

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2014.02.001

疲劳荷载作用下钢筋混凝土梁的刚度退化规律 及计算公式

朱红兵^{1,2}, 赵耀¹, 李秀³, 余志武²

(1. 武汉科技大学城市建设学院, 武汉 430070; 2. 中南大学土木工程学院, 长沙 410075;

3. 武汉理工大学华夏学院, 武汉 430223)

摘要:对承受疲劳荷载反复作用的钢筋混凝土结构而言,疲劳是一种重要的损伤形式,如何判断和描述其损伤程度是结构损伤与寿命评估领域的一大难题。结构刚度会随损伤发展而逐渐发生不可逆的退化,刚度退化与疲劳损伤之间存在一定的内在关联,且刚度测试简单易行,开展了一系列的疲劳试验研究刚度退化规律和计算方法。通过疲劳试验观测,钢筋混凝土梁刚度退化呈现出非常明显的三阶段规律,刚度退化曲线符合“S”型形态。根据刚度退化规律对试验数据进行拟合,得到可用于计算钢筋混凝土梁刚度退化程度的公式,该公式与10根试验梁的试验结果吻合度较好,能够实现对刚度退化的描述。利用钢筋混凝土梁刚度退化计算公式,可以预测结构在服役过程中的变形发展情况,也可以进行结构疲劳损伤、性能退化程度判定及剩余寿命预测。

关键词:疲劳荷载;刚度退化;计算公式;钢筋混凝土梁

中图分类号:U441.4;U448.34;TU973.254 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2014)02-0001-05

Reinforced Concrete Beam's Stiffness Degeneration Regulation and its Calculation Formula Under the Action of Fatigue Load

Zhu Hongbing^{1,2}, Zhao Yao¹, Li Xiu³, Yu Zhiwu²

(1. School of Civil Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430070, P. R. China;

2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, P. R. China;

3. School of Huaxia, Wuhan University of Technology, Wuhan 430223, P. R. China)

Abstract: Fatigue failure is a fatal damage for the reinforced concrete structure bearing fatigue load repeatedly. That how to estimate or describe the degree of fatigue damage is a challenge in areas of structure damage and lifespan estimation. Structure's stiffness degenerates irreversibly along with the damage progress. There is a certain inherent relevance between stiffness degeneration and fatigue damage. A series of fatigue tests were carried out to study stiffness degeneration regulation due to its simplicity and feasibility. According to the test results, reinforced concrete beam's stiffness degeneration presents a three-stage rules obviously, and the stiffness degeneration curves accord with "S" style. Based on the stiffness degeneration regulation, the reinforced concrete beams' stiffness degeneration calculation formula is obtained by fitting experimental data. The formula has a perfect goodness of contact area with 10 test beams' experimental results, and it can describes reinforced concrete beams' stiffness degeneration perfectly. The formula can be used to forecast the deformation developing. Meanwhile, the residual life of the structure can be used to decision structure's fatigue fracture and the degree of performance degradation.

Key words: fatigue load; reinforced concrete beam; stiffness degeneration; calculation formula

收稿日期:2013-09-15

基金项目:国家西部交通建设科技项目(200631800019);国家863计划(2009AA11Z101);湖北省自然科学基金(2011CDB239)

作者简介:朱红兵(1977-),男,副教授,博士,主要从事工程结构疲劳性能研究,(E-mail)hnhzyhb@163.com。

相对于预应力混凝土结构而言,钢筋混凝土结构具有造价低廉、施工工艺简单等特点,是小跨径的吊车梁、梁桥等工程结构的首选形式,也是中国现存的早期修建的既有公路梁桥的主体结构。在承受动荷载反复作用结构的服役过程中,结构的刚度和承载能力会随着重复荷载作用次数的增长而产生动态的退化。这种性能退化是循序渐进的,但累计至一定程度后,结构会出现脆性破坏,而且这种破坏是不可预见性和随机性的,所酿成的灾难后果必然异常严重^[1-3]。因此,承受动载反复作用结构的性能退化及其病害诊治已是工程结构防灾减灾的突出问题,使研究人员产生了很大的兴趣^[1,3-6]。

混凝土结构的刚度在一定程度上能反映出结构的损伤程度,而且刚度测试简单易行,如果能找到结构在疲劳荷载作用下的刚度退化规律,则该规律可以作为判定结构性能损伤程度的一项重要参考指标,因此开展疲劳荷载作用下钢筋混凝土梁的刚度退化试验及其刚度退化规律研究具有很重要的意义^[5,7]。长期以来对钢筋混凝土梁试件所做的疲劳试验数量较多,取得了很多成果,而且也有少数成果描述了梁的刚度退化现象,但仅局限于对刚度退化现象的描述,对退化规律研究还不够充分^[8-9]。

通过对 5 根钢筋混凝土空心板梁和 5 根 T 梁的等幅疲劳试验,测试试验梁在疲劳荷载作用下的刚度退化参数,归纳总结出刚度退化规律计算式,为既有混凝土桥梁、吊车梁等承受反复疲劳荷载作用结构的损伤退化研究提供参考。

1 钢筋混凝土梁疲劳刚度退化试验

1.1 钢筋混凝土梁试件

梁试件的配筋与截面等参数主要参考部颁空心板梁及 T 梁桥参数,在综合疲劳机加载能力后予以缩尺。为确保试件在跨中纯弯段内受弯破坏,防止试验中试件在支座附近局部受压破坏或受剪破坏,在试件的支座附近及剪弯段加强配筋。

空心板试件采用横断面为 600 mm × 500 mm 的空心矩形截面,试件净跨径 3.8 m (总长 4 m)。混凝土保护层厚度取 25 mm;架立筋和箍筋为 R235 级光圆筋,直径 8 mm;纵筋和斜筋采用的 HRB335 级螺纹钢,直径 20 mm。除箍筋采用绑扎连接外,其余钢筋均为双面焊。梁试件的尺寸及配筋如图 1。混凝土立方体试块 28 d 抗压强度平均值为 14.08 MPa。钢筋为涟钢产品,R235 光圆筋实测屈服抗拉强度、极限抗拉强度分别为 364、499 MPa;HRB335 螺纹钢实测屈服抗拉强度、极限抗拉强度分别为 429、598 MPa。

T 形截面梁试件的箍筋和架立筋为直径 8 mm 的 R235 光圆筋,其余钢筋均为直径 25 mm 的 HRB335 螺纹钢。箍筋为绑扎连接,其余钢筋均双面焊接。试件长 6.7 m,净跨径 6.5 m。梁的尺寸及配筋见图 2。混凝土净保护层厚度 18 mm。混凝土 28 天实测立方体抗压强度平均值为 27.9 MPa。实测 R235 光圆筋的屈服抗拉强度、极限抗拉强度分别为 366.3、497.5 MPa;实测 HRB335 螺纹钢的屈服抗拉强度、极限抗拉强度分别为 426.7、587.6 MPa。

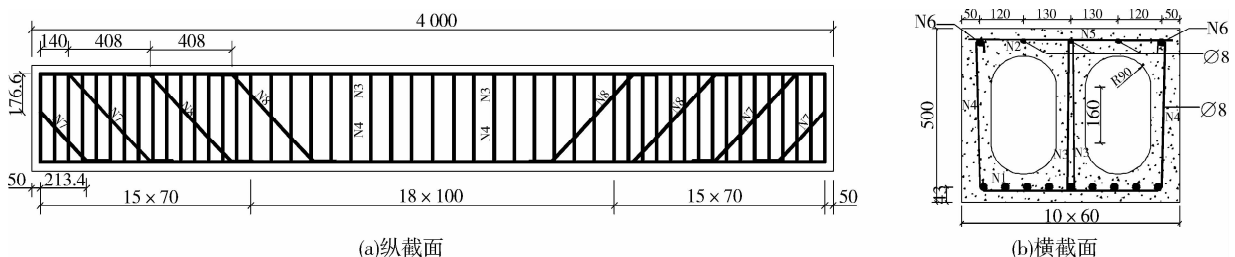


图 1 空心板梁试件构造(单位: mm)

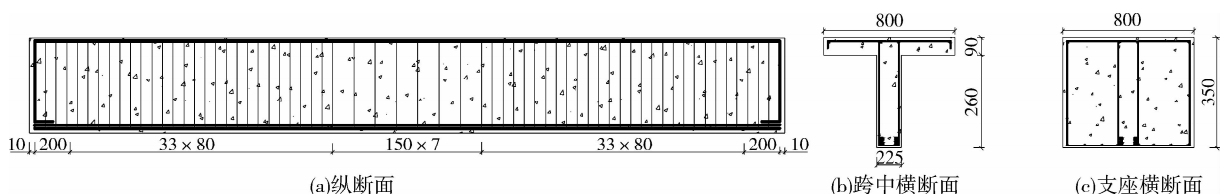


图 2 T 型截面梁试件构造(单位: mm)

1.2 加载装置与方法

采用 MTS 疲劳试验机加载,分配梁范围内为纯弯段。试验照片见图 3。试验工况及结果见表 1 所示。

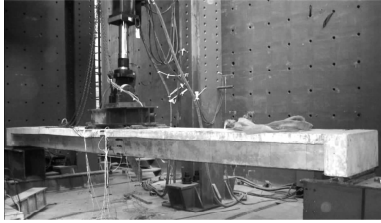


图 3 疲劳试验加载照片

表 1 疲劳试验工况及结果

梁号	加载荷载幅值	钢筋应力幅/MPa	疲劳寿命/万次
KL-2	$P_{\min}=0.20P_{u,KL}$;	94.6	328.06
	$P_{\max}=0.50P_{u,KL}$		
KL-3	$P_{\min}=0.20P_{u,KL}$;	110.3	180.13
	$P_{\max}=0.55P_{u,KL}$		
KL-4	$P_{\min}=0.20P_{u,KL}$;	118.8	142.65
	$P_{\max}=0.577P_{u,KL}$		
KL-5	$P_{\min}=0.20P_{u,KL}$;	126.1	120.52
	$P_{\max}=0.60P_{u,KL}$		
KL-6	$P_{\min}=0.154P_{u,KL}$;	140.6	95.34
	$P_{\max}=0.60P_{u,KL}$		
TL-2	$P_{\min}=0.2P_{u,TL}$;	135.2	99.5
	$P_{\max}=0.587P_{u,TL}$		
TL-3	$P_{\min}=0.2P_{u,TL}$;	141.7	84.9
	$P_{\max}=0.606P_{u,TL}$		
TL-4	$P_{\min}=0.2P_{u,TL}$;	157.2	63.0
	$P_{\max}=0.650P_{u,TL}$		
TL-5	$P_{\min}=0.2P_{u,TL}$;	175.0	43.54
	$P_{\max}=0.700P_{u,TL}$		
TL-6	$P_{\min}=0.2P_{u,TL}$;	186.8	34.7
	$P_{\max}=0.735P_{u,TL}$		

注: $P_{u,KL}$ 为空心板梁的极限承载力,为 520 kN; $P_{u,TL}$ 为 T 梁的极限承载力,为 133 kN;钢筋应力幅为试验疲劳加载时受力主筋对应于加载上限与加载下限所受应力的差值,由计算获得。

1.3 刚度退化表达式

根据材料力学知识,利用简支梁在外荷载作用下的挠曲线方程,可获得刚度表达式为

$$B = \alpha \frac{ML^2}{f} \quad (1)$$

其中: B 为截面抗弯刚度; M 为截面弯矩; L 为试件的跨径; α 为与支承条件、荷载等有关的挠度系数; f 为对应截面处试件挠度。

对于跨中截面,分析试验条件可知 T 梁的挠度系数为 0.190 3,空心板梁的挠度系数为 0.204 8。

因此 T 梁的刚度表达式为 $B_T = 8.042 \frac{M}{f}$,空心板

梁的刚度表达式为 $B_K = 2.9567 \frac{M}{f}$ 。

计算弯矩增量(荷载幅取 0 至疲劳加载上限)并测量由此引起的跨中挠度增量,即 $B_K = 2.9567 \frac{M_{\max}}{\Delta f}$ (试件 KL-2~KL-6)或 $B_T = 8.042 \frac{M_{\max}}{\Delta f}$ (试件 TL-2~TL-6)。

1.4 试验梁刚度退化情况

疲劳荷载作用下试件的刚度退化幅度见表 2。

由表 2 可知,在疲劳破坏时梁试件刚度均明显下降(均为初始刚度的 80%~90%),T 梁和空心板试件的刚度退化幅度平均值分别为 83.5%、84.6%;如不区分梁试件的截面形式,刚度退化幅度平均值为 84.0%。由此可见,T 梁疲劳破坏时的刚度退化程度较空心板梁稍大,但差异不是很大。根据表 2 结果,可认为试件的刚度退化衰减幅度与其初始刚度关联不大。

表 2 各试件疲劳破坏时刚度退化幅度

试件编号	退化幅度/%	各类梁 平均值/%	所有试验 梁平均值/%
KL-2	82.8		
KL-3	85.8		
KL-4	86.2	84.6	
KL-5	86.8		
KL-6	81.2		84.0
TL-2	84.5		
TL-3	82.1		
TL-4	83.3	83.5	
TL-5	83.3		
TL-6	84.5		

2 疲劳荷载作用下钢筋混凝土梁刚度退化规律

2.1 刚度退化表征

定义利用刚度退化规律表征的疲劳损伤程度为^[10]

$$D_B = \frac{B_0 - B_{nr}}{B_0 - B_{Nr}} \quad (2)$$

其中: D_B 为损伤变量(利用试件刚度定义, $D_B \in [0,1]$); B_0 为试件初始刚度; B_{nr} 为试件经受 n 次疲劳加载后的刚度; B_{Nr} 为试件疲劳破坏时(N 次反复加载)的刚度。

将实测刚度退化数据正则化,见表 3。建立刚度退化定义的损伤变量与疲劳寿命比 n/N 之间的

函数关系:

$$D_B = \frac{B_0 - B_{nr}}{B_0 - B_{Nr}} = f\left(\frac{n}{N}\right) \quad (3)$$

正则化后刚度退化函数可简化如下式:

$$\frac{B_{nr}}{B_0} = 1 - \left(1 - \frac{B_{Nr}}{B_0}\right) f\left(\frac{n}{N}\right) \quad (4)$$

表3 各试件在疲劳加载过程中刚度损伤变量发展情况

试件编号	n/N	D_B	试件编号	n/N	D_B	试件编号	n/N	D_B
KL-2	0	0	KL-5	0.500	0.633	TL-3	1.000	1.000
KL-2	0.015	0.415	KL-5	0.833	0.729	TL-4	0	0
KL-2	0.061	0.458	KL-5	1.000	1.000	TL-4	0.016	0.292
KL-2	0.305	0.543	KL-6	0	0	TL-4	0.079	0.459
KL-2	0.549	0.584	KL-6	0.053	0.257	TL-4	0.318	0.604
KL-2	0.793	0.625	KL-6	0.211	0.425	TL-4	0.635	0.642
KL-2	1.000	1.000	KL-6	0.632	0.552	TL-4	0.952	0.789
KL-3	0	0	KL-6	1.000	1.000	TL-4	1.000	1.000
KL-3	0.028	0.372	TL-2	0	0	TL-5	0	0
KL-3	0.111	0.497	TL-2	0.010	0.337	TL-5	0.023	0.175
KL-3	0.556	0.579	TL-2	0.101	0.441	TL-5	0.116	0.366
KL-3	1.000	1.000	TL-2	0.302	0.542	TL-5	0.465	0.545
KL-4	0	0	TL-2	0.503	0.575	TL-5	0.930	0.690
KL-4	0.035	0.397	TL-2	0.704	0.608	TL-5	1.000	1.000
KL-4	0.140	0.580	TL-2	0.905	0.640	TL-6	0	0
KL-4	0.421	0.624	TL-2	1.000	1.000	TL-6	0.029	0.344
KL-4	0.701	0.668	TL-3	0	0	TL-6	0.144	0.516
KL-4	0.981	0.837	TL-3	0.012	0.284	TL-6	0.288	0.571
KL-4	1.000	1.000	TL-3	0.118	0.478	TL-6	0.576	0.598
KL-5	0	0	TL-3	0.353	0.544	TL-6	0.865	0.679
KL-5	0.042	0.330	TL-3	0.589	0.608	TL-6	1.000	1.000
KL-5	0.167	0.535	TL-3	0.825	0.646			

2.2 刚度退化函数

刚度退化函数 $f\left(\frac{n}{N}\right)$ 必须符合如下要求^[11-12]:

1) 试件在疲劳加载前无损伤, 损伤变量应为 0,

即 $\frac{n}{N} = 0$ 时 $f\left(\frac{n}{N}\right) = 0$;

2) 试件疲劳破坏时损伤程度达到最大, 即 $\frac{n}{N} = 1$

时 $f\left(\frac{n}{N}\right) = 1$;

3) 根据现有研究成果, 试件刚度退化为明显的“S”线形, 即刚度在疲劳加载初期、邻近破坏前这两个阶段均有较大幅度的下降, 在中间较长的时间段

内基本处于稳定发展的线性阶段, 本试验也验证了该现象。因此, 函数 $f\left(\frac{n}{N}\right)$ 在 $\frac{n}{N} \in [0, 1]$ 范围内, 必须为“S”线形, 且函数必须为单调降。

经过比选, 在用试验数据拟合未知参数进行精度评估后, 选择两个能满足如上要求的函数^[10]:

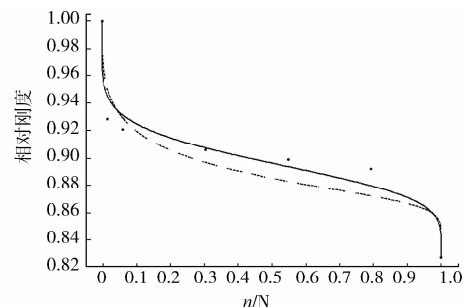
$$f\left(\frac{n}{N}\right) = a\left(\frac{n}{N}\right)^b + (1-a)[1 - (1 - \frac{n}{N})^c] \quad (5)$$

$$f\left(\frac{n}{N}\right) = 1 - \frac{1 - (n/N)^a}{(1 - n/N)^b} \quad (6)$$

使用 Matlab 软件的 Curve Fitting Tool 工具箱, 利用式(5)、(6), 对试件在疲劳加载过程中的刚度退化数据进行拟合, 得出拟合参数。结果表明, 式(5)和式(6)拟合效果较好, 但式(5)拟合曲线精度更高, 而式(6)只需 2 个参数, 较式(5)简洁。

2.3 试验梁刚度退化规律及刚度退化计算公式

受疲劳荷载的反复加载, 钢筋混凝土梁的刚度会随加载次数的增加而表现出持续退化。利用试件疲劳刚度退化试验过程中测得的数据, 用式(5)和式(6)分别拟合出刚度退化曲线, 如图 3 所示(其余试件的数据点及拟合出的刚度退化曲线规律相同)。



注: · 试验数据点 --- 式(6)拟合曲线 — 式(5)拟合曲线

图3 KL-2 梁刚度退化数据及其拟合曲线

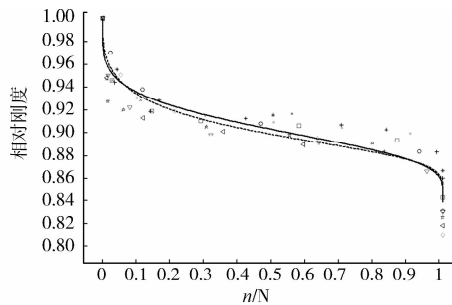
图 3 显示, 钢筋混凝土试件用挠度表示的刚度退化具有很强的规律性(单调下降的“S”型)。在拟合出的刚度退化曲线中, 刚加载时刚度退化速率很大, 下降幅值很大; 在加载次数处于 $0 \sim (10\% \sim 15\%)N_f$ 区间内, 刚度退化速率逐渐减小, 但刚度退化值则显著增长, 在该阶段末期刚度退化量可达疲劳破坏时总退化量的 40%; 经过上一阶段后, 刚度退化增长速率开始变小直至趋于一较小数值(对应于疲劳稳定发展阶段), 该阶段历时大于 $60\%N_f$; 疲劳稳定发展阶段后, 刚度退化增长速率开始逐步增大(进入疲劳破坏阶段, 该阶段历时约 $10\%N_f$)。图 3 揭示的规律与文献^[8, 13]较接近。

取各试件通过拟合得出的各参数平均值, 则式(4)简化为:

$$\frac{B_{nr}}{B_0} = 1 - 0.160 \times \left\{ 0.645 \times \left(\frac{n}{N} \right)^{0.220} + 0.355 \times \left[1 - \left(1 - \frac{n}{N} \right)^{0.208} \right] \right\} \quad (7)$$

$$\frac{B_{nr}}{B_0} = 1 - 0.160 \times \left[1 - \frac{1 - (n/N)^{0.341}}{(1 - n/N)^{0.820}} \right] \quad (8)$$

各试件刚度退化试验数据及利用式(7)、(8)拟合出的刚度退化曲线一并在图4中绘出。图4说明,式(7)、(8)所描绘的刚度退化规律与10片试验梁所获得的刚度退化试验数据相关性很好,表明式(7)、(8)都可用来描述钢筋混凝土试验梁的疲劳刚度退化情况。从而建立了钢筋混凝土梁在疲劳荷载反复加载的情况下,梁刚度的退化和衰减的定量规律,利用该规律可用于钢筋混凝土桥梁、吊车梁等工程性能退化判定。



注: * KL2梁实验数据点 * KL3梁实验数据点 * KL4梁实验数据点
 * KL5梁实验数据点 * KL6梁实验数据点 * TL2梁实验数据点
 * TL3梁实验数据点 * TL4梁实验数据点 * TL5梁实验数据点
 * TL6梁实验数据点 — 公式(7)拟合曲线 - - - 公式(8)拟合曲线

图4 受疲劳加载的钢筋混凝土试件的刚度退化数据及拟合公式

2.4 刚度退化规律的工程应用

根据刚度退化规律及刚度退化计算公式,可对承受荷载反复作用的钢筋混凝土梁结构(如桥梁、吊车梁)的变形、疲劳性能退化及损伤情况进行判断。

1)结构变形计算。利用式(7)或(8)可对结构在反复荷载作用下的刚度退化情况进行预测。进而根据刚度退化情况预测结构变形。

2)结构性能退化判定。首先获取结构的初始刚度 B_0 (可根据设计图纸计算,也可直接利用工程交工验收时的交工试验资料数据)。在该结构使用一定的年限后,通过荷载试验(属于无损试验)可测得结构的刚度 B_{nr} ,再根据式(7)或式(8)即可计算出 n/N 值,据此可判断出结构的损伤状态、剩余寿命,为工程结构的维修、拆除等决策提供技术依据。

3 结论

1)钢筋混凝土梁在疲劳荷载的反复作用下,其刚度会逐步发生不可逆的退化,刚度退化与疲劳损

伤之间存在一定的内在关联,当退化至一定程度时结构即发生疲劳破坏。

2)通过疲劳试验观测,钢筋混凝土梁刚度退化呈现出非常明显的单调递减“S”型曲线。在疲劳加载初期梁的刚度值退化非常明显, $0.15N_f$ 后梁的刚度退化速率很小且接近常数;在 $0.90N_f$ 后刚度退化速率逐渐变大,进入脆性疲劳断裂阶段,试验梁很快即疲劳破坏。

3)通过构建符合刚度退化规律的函数,对实验数据进行拟合,得到可用于计算钢筋混凝土梁刚度退化程度的公式,该公式与10根试验梁的试验结果吻合度较好,能够实现对刚度退化的定量描述,可用于钢筋混凝土桥梁、吊车梁等工程性能退化判定。

4)试验结论可用于钢筋混凝土桥梁、吊车梁等承受动荷载反复作用工程结构的服役期变形计算、结构性能退化程度判定,并可供工程结构维护决策参考。

参考文献:

- [1] 肖盛燮. 桥梁承载力演变理论及其应用技术[M]. 北京:科学出版社, 2009: 1-15.
- [2] Yung L L, Jwo P, Hathaway R B, et al. Fatigue testing and analysis(theory and practice) [M]. Elsevier, 2005:25-30.
- [3] 宋玉普. 混凝土结构的疲劳性能及设计原理[M]. 北京:机械工业出版社, 2006:3-12.
- [4] 钟铭,王海龙,刘仲波,等. 高强钢筋混凝土梁静力和疲劳性能试验研究[J]. 建筑结构学报, 2005, 26(2): 94-100.
- [5] Zhong M, Wang H L, Liu Z B, et al. Experimental research of high-strength concrete beams reinforced by high-strength bars under static loading and fatigue loading [J]. Journal of Building Structures, 2005, 26(2): 94-100.
- [6] Van P W, Degriek J. A new coupled approach of residual stiffness and strength for fatigue of fiber-reinforced composites [J]. International Journal of Fatigue, 2002, 24(7): 747-762.
- [7] Cheng L J. Flexural fatigue analysis of a CFRP form reinforced concrete bridge deck [J]. Composite Structures, 2011, 93(11):2895-2902.
- [8] Nie J G, Wang Y H, Cai C S. Experimental research on fatigue behavior of RC beams strengthened with steel plate-concrete composite technique [J]. Journal of Structural Engineering, 2011, 137(7): 772-781.
- [9] 汤红卫,李士彬,朱慈勉. 基于刚度下降的混凝土梁疲劳累积损伤模型的研究[J]. 铁道学报, 2007, 29(3): 84-88.

(下转第13页)

附录 A

$[F]$ 、 $[C]$ 为对称矩阵, $[\bar{w}]$ 为非对称矩阵,其中各元素表达式为

$$\begin{aligned} F_{11} &= F_{22} = F_{99} = F_{1010} = 1, F_{33} = F_{88} = \frac{b_l + b_s}{3K}, \\ F_{44} &= F_{77} = \frac{b_l + b_s}{3K}, F_{55} = F_{66} = \frac{b_w + b_l}{3K} \\ F_{34} &= F_{78} = \frac{b_s}{6K}, F_{45} = F_{67} = \frac{b_l}{6K}, F_{56} = \frac{b_l}{6K} \\ C_{11} &= C_{1010} = 2C_{12} = 2C_{910} = \frac{b_s t}{3} C_{22} = C_{99} = \frac{(b_s + b_l)t}{3}, \\ C_{33} &= C_{88} = \frac{(b_l + b_s)t}{3}, C_{44} = C_{77} = \frac{(b_s + b_l)t}{3} \\ C_{55} &= C_{66} = \frac{(b_l + b_w)t}{3}, C_{23} = C_{89} = \frac{b_l t}{6}, C_{34} = C_{78} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{b_s t}{6}, C_{45} &= C_{67} = \frac{b_l t}{6}, C_{56} = \frac{b_w t}{6} \\ \bar{w}_{31} &= \bar{w}_{810} = \frac{1}{b_s b_l}, \bar{w}_{32} = \bar{w}_{89} = -\frac{b_s + b_s}{b_s b_s b_l}, \bar{w}_{12} = \bar{w}_{79} = \\ \frac{1}{b_l b_s}, \bar{w}_{33} &= \bar{w}_{88} = \frac{2}{b_s b_l}, \bar{w}_{43} = \bar{w}_{34} = \bar{w}_{87} = \bar{w}_{78} = \frac{b_l - b_l}{b_l b_s b_l} \\ \bar{w}_{53} &= \bar{w}_{35} = \bar{w}_{86} = \bar{w}_{68} = -\frac{1}{b_s b_l}, \bar{w}_{44} = \bar{w}_{77} = \frac{-2}{b_s b_l}, \bar{w}_{55} = \\ \bar{w}_{66} &= \frac{-2}{b_l b_w}, \bar{w}_{45} = \bar{w}_{54} = \bar{w}_{76} = \bar{w}_{67} = \frac{b_s + b_w}{b_s b_l b_w}, \bar{w}_{56} = \bar{w}_{65} = \frac{2}{b_l b_w} \\ \bar{w}_{16} &= \bar{w}_{64} = \bar{w}_{75} = \bar{w}_{57} = \frac{-1}{b_l b_w} \end{aligned}$$

(编辑 胡英奎)

(上接第 5 页)

- Tang H W, Li S B, Zhu C M. A fatigue cumulative damage model of rc beam based on stiffness degradation [J]. Journal of the China railway Society, 2007, 29(3): 84-88.
- [9] 吴晓莉,顾彬. 识别钢筋混凝土桥面板疲劳损伤的剩余刚度法[J]. 特种结构, 2008, 25(3): 69-71.
- Wu X L, Gu B. Residual stiffness method for identifying fatigue damage in reinforced concrete bridge slab [J]. Special Structures, 2008, 25(3): 69-71.
- [10] 廉伟,姚卫星. 复合材料层压板剩余刚度-剩余强度关联模型[J]. 复合材料学报, 2008, 25(5): 151-156.
- Lian W, Yao W X. Residual stiffness-residual strength coupled model of composite laminates [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(5): 151-156.
- [11] 卢明奇,杨庆山,杨娜. 考虑刚度退化的铁路低配钢筋混凝土桥墩抗震评估方法[J]. 中国铁道科学, 2011, 32(3): 41-46.
- Lu M Q, Yang Q S, Yang N. Seismic evaluation method of rc railway piers with low steel ratios considering stiffness degradation [J]. China Railway Science, 2011, 32(3): 41-46.
- [12] 辛学忠,郭向荣. 铁路桥梁刚度描述方法[J]. 中国铁道科学, 2007, 28(5): 31-36.
- Xin X Z, Guo X R. Method for describing the stiffness of railway bridges [J]. China Railway Science, 2007, 28(5): 31-36.
- [13] 牛鹏志,黄培彦,姚国文,等. CFL 增强 RC 梁的疲劳累积损伤模型[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2007, 135(2): 23-26.
- Niu P Z, Huang P Y, Yao G W, et al. Fatigue accumulative damage model of rc beam strengthened with carbon fiber laminate [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2007, 135(2): 23-26.

(编辑 胡 玲)