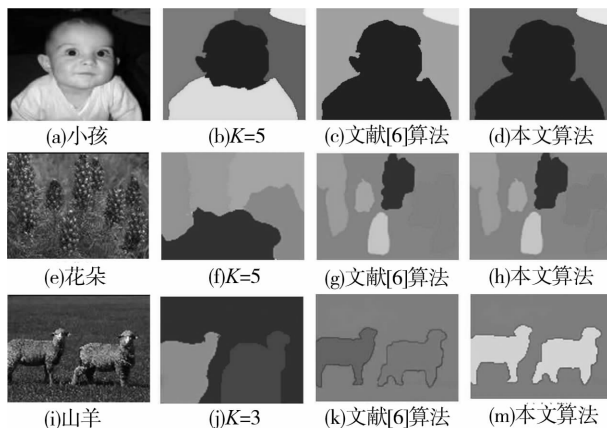


图 1 图像分割效果比较

图 1(a)~(d)分别为小孩图像的原图、传统 Ncut 算法在 $K=5$ 时的分割结果、文献[6]的分割结果及本文算法的分割结果。图 1(b)可以明显看到由于 K 取值不当, 造成最后的过分割现象, 即将小孩分成了两个区域。从图 1(c)和 1(d)可以看到文献[6]和本文算法都能够将图像进行正确的分割, 符合人类的视觉要求。

图 1(e)~(h)分别为花朵图像的原图、传统 Ncut 算法在 $K=5$ 时的分割结果、文献[6]的分割结果及本文算法的分割结果。图 1(f)中可以看到由于前景和背景比较接近, 所以传统 Ncut 算法将草和花朵错误的分在了一起。从图 1(g)和 1(h)可以看到文献[6]和本文算法明显的将花朵从草丛中分割出来了。

图 1(i)~(m)分别为山羊图像的原图、传统 Ncut 算法在 $K=3$ 时的分割结果、文献[6]的分割结果及本文算法的分割结果。图 1(j)中即使 K 的取值恰当, 但由于初始中心的选择错误, 造成了最终的分割结果不能达到视觉要求。从图 1(k)和 1(m)可以看到文献[6]和本文算法的分割结果比较符合视觉要求。

表 1 Ncut 值和运行时间的比较表

| 图像 | 比较项 | Ncut 值 | 运行时间/s |
|----|---------|---------|--------|
| 小孩 | 传统 Ncut | 0.327 8 | 32.765 |
| | 文献[6] | 0.203 2 | 37.654 |
| | 本文算法 | 0.153 6 | 33.231 |
| 花朵 | 传统 Ncut | 0.453 8 | 52.634 |
| | 文献[6] | 0.297 6 | 68.235 |
| | 本文算法 | 0.176 9 | 52.987 |
| 山羊 | 传统 Ncut | 0.286 4 | 38.739 |
| | 文献[6] | 0.106 1 | 45.439 |

由表 1 可以看出, 文本算法所得到的 Ncut 值比传统 Ncut 算法和文献[6]中的 Ncut 值要小, 即本文算法的寻优能力比传统 Ncut 方法要强。本文算法在时间上要优于文献[6], 并且比传统 Ncut 的运行时间差别不大。

综上所述, 本文算法在分割效率上要远远优于传统 Ncut 算法的分割, 并且本文算法能够高效地将感兴趣的目标从图像中分割出来。

4 结论

根据传统 Ncut 算法计算权值矩阵 W 需要人工干预, 以及 Ncut 计算出特征向量后采用 K-means 算法进行聚类时, K-means 算法对聚类数目和初始类中心的敏感等缺点, 对传统 Ncut 算法进行改进, 提出了自适应的图像分割算法。首先利用基团势函数计算权值矩阵 W , 不仅减少了人工参数设置, 增加了算法的适应性, 并且本文的方法计算简单, 提高了算法的效率。然后在计算出特征向量后, 本文采用了基于最小生成树的聚类方法, 先建立一颗最小生成树, 然后对此最小生成树进行分裂得到聚类的数目和各类的中心, 并在此基础上采用 K-means 算法进行聚类, 得到最终的分割结果。实验结果表明, 本文的算法不需要人工的任何干涉, 使得算法的实用性更强, 并且本文算法的准确性和效率都比较高。

参考文献:

- [1] 李俊英. 谱聚类方法在图像分割中的应用研究[D]. 陕西: 陕西师范大学, 2011.
- [2] Peng B, Zhang L, Zhang D. A survey of graph theoretical approaches to image segmentation [J]. *Pattern Recognition*, 2013, 46: 1020-1038.
- [3] Shi, J B, Malik J. Normalized cuts and image segmentation [J]. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
- [4] Xi Q B. An Improved image segmentation algorithm based on normalized cut [J]. *The Second International Conference on Computer Engineering and Technology*, 2010, 7(3): 293-296.
- [5] 卢志茂, 许晓丽, 范冬梅, 等. 二次分水岭和 Ncut 相结合的彩色图像分割方法[J]. *华中科技大学学报*, 2011, 39(2): 95-98
- [6] Tepper M, Muse P. Andres Almansa, et al. Automatically finding clusters in normalized cuts [J]. *Pattern Recognition*, 2011, 44: 1372-1386.
- [7] Nicolas Burrus, Thierry M. Bernard, Jean-Michel Jolion. Image segmentation by a contrario simulation [J]. *Pattern Recognition*, 2009, 42: 1520-1532.
- [8] 席秋波. 基于 Ncut 的图像分割算法研究[D]. 四川: 电子科技大学, 2010.
- [9] 周世兵, 徐振源, 唐旭清. K-means 算法最佳聚类数确定方法[J]. *计算机应用*, 2010, 30(8): 1995-1998.
- [10] 侯一民, 郭雷. 一种基于马尔可夫随机场的 SAR 图像分割新方法[J]. *电子与信息学报*, 2007, 29(5): 1069-1072.
- [11] Leonidas S J. Pruning a minimum spanning tree [J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2012, 391(8): 2678-2711.
- [12] 贾宗维, 崔军, 于慧娟. 基于相异度度量的图聚类方法[J]. *山西农业大学学报*, 2009, 29(3): 284-288.
- [13] Han J W, Kamber M. *Data mining: concepts and techniques [M]*. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2006.
- (编辑 罗 敏)
-
- (上接第 76 页)
- [24] Chun H, Keles S. Sparse partial least squares regression for simultaneous dimension reduction and variable selection [J]. *Journal of the Royal Statistical Society*, 2010, 72: 3-25.
- [25] Donoho D. For most large underdetermined systems of linear equations the minimal l_1 -norm solution is also the sparsest solution [J]. *Comm. Pure and Applied Math.*, 2006, 59(6): 797-829.
- [26] Candès E, Romberg J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. *Comm. Pure and Applied Math.*, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [27] Candès E, Tao T. Near-optimal signal recovery from random projections; universal encoding strategies [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [28] Chen S, Donoho D. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. *SIAM Rev.*, 2001, 43(1): 129-159.
- [29] Shi Q F, et al. Is face recognition really a compressive sensing problem [C]// *Proc. IEEE Conf. Comp. Vis. Pattern Recognit.*, IEEE Computer Society, Providence, Rhode Island, 2011.
- [30] Rigamonti R, Brown M A, Lepetit V. Are sparse representations really relevant for image classification [C]// *Proc. IEEE Conf. Comp. Vis. Pattern Recognit.*, IEEE Computer Society, Providence, Rhode Island, 2011.
- [31] Zhang L, Yang M, Feng X C. Sparse representation or collaborative representation: which helps face recognition [C]// *Proc. IEEE Int. Conf. Comp. Vis.*, IEEE Computer Society, Barcelona, Spain, 2011.
- [32] Lee D, Seung H. Algorithms for non-negative matrix factorization [J]. *Adv. Neural Inf. Process.*, 2000: 556-562.
- [33] Li Z, Wu X D, Peng H. Non-negative matrix factorization on orthogonal subspace [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2010 (31): 905-911.
- (编辑 薛婧媛)