

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2015.03.002



混凝土拉压强度尺寸效应的细观非均质机理

杜敏^{1,2}, 杜修力¹, 金浏¹, 卢爱贞¹

(1. 北京工业大学 城市与工程安全减灾教育部重点实验室 北京 100124 2. 防灾科技学院 河北 三河 065201)

摘要:为了从材料细观非均质角度揭示混凝土强度尺寸效应机理,建立了混凝土细观单元等效非均质力学模型,开展了立方体抗拉、抗压强度尺寸效应细观数值模拟研究。研究表明:混凝土强度尺寸效应根源于材料细观非均质性,随着模型尺寸的增加,混凝土材料细观单元弹性模量变异系数增大,材料细观非均质性增强,大尺寸模型内部存在更多的低强度单元或缺陷,导致混凝土立方体抗拉、抗压强度降低,极限应变减小,脆性增大;混凝土损伤破坏由少量集中区域,发散扩展形成多条非贯通的裂纹带;数值模拟结果与尺寸效应实验数据相吻合。

关键词:混凝土;细观非均质;细观单元等效化模型;强度尺寸效应;破坏模式

中图分类号:TU528.1;TV331 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2015)03-0011-08

Meso-heterogeneity mechanism of the concrete size effect of tension and compression strength

Du Min^{1,2}, Du Xiuli¹, Jin Liu¹, Lu Aizhen¹

(1. The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering,

Beijing University of Technology, Beijing 100124, P. R. China;

2. Institute of Disaster-prevention Science and Technology, Sanhe 065201, Hebei, P. R. China)

Abstract: In order to reveal the size effect meso-heterogeneity mechanism of concrete strength, the meso-element equivalent heterogeneity model was established. Tension and compression tests were simulated for different size meso-heterogeneity models. The results showed that the size effect of concrete is rooted in the meso-heterogeneity mechanism of materials. With the increase of model size, the variation coefficient of meso-element elastic modulus increases and meso-heterogeneity of concrete heightened. Also, more low-strength units or defects were discovered in the large-size model. As a result, the tension and compression strength of concrete and the ultimate strain decreased and the brittleness of concrete strengthened. Concrete damage region extended from the concentrated area to multiple non-penetrating crack zones.

Key words: concrete; meso-heterogeneity; meso-element equivalent model; strength size effect; failure mode

混凝土是重要的建筑材料,随着工程规模的发展,混凝土构件尺寸不断增大,材料强度随着构件尺寸的增大而降低,存在尺寸效应现象[1]。近年来围绕混凝土尺寸效应的研究逐年增加,材料强度破坏

收稿日期:2014-11-08

基金项目:国家自然科学基金(51408127);中国地震局教师科研基金(20120104)

作者简介:杜敏(1978年),副教授,主要从事结构工程的研究,(E-mail)dumin2001@163.com。

Received:2014-11-08

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51408127); Teachers' Scientific Research Fund of China Earthquake Administration(20120104)

Author brief: Du Min(1978-), associate professor, main research interest: civil structure, (E-mail)dumin2001@163.com.

实验是尺寸效应研究的重要方法。由于土木、水利等工程中混凝土构件尺寸都比较大,只能在实验室进行小尺寸试件的破坏实验,存在着研究尺度范围的限制。数值实验是另一种尺寸效应研究方法,它能够模拟不同尺度的混凝土构件,快速求解问题,降低实验成本。尺寸效应数值模拟方法的可靠性主要取决于数值模型的精确性,以往对混凝土尺寸效应的数值研究偏重于从宏观角度进行,忽略了混凝土内部介质的细观非均质性对材料力学性能的影响。

近年来细观力学理论的发展和高速大容量电子计算机的出现,为混凝土尺寸效应数值研究提供了新思路。一些学者尝试建立细观力学模型开展混凝土材料尺寸效应的探索研究。文献[2-7]建立了由骨料、砂浆、粘结界面组成的混凝土随机骨料细观力学模型,分析了细观构造对混凝土材料力学性能的影响,该模型体现了骨料投放的随机性,在一定程度上反映了混凝土细观介质的非均质性,但骨料、砂浆和界面仍假定为均质材料,混凝土是高度非均质性材料,在尺寸效应的细观力学分析中应充分考虑材料的非均质性,全面、真实地反映混凝土材料的力学特性。此外,随机骨料细观模型网格单元数量巨大,计算效率低。依据文献[8],随机骨料细观力学模型的网格单元尺寸需小于骨料粒径的 $1/4$,才可以得到稳定的宏观力学特性。以一级配边长 150 mm 立方体混凝土平面模型为例,小骨料等效粒径为 8 mm 时,网格单元最大尺寸为 2 mm ,此时模型网格单元数为 $5\ 625$ 个,三维立方体模型的单元数为 $421\ 875$ 个,若建立更大尺寸混凝土或钢筋混凝土构件的细观力学模型,计算量将非常巨大。文献[9-14]建立了随机力学特性模型,对骨料、砂浆、粘结界面的弹性模量按照某个给定的 Weibull 分布来赋值,反应混凝土材料的细观非均质性,并开展了有益的探索研究工作。但在尺寸效应数值研究中对不同尺寸的模型均采用相同的均值度参数,没有考虑混凝土材料细观非均质性与模型尺寸的相关性,未从材料细观均质角度开展尺寸效应的机理研究。文献[15]提出了一种新的细观力学模型-混凝土细观单元等效模型,它是基于随机骨料模型,采用特征单元尺度进行网格重新划分,并依据单元复合材料等效方法建立了细观非均质力学模型,文献[16]采用该模型开展了细观单元弹性模量非均匀统计特性研究,表明混凝土材料细观非均质性与模型尺度相关,对混凝土力学性能产生影响。

为了从材料细观非均质角度揭示混凝土强度尺寸效应机理,本文建立细观单元等效非均质力学模型,开展立方体抗拉、抗压强度尺寸效应数值模拟研究,尝试从材料细观构造非均质角度对混凝土强度尺寸效应及破坏模式进行机理分析,并与实验数据进行对比验证。

1 细观非均质力学模型

1.1 随机骨料模型

混凝土细观等效力学模型是以随机骨料模型为基础,采用特征单元尺寸进行网格重新划分,并对新网格单元的力学性能采用复合材料等效化方法确定,由此建立的非均质细观力学模型。因此,首先需要建立混凝土随机骨料模型,为了与文献[17]中实验数据对比,本文建立了边长为 150 、 250 、 350 、 450 和 600 mm 的 5 种尺寸一级配混凝土立方体随机骨料细观模型。

随机骨料模型由骨料、砂浆和粘结界面三相介质组成,界面相本质上是区别于远处砂浆的一层含较高孔隙率的砂浆,其具有的较低的弹性模量、强度等力学参数可以通过孔隙率参数的设定来定量的给予表征^[18]。本文把骨料和水泥砂浆之间的过渡界面层看成是具有 15% 孔隙率的近场砂浆,界面区厚度为 2 mm ,其力学参数可以通过文献^[18] 确定。骨料颗粒假定为球状,对于卵石和砾石等球状骨料, Walraven 等^[19] 基于 Fuller 公式将三维级配曲线转化为试件内截面上任一点具有骨料直径 $D < D_0$ (计算粒径)的概率 P_c 为

$$P_c(D < D_0) = P_k(1.065D_0^{0.5}D_{\max}^{-0.5} - 0.053D_0^4D_{\max}^{-4} - 0.012D_0^6D_{\max}^{-6} - 0.0045D_0^8D_{\max}^{-8} - 0.0025D_0^{10}D_{\max}^{-10}) \quad (1)$$

式中: P_k 代表骨料体积占混凝土总体积的百分比,一般全部粗细骨料占混凝土总体积比为 70% 左右,粗骨料(粒径 5 mm 以上)占混凝土总体积比在 40% 左右,为了与文献[17]进行验证,该实验中混凝土粗骨料体积为 43% ,本文中 P_k 取值 43% ; D_0 为筛孔直径; D_{\max} 为最大骨料粒径。由水工混凝土试验规程[20]可知,一级配混凝土骨料粒径在 $5\sim 20\text{ mm}$ 之间。采用两个等效粒径,中石等效粒径为 15 mm ,小石等效粒径为 8 mm 。依据式(1)计算出不同尺寸模型内骨料的颗粒数,如表 1 所示。采用 Monte Carlo 法随机生成骨料的圆心位置,建立随机骨料模型,如图 1 所示。

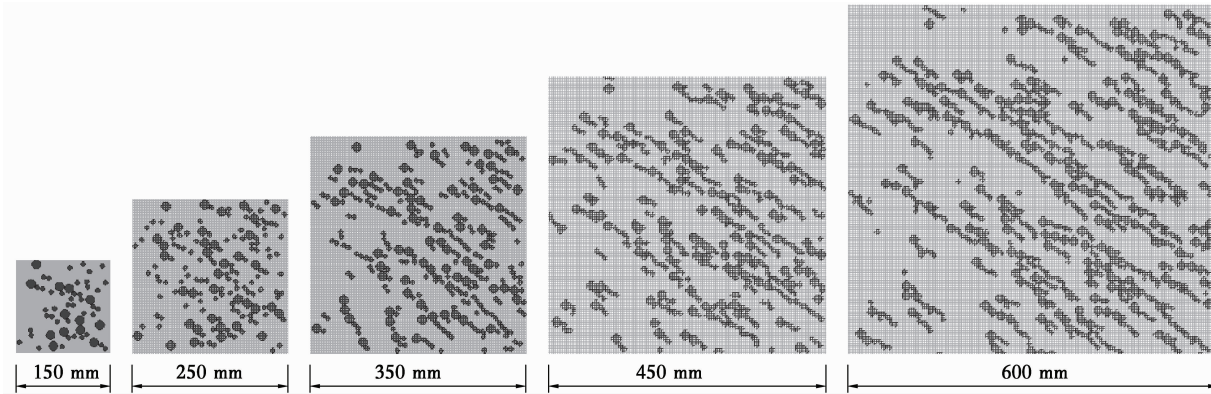


图 1 不同尺寸混凝土随机骨料模型

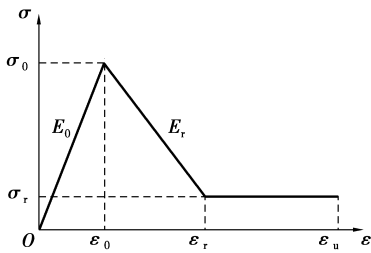
Fig. 1 Random aggregates micro models for different size

表 1 不同尺寸模型内骨料颗粒数

Table 1 Aggregates particles number in different size models

模型边长/mm	骨料颗粒数/个	
	小石	中石
150	42	13
250	116	37
350	228	73
450	376	120
600	213	669

随机骨料模型内各项材料采用图 2 所示的双线性弹性损伤材料本构关系。细观组分的力学材料参数参考文献[2-3],如表 2 所示。



注: σ_0 为峰值应力; σ_r 为残余应力 $\sigma_r = \lambda\sigma_0$; λ 为残余应力系数; ϵ_0 为峰值应变; ϵ_r 为残余应变 $\epsilon_r = \eta\epsilon_0$; η 为残余应变系数; ϵ_u 为极限应变 $\epsilon_u = \xi\epsilon_0$; ξ 为极限应变系数

图 2 各组分材料的本构关系模型

Figure 2 Constitutive model of component materials

表 2 各组分材料的力学参数

Table 2 Mechanical parameters of component materials

材料	弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	拉压强度 σ_0/MPa	λ	η	ξ
砂浆	35	0.22	3.0/30	0.1	4	10
骨料	50	0.16	6.0/80	0.1	4	10
界面	20	0.20	1.8/18	0.1	4	10

1.2 细观单元等效模型

以随机骨料模型为基础,采用特征单元尺寸重新进行网格划分,建立细观单元等效非均质力学模型。网格重新划分后,新的大尺寸单元是由若干个骨料、砂浆或界面小单元材料组成,其力学性能采用“两步等效”方法确定。首先,将粘结界面与砂浆基质进行等效,通过程序计算出新单元中骨料、砂浆及界面所占的体积分数(平面模型为面积分数)分别为 C_{ag} 、 C_{mo} 和 C_{itz} ,三者之和为 1,则微孔隙占据总体砂浆(近场砂浆即界面区与远场砂浆之和)的孔隙率 C_p 为

$$C_p = 0.15 \times \frac{C_{itz}}{C_{itz} + C_{mo}} \quad (2)$$

由文献[18]可知,砂浆和界面等效体 A 的有效体积模量 K_A 和等效剪切模量 G_A 分别为

$$K_A = \frac{4K_{mo}G_{mo}(1 - C_p)}{4G_{mo} + 3K_{mo}C_p} \quad (3)$$

$$G_A = G_{mo}(1 - (C_p)^2) \quad (4)$$

式中: K_{mo} 、 G_{mo} 为砂浆的体积模量和剪切模量。可知砂浆和界面等效体的等效体 A 弹性模量 E_A 、等效泊松比 ν_A 、峰值强度 σ_0^A 及峰值应变 ϵ_0^A 为

$$E_A = \frac{9K_A G_A}{3K_A + G_A} \quad (5)$$

$$\nu_A = \frac{3K_A - 2G_A}{6K_A + 2G_A} \quad (6)$$

$$\sigma_0^A = \sigma_0^{mo} [1 - (C_p)^{0.67}] \quad (7)$$

$$\epsilon_0^A = \frac{E_{mo}(1 - (C_p)^{0.67})}{E_A} \epsilon_0^{mo} \quad (8)$$

式中: σ_0^{mo} 、 ϵ_0^{mo} 、 E_{mo} 为砂浆的峰值强度、峰值应变及弹性模量。将界面和砂浆的等效体 A 与骨料进行最后等效。等效的方法采用图 3 所示的 Voigt 并联模型进行。假定在载荷作用下,骨料与等效体 A 的变形相同,确定复合材料等效弹性模量 E 、等效体积模量 K 和剪切模量 G 。

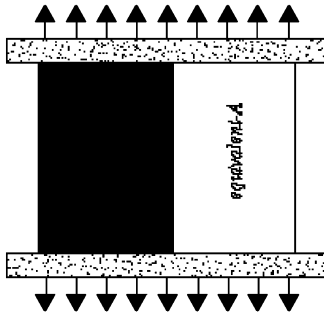


图 3 骨料与等效体 A 的并联模型

Fig. 3 Parallel model of aggregate and equivalent-A

$$E = C_A E_A + C_{ag} E_{ag} \quad (9)$$

$$K = C_A K_A + C_{ag} K_{ag} \quad (10)$$

$$G = C_A G_A + C_{ag} G_{ag} \quad (11)$$

式中: E_{ag} 为骨料弹性模量; C_A 为等效体 A 体积分数, 即砂浆与粘结界面体积分之和

$$C_A = C_{mo} + C_{itiz} \quad (12)$$

由 $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, 得知单元等效的泊松比 ν 为

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 = \frac{C_A E_A + C_{ag} E_{ag}}{C_A E_A + C_{ag} E_{ag}} - 1 \quad (13)$$

由于每个新单元内包含的砂浆、骨料、粘结界面单元材料的个数不相同, 根据两步等效方法确定的新单元材料力学性能各异, 由此建立了混凝土细观非均质力学模型, 如图 4 所示。

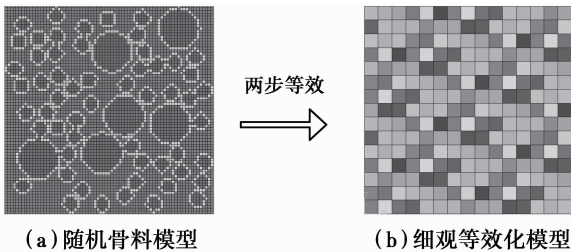


图 4 混凝土细观单元等效模型的建立

Fig. 4 Meso-element equivalent model

1.3 混凝土材料细观非均质性统计

混凝土是由粗细骨料、砂浆基质、粘结界面、孔隙及裂纹等组成的高度非均质材料, 研究混凝土尺寸效应规律需要考虑材料细观非均质性, 本文以细观单元模量的变异系数作为混凝土材料非均质性程度的指标, 开展不同尺寸模型细观单元弹性模量的非均质统计分析, 尝试从材料细观非均质角度研究解释混凝土尺寸效应机理。

由复合材料的 Voigt 并联模型推导的公式, 可以得到混凝土细观等效力学模型中各单元的等效弹

性模量, 进而得到细观单元等效弹性模量的均值、标准差及变异系数为

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n E_i}{n} \quad (14)$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}{n-1}} \quad (15)$$

$$C \cdot V = \frac{s}{\bar{E}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}{n-1}} \quad (16)$$

细观单元等效弹性模量的变异系数, 反映了模型内细观单元材料力学性能的离散程度, 即混凝土材料的细观非均质性。细观单元等效弹性模量变异系数越大, 说明混凝土材料的非均质性越强, 模型内部存在更多的低强度单元或者缺陷。本文对立方体边长为 150、250、350、450、600 mm 5 种尺寸的细观单元等效模型开展单元弹性模量非均质统计分析。图 5 显示了边长 150 和 250 mm 立方体模型细观单元的等效弹性模量分布, 150 mm 立方体模型有 225 个单元, 250 mm 立方体模型有 625 个单元, 从图 5 可以看出, 模型内部各个细观单元的等效弹性模量不完全相同, 数值分布于 30~50 GPa 之间, 体现了混凝土材料内部细观单元力学参数的非均质分布现象, 随着模型尺寸的增大, 单元弹性模量离散性增大。

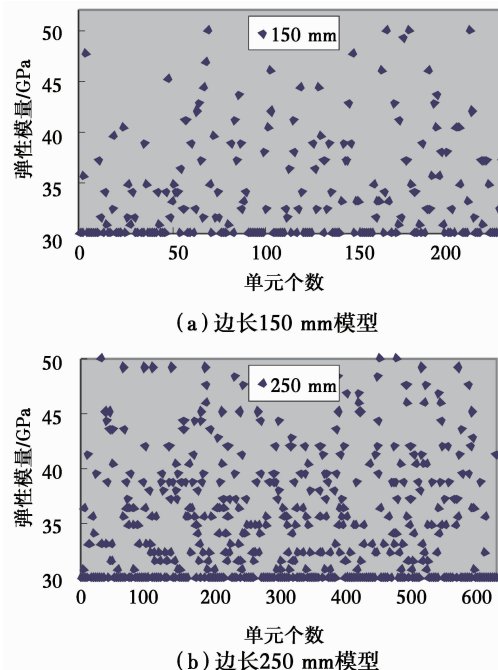


图 5 细观单元弹性模量统计

Figure 5 Elastic modulus statistics for meso-elements

对 5 种尺寸混凝土细观等效模型单元弹性模量开展非均质统计分析,结果如表 3 所示。

表 3 细观单元弹性模量非均质统计

Table 3 Elastic modulus statistics for meso-elements

模型尺寸/mm	单元个数	单元模量变异系数	单元模量均值
150	225	0.153	34.03
250	625	0.154	34.03
350	1 225	0.160	34.04
450	2 450	0.163	34.04
600	3 600	0.166	34.03

由表 3 可知,随着模型尺寸的增大,模型内细观单元个数增加,单元等效弹性模量的均值不变,因为对于不同尺寸的模型,骨料所占的体积率均是 43%,由复合材料的 Voigt 并联模型可知,不同尺寸模型的弹性模量均值不变;随着模型尺寸的增大,单元等效弹性模量的变异系数增大,即单元等效弹性模量的离散性变大,混凝土材料的非均质性增强,大

尺寸模型内部存在更多的低强度单元或缺陷。

2 混凝土抗拉强度尺寸效应数值模拟

通过上述分析得知,随着模型尺寸的增大,混凝土材料的非均质性增强,为了分析材料非均质性对混凝土强度和破坏模式的影响机理,对 5 种尺寸的细观等效模型开展抗拉强度尺寸效应数值实验,试件模型底部中点采用水平向和竖向约束,底部其余结点均只取为竖向约束,两侧为自由边界,模型上部为载荷施加边界,采用位移加载控制,单轴拉伸时选取最大拉应变准则作为混凝土单元的破坏准则。数值实验测得的不同尺寸模型的位移云图如图 6 所示。由于模型内各单元的力学特性不同,在拉伸荷载下,各单元的网格变形也是不均匀的,低强度单元被拉伸的非常严重,达到残余强度发生损伤破坏。不同尺寸混凝土立方体试件模型的破坏形态均呈现张拉破坏的形态,损伤破坏区域与拉力方向垂直。因为各模型非均质程度不同,产生的损伤破坏单元分布也不同。

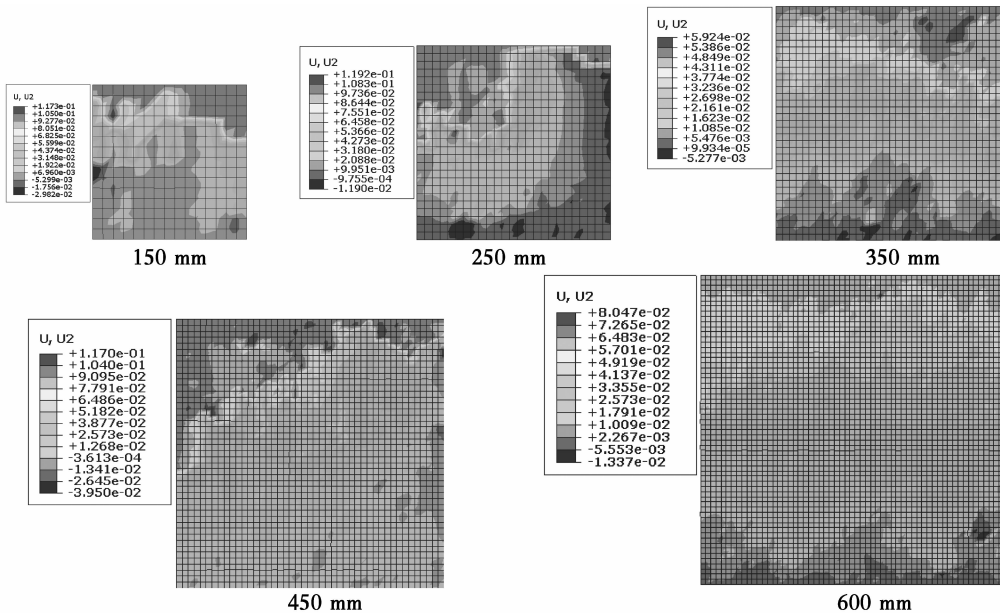


图 6 不同尺寸模型拉伸位移云图

Fig. 6 Tension displacement contours for different size models

整理混凝土抗拉强度数值实验数据,如图 7 和表 4 所示,可见随着模型尺寸的增加,材料的非均质性增强,大尺寸模型内部存在更多的低强度单元或缺陷,引起混凝土峰值强度和残余强度降低,混凝土脆性增大,存在尺寸效应现象。当模型边长尺寸大于 350 mm 时,抗拉强度降低趋势变缓,尺寸效应现象不明显。

表 4 立方体抗拉强度尺寸效应数值实验数据

Table 4 Numerical experiment data of cube tensile strength size effect

模型尺寸/mm	峰值强度/MPa	残余强度/MPa	峰值应变	极限应变
150	3.45	2.06	0.000 12	0.000 60
250	3.21	1.13	0.000 10	0.000 40
350	2.63	0.49	0.000 07	0.000 15
450	2.57	0.47	0.000 07	0.000 10
600	2.50	0.43	0.000 07	0.000 10

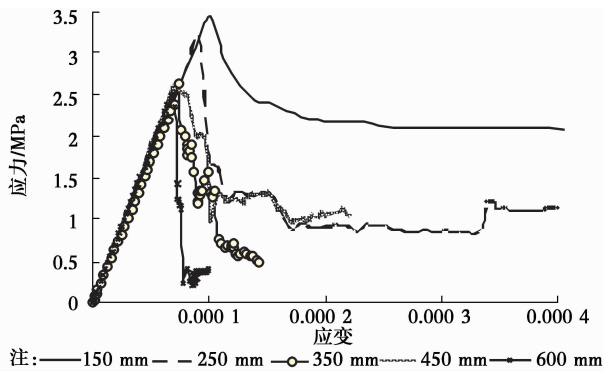


图 7 不同尺寸模型应力应变曲线

Fig. 7 Stress-strain curves for different size models

3 混凝土抗压强度尺寸效应数值模拟

立方体抗压强度是混凝土强度的基本指标,为

了分析材料细观非均质对立方体抗压强度及破坏模式的影响,对边长 150、250、350、450、600 mm 的细观单元等效模型开展单轴压缩数值实验,模型的边界约束同于单轴拉伸试验,采用位移加载控制,选取最小压应变准则作为混凝土单元的破坏准则。图 8 为不同试件模型受压作用时的最小主应变云图,可以看出材料的非均质性导致了最小主应变分布呈非均匀状态,证明了混凝土力学性能的非线性来源于材料的非均质性。不同尺寸模型的破坏形态大体相同,呈斜向剪切裂纹带损伤破坏。随着模型尺寸的增加,混凝土材料非均质增强,模型内部分布更多的低强度单元和缺陷,因而损伤破坏由集中少量区域,发散扩展,形成多条非贯通裂纹。

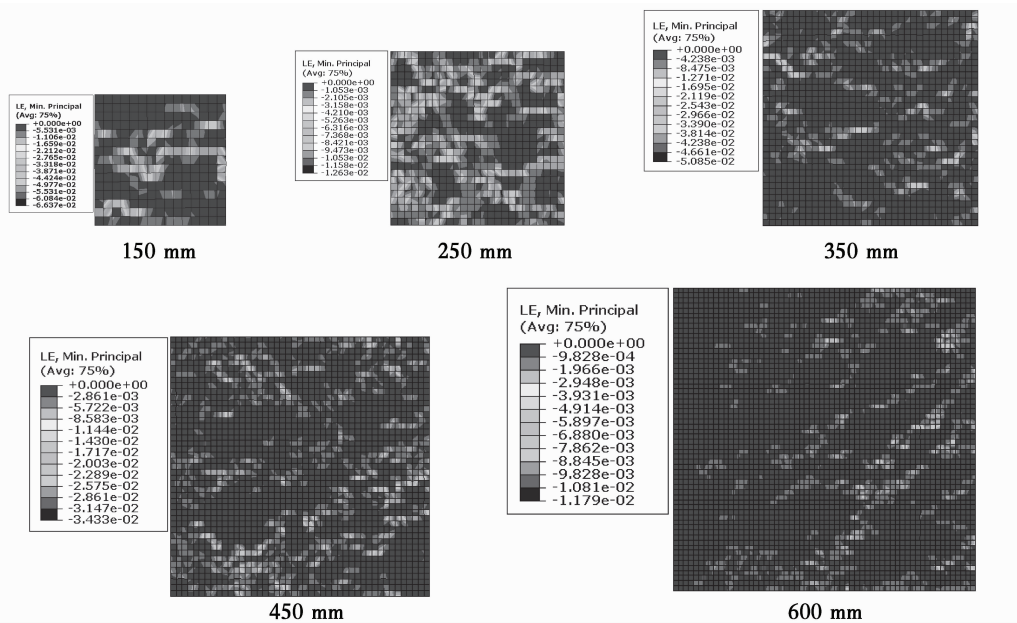
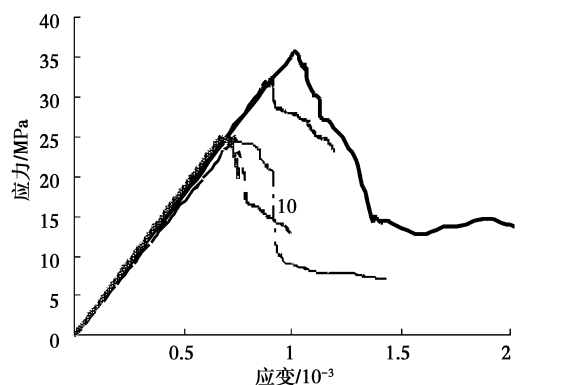


图 8 不同尺寸模型受压最小主应变云线图

Fig. 8 Minimum principal strain contours for different size models

整理混凝土立方体抗压强度数值实验数据,如图 9 所示,可以看出,随着模型尺寸的增加,混凝土抗压峰值强度及残余强度均降低,极限应变急剧减小,混凝土脆性增大,当模型尺寸达到 350 mm 左右时,混凝土抗压强度降低趋势变缓。混凝土抗压强度尺寸效应现象与混凝土材料非均质性特性有关,随着模型尺寸的增大,模型内部存在更多的低强度单元或缺陷,因而更容易发生损伤破坏。

为了验证数值实验方法的可靠性,将上述数值实验数据与混凝土立方体抗压强度尺寸效应破坏试验^[17]进行对比,如表 5 所示。数值模拟时没有考虑底部边界对混凝土的水平约束作用,强度破坏试



注: —150 mm — · 250 mm - - - 350 mm - - - 450 mm - - - 600 mm

图 9 不同尺寸模型抗压强度对比曲线

Fig. 9 Compression strength Comparisons for different size models

验时,试件底部边界具有摩擦力作用,约束了混凝土试件的横向变形,增加了试件抗压强度。因此,数值研究测得的立方体抗压强度小于破坏实验。根据文献[21],相同条件下无摩擦的立方体抗压强度是有摩擦时的0.55~0.65倍。可见本文数值模拟与破坏实验吻合较好,证明了细观单元等效模型适用于混凝土强度尺寸效应研究。

表5 数值模拟与破坏实验对比

Table 5 Data comparison with numerical simulation and tests

模型 尺寸/mm	数值 结果/MPa	实验 数据/MPa	比例 系数
150	35.81	57.24	0.63
250	32.29	56.97	0.57
350	24.97	44.18	0.57
450	25.14	43.53	0.58
600	24.78		

注:边长600 mm的立方体试件,没有强度实验数据

4 结论

1)混凝土立方体拉、压强度尺寸效应现象源于材料的细观非均质性,随着模型尺寸的增大,混凝土材料细观非均质增强,模型内部存在更多的低强度单元或缺陷,材料强度破坏的机率增大,因而混凝土峰值强度、残余强度降低。

2)混凝土材料的细观非均质性对材料的变形和破坏模式也具有一定影响,随着模型尺寸的增大,材料非均质增强,混凝土极限应变减小,脆性增大。混凝土受压损伤破坏由集中少量区域,发散扩展呈多条非贯通裂纹。

3)细观单元等效非均质力学模型适用于混凝土尺寸效应的数值模拟研究,在材料强度破坏实验受到尺度限制的情况下,数值模拟是混凝土尺寸效应研究的一个有效途径。

参考文献:

[1] Planas J, Guinea G V, Elices M. Generalized size effect equation for quasi-brittle materials [J]. *Materials and Structures*, 1997, 20(5): 671-687.

[2] 龚正炉. 基于随机骨料模型的混凝土性能多尺度数值模拟研究[D]. 杭州:浙江大学,2013.

Gong Z L. Multi-scale numerical simulation research of concrete based on random aggregate [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2013. (in Chinese)

[3] 张勃. 混凝土抗压强度尺寸效应的细观数值模拟[D]. 北京:北京建筑工程学院,2007.

Zhang B. Numerical simulation research on the Size

effect of concrete compression strength [D]. Beijing: Beijing College of Architecture and Civil Engineering, 2007. (in Chinese)

[4] Cusatis G, Bazant Z. Size effect on compression fracture of concrete with or without V-notches: A numerical meso-mechanical study [C]//*Computational Modelling of Concrete Structures - Proceedings of EURO-C 2006*:71-76.

[5] Grassl P, Gregoire D, Solano L R. Meso-scale modeling of the size effect on the fracture process zone of concrete [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, 49(13):1818-1827.

[6] Grassl P, Bazant Z. Random lattice-particle simulation of statistical size effect in quasi-brittle structures failing at crack initiation [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, 135:85-92.

[7] 苏捷. 混凝土受压与受拉性能的尺寸效应研究[D]. 长沙:湖南大学,2012

Su J. The research on the size effect of concrete behavior in compression and tension [D]. Changsha: Hunan University, 2012. (in Chinese)

[8] Guo L P, Carpinteri A, Roncella R, et al. Fatigue damage of high performance concrete through a 2D mesoscopic lattice model [J]. *Computational Materials Science*, 2009, 44(4): 1098-1106.

[9] 马怀发,陈厚群,黎保琨. 混凝土试件细观结构的数值模拟[J]. *水利学报*, 2004(10): 27-35.

Ma H F, Chen H Q, Li B K. Meso-structure numerical simulation of concrete specimens [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2004(10): 27-35. (in Chinese)

[10] 唐新薇,石建军,郭长青,等. 自密实混凝土强度尺寸效应的试验与数值仿真[J]. *水力发电学报*, 2011, 30(3): 145-150.

Tang X W, Shi J J, Guo C Q, et al. Tests and numerical simulation of size effect on the strength of self-compacting concrete [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2011, 30(3):145-150. (in Chinese)

[11] 宋力,王大国,杨阳,等. 基于细观力学的混凝土弹塑性脆性损伤研究[J]. *应用力学学报*, 2013, 30(4):480-486.

Song L, Wang D G, Yang Y, et al. Studies on the microscopic elastic-plastic brittle damage of concrete [J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2013, 30(4):480-486. (in Chinese)

[12] 卢裕杰. 准脆性材料强度尺寸效应的统计途径及其数值模拟[D]. 北京:清华大学,2010

Lu Y J. Statistical approach and numerical simulation of strength size effect of quasi-brittle materials [D]. Beijing: Tsinghua University, 2010. (in Chinese)

[13] Zhu W C, Tang C A, Wang S Y. Numerical study on

- the influence of mesomechanical properties on macroscopic fracture of concrete [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2005, 19(5): 519-533
- [14] Grassl P, Jirasek M. Meso-scale approach to modeling the fracture process zone of concrete subjected to uniaxial tension [J]. *Solids and Structures*, 2010, 47(7/8): 957-968
- [15] 杜修力, 金浏. 混凝土材料宏观力学特性分析的细观单元等效化模型 [J]. *计算力学学报*, 2012, 29(5): 654-660.
- Du X L, Jin L. Meso-element equivalent model for macroscopic mechanical properties analysis of concrete materials [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2012, 29(5): 654-660. (in Chinese)
- [16] 杜修力, 金浏. 混凝土材料细观单元弹模非均匀统计特性研究 [J]. *工程力学*, 2012, 29(10): 106-115.
- Du X L, Jin L. Research on the heterogeneous statistical properties of elastic modulus of a concrete meso-scale unit [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(10): 106-115. (in Chinese)
- [17] 周红. 混凝土强度尺寸效应的实验研究 [D]. 辽宁大连: 大连理工大学, 2010.
- Zhou H. Experimental study on the size effect on concrete strength [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010. (in Chinese)
- [18] 金浏, 杜修力. 考虑孔隙及微裂纹影响的混凝土宏观力学特性研究 [J]. *工程力学*, 2012, 29(6): 101-107.
- Du X L, Jin L. Research on the influence of pores and micro-cracks on the macro-mechanical properties of concrete [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(6): 101-107. (in Chinese)
- [19] Walaraven J C, Reinhardt H W. Theory and Experiments on the mechanical behavior of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading [J]. *HERON*, 1991, 26(1A): 23-33.
- [20] DL/T 5150—2001 水工混凝土试验规程 [S]. 北京: 中国电力出版社, 2001.
- [21] 张超然, 计家荣. 高混凝土坝设计计算方法与设计准则 [J]. *水力发电*, 1991(9): 32-36.
- Zhang C R, Ji J R. The calculation method and design criteria for high concrete dam [J]. *Water Power*, 1991(9): 1990:32-36.

(编辑 王秀玲)