

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2015.S0.012

# 先简支后桥面连续梁桥车桥耦合振动分析

周小烨

(重庆市市政设计研究院, 重庆 400020)

**摘要:**先简支后桥面连续梁桥由于预应力张拉过大,导致梁体过度上拱,从而形成以跨径为波长的特定波浪形桥面线形。本文取用四分之一车辆模型计算车辆的垂直振动加速度,采用 Newmark 法对车桥耦合振动方程进行数值求解。研究发现如果梁体的上拱度控制不好,不仅影响桥梁的施工和安全,而且还会影响车乘人员在过桥时的行车舒适性。

**关键词:**先简支后桥面连续梁桥;上拱度;车桥耦合振动;行车舒适性

**中图分类号:**U442.5      **文献标志码:**A      **文章编号:**1674-4764(2015)S0-0057-05

## A vehicle-bridge coupling vibration analysis on bridge girders by simple support design followed by structural continuous design

Zhou Xiaoye

(Chongqing Municipal Designing Research Institute, Chongqing 400020, P. R. China)

**Abstract:** The excessive amount of creeping camber of a simply-supported continuous bridge generated by the over pre-stressed on simply-supported beam, leads to the specific wavy on bridge line. In this paper, a vehicle model on the scale of 1/4 and the half-sine curve are used to simulate the vertical vibration. Then, the Newmark is adopted for calculating the vehicle-bridge interaction. It is found that if the girder camber is not well controlled, not only the safety of bridge construction but also the riding comfort of traveling vehicle will be influenced.

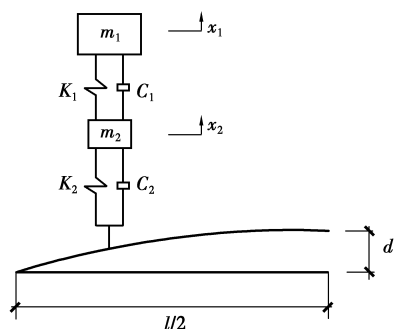
**Key words:** simply-supported continuous bridge; creeping camber; vehicle-bridge interaction; riding comfort of traveling vehicle

简支梁在实现桥面连续后,虽然能减少或消除连续跨内的伸缩缝,获得较长的连续桥面,但在垂直力的作用下,各跨仍保持简支梁受力的基本特征。当预应力钢束张拉过大时会引起梁体过度上拱,从而形成以跨径为波长的特定波浪形桥面线形。而高速通过的车辆与桥梁之间则会产生振动耦合,这不仅对桥梁本身的安全造成危害,而且也会对车内驾乘人员乘车舒适性造成不利影响。

### 1 振动方程的建立

现场实测表明,简支梁过度上拱后所形成的桥面空间曲面横桥向线形差异不大,主要反应在纵向线形上。由于桥面纵向线形的波状分布,车辆行驶会与波状路面形成耦合,从而引发车辆异常振动,这种振动由于桥梁纵坡及车速等因素会进一步加剧。根据汽车部门的试验研究和分析成果<sup>[1-2]</sup>,采用 1/4

车辆模型预测车辆竖向振动加速度是相当成功的。由于本文仅考虑车辆的竖向振动,因此采用具有双自由度的1/4车辆模型,假定轮胎与地面是点接触,并始终保持接触无跳起。简支梁过度上拱所形成的纵向曲线近似用半正弦曲线模拟<sup>[3]</sup>。假定车辆在桥上以恒定速度 $v$ 行驶,则轮胎与地面接触点的运动方程可表示为 $\xi = d \sin \omega t$ ,其中 $\omega = \pi v / l$ , $l$ 为简支梁计算跨径。分析模型见图1。



注: $m_1$ —悬挂部分质量; $m_2$ —非悬挂部分质量; $K_1$ —悬挂系刚度系数; $K_2$ —轮胎刚度系数; $C_1$ —悬挂系缓冲器阻尼常数; $C_2$ —轮胎阻尼常数; $d$ —板梁的上拱高度; $l$ —板梁的跨度

图1 上拱情况的四分之一车辆模型

根据达朗贝尔原理,支配该振动系统的控制方程为:

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_1 (x_1 - x_2) = 0 \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{y}) - k_1 (x_1 - x_2) + k_2 (x_2 - y) = 0 \quad (2)$$

式中: $y = y(t)$ 为轮胎与地面接触点的运动方程。整理式(1)、(2)得:

$$m_2 \ddot{x}_2 - c_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + c_2 \dot{x}_2 - k_1 (x_1 - x_2) + k_2 x_2 = c_2 \dot{y} + k_2 y \quad (3)$$

令 $p(t) = c_2 \dot{y} + k_2 y$ , $y = d \sin(\omega t)$ ,其中 $\omega = \frac{\pi v}{l}$ 。则 $p(t)$ 即可看作外界对车辆的激励。合并式(1)、(3)写成矩阵形式:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{P}(t) \quad (4)$$

式中: $\ddot{\mathbf{U}} = [\ddot{x}_1 \ \ddot{x}_2]^T$ 为加速度列向量, $\dot{\mathbf{U}} = [\dot{x}_1 \ \dot{x}_2]^T$ 为速度列向量, $\mathbf{U} = [x_1 \ x_2]^T$ 为位移列向量, $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{P}(t)$ 为力向量,

$$\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}, \mathbf{P}(t) \text{ 分别表示为: } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_2 + k_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ p(t) \end{Bmatrix}.$$

## 2 动力反应的数值计算

动力反应的数值计算一般采用时间步进法,本法目标是数值求解控制多自由度体系反应的微分方程组,进而求出同一时刻体系作为时间函数的反应(位移向量 $\mathbf{U}(t)$ )。

1959年,N. M. Newmark 发展了一类时间步进法(即 Newmark 法),它们基于式(5):

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t] \ddot{u}_i + (\gamma\Delta t) \ddot{u}_{i+1} \quad (5a)$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t) \dot{u}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2] \ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2] \ddot{u}_{i+1} \quad (5b)$$

参数 $\beta$ 和 $\gamma$ 定义了时间步内加速度的变化,并决定方法的稳定性和精度特征。当 $\gamma = 1/2$ 和 $\beta = 1/4$ 时,为无条件稳定方法。

为了避免迭代,对式(5)重新进行列式,并使用增量:

$$\Delta u_i \equiv u_{i+1} - u_i \quad \Delta \dot{u}_i \equiv \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \quad (6)$$

$$\Delta \ddot{u}_i \equiv \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \quad (6)$$

$$\Delta p_i \equiv p_{i+1} - p_i \quad (7)$$

式(5)即可重新写为:

$$\Delta \dot{u}_i = (\Delta t) \ddot{u}_i + (\gamma\Delta t) \Delta \ddot{u}_i \quad (8a)$$

$$\Delta u_i = (\Delta t) \dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_i + \beta(\Delta t)^2 \Delta \ddot{u}_i \quad (8b)$$

求解式(8b),得:

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} \Delta u_i - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_i \quad (9)$$

将式(9)代入式(8a),得:

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_i + \Delta t(1 - \frac{\gamma}{2\beta}) \ddot{u}_i \quad (10)$$

由式(4)减去式(3),得到增量运动方程:

$$m\Delta \ddot{u}_i + c\Delta \dot{u}_i + k\Delta u_i = \Delta p_i \quad (11)$$

将式(9)、(10)代入式(11),得:

$$\Delta^A k \Delta \ddot{u} = \Delta^A p_i \quad (12)$$

式中:

$$\Delta^A k = k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} c + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} m \quad (13)$$

$$\Delta^A p_i = \Delta p_i + \left( \frac{1}{\beta\Delta t} m + \frac{\gamma}{\beta} c \right) \dot{u}_i + \left[ \frac{1}{2\beta} m + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \right] \ddot{u}_i \quad (14)$$

由体系的特性 $m$ 、 $k$ 和 $c$ ,算法参数 $\gamma$ 和 $\beta$ ,以及

时间步长开始时的 $\dot{u}_i$ 和 $\ddot{u}_i$ 可得 $k$ 和 $\Delta p_i$ ,则增量位移由可式(15)求出:

$$\Delta u_i = \frac{\Delta p_i}{k} \quad (15)$$

一旦求出 $\Delta u_i$ ,则 $\Delta \dot{u}_i$ 和 $\Delta \ddot{u}_i$ 就可由式(9)和式(10)求出, $u_{i+1}$ , $\dot{u}_{i+1}$ 和 $\ddot{u}_{i+1}$ 可由式(6)求出。

### 3 行车舒适性的评价指标

行车舒适性是指汽车在一般行驶速度范围内行驶时,能保证乘员不会因为车身振动而引起不舒适和疲劳的感觉,又称乘坐舒适性。

人体对振动的反应不仅取决于振动的强度、频率,并且对于不同的人,不同的身体部位,不同的作用位置和方向,作用的时间长短等均会影响人体对振动的反应。因此与振动频率有关的舒适性评价包括客观测量和主观感觉两方面。人体对振动反应的客观影响因素主要有:1)振动的幅值和频率;2)作用的位置和方向;3)作用时间。

我国汽车行业采用振动加速度评价行车舒适性;我国铁路行业则采用振动加速度和 Sperring 指标 Wz 来评价行车舒适性;而我国公路行业目前还没有有关行车舒适性评价方面的规定。

本文以 ISO2631-1:1997(E)《人体承受全身振动评价指南》为依据,采用双自由度的四分之一车辆简化模型模拟过桥车辆,从而计算出该模型的振动加速度,以振动加速度均方值作为舒适度评价指标。

振动加速度均方值 $\bar{a}$ 计算公式为

$$\bar{a} = \left( \frac{1}{T} \int_0^T a^2(t) dt \right)^{1/2} \quad (16)$$

式中: $T$ 为承受振动的时间,s; $a(t)$ 为竖向振动加速度。采用数值求解 $\bar{a}$ :

$$\bar{a} = \left( \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n a_i^2 \Delta T \right)^{1/2}, \Delta T = \frac{T}{n} \quad (17)$$

竖向振动加速度均方值 $\bar{a}$ 的限值为:

1)舒适性降低限度(此限度与保持舒适有关,它影响人在车上食用、阅读和写等动作)振动频率为 0.7~5.6 Hz, $\bar{a} \leq 0.5 \text{ m/s}^2$ 。

2)劳动生产率降低限度(此限度与工作效率有关,他影响驾驶员正常驾驶等动作)振动频率为 0.7~5.6 Hz, $\bar{a} \leq 1.5 \text{ m/s}^2$ 。

3)人体承受振动影响的限度(此限度是人体承受的上限)振动频率为 0.7~5.6 Hz, $\bar{a} \leq 3.0 \text{ m/s}^2$ 。

本文以舒适性降低限度作为舒适度评价标准,即 $\bar{a} \leq 0.5 \text{ m/s}^2$ 。超过此值即认为不舒适。

### 4 工程实例

本文取先简支后桥面连续梁桥为例,采用 Newmark 法对其进行车桥耦合振动分析。

桥梁上拱后的纵向线形近似采用等高度的半正弦波模拟。当车辆在第一跨上行驶时,假定车辆竖向初始速度和初始位移为零。当车辆行驶至第二跨计算上拱度对车辆振动的影响时,可把车辆离开第一跨时的瞬时位移、瞬时速度、瞬时加速度作为计算第二跨的初始条件。当桥梁跨数大于两跨时,以此类推。考虑在高速公路上高速行驶的车辆主要是小型车(行驶速度大于 100 km/h),所以本文采用某小型车的结构参数进行分析,车辆参数为: $m_1 = 169.5 \text{ kg}$ , $m_2 = 1\,525.5 \text{ kg}$ , $c_1 = 3\,333 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ , $c_2 = 30\,200 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ , $k_1 = 30\,500 \text{ N/m}$ , $k_2 = 302\,000 \text{ N/m}$ 。

通过 Matlab 自编小程序,可得出 10、13、16、20 m 不同跨径以及分别在 3、5、7、10 不同跨数并且分别在车速为 80、100、120、160 km/h 时梁体上拱度值分别为 10、15、20、25 mm 情况下的竖向振动加速度均方值。

1) 当以车速为 120 km/h 在五跨一联先简支后桥面连续梁桥(跨径为 20 m)上行驶时计算不同上拱度值对振动加速度均方值的影响。结果如图 2~3 所示。

2) 当以不同车速在五跨一联先简支后桥面连续梁桥(跨径为 20 m)上行驶时上拱度值(30 mm)计算其对加速度均方值的影响。结果如图 4 所示。

3) 当以车速为 120 km/h 在不同跨径的五跨一联先简支后桥面连续梁桥上行驶时上拱度值(30 mm)计算其对加速度均方值的影响。结果如图 5 所示。

4) 当以车速为 120 km/h 在不同跨数的先简支后桥面连续梁桥(跨径为 20 m)行驶时上拱度值(30 mm)计算其对加速度均方值的影响。结果如图 6 所示。

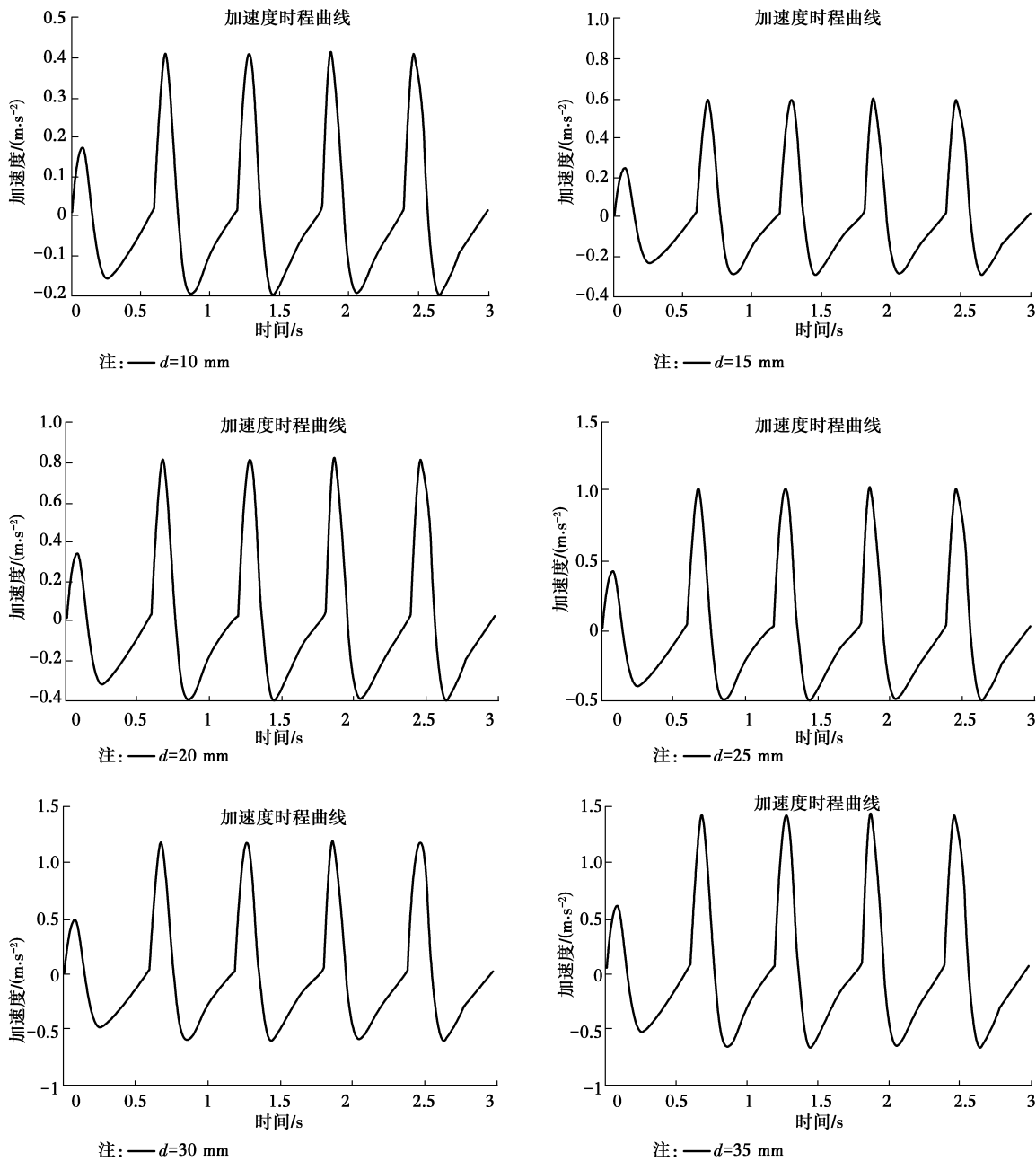


图 2 不同上拱度值下的车体竖向加速度的时间历程

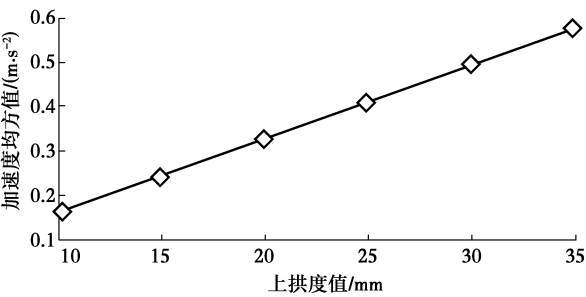


图 3 上拱度值与振动加速度均方值的关系曲线

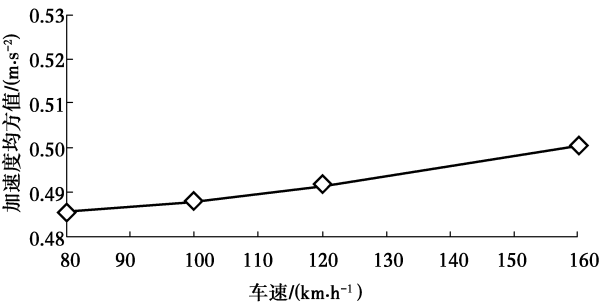


图 4 行车速度与振动加速度均方值的关系曲线

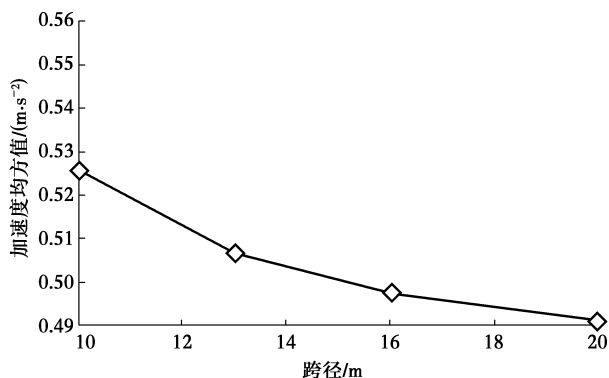


图 5 跨径与振动加速度均方值的关系曲线

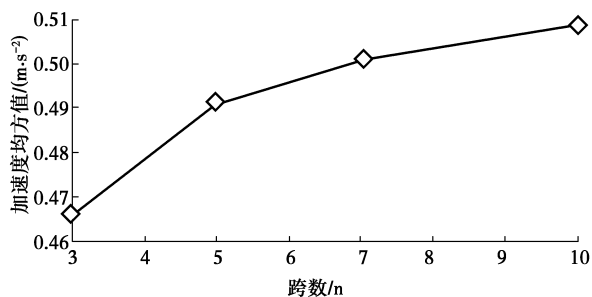


图 6 跨数与振动加速度均方值的关系曲线

## 5 结论与分析

综上所述,对先简支后桥面连续梁桥进行车桥耦合振动分析可以得出以下几点结论:

1) 桥梁上拱度值与竖向振动加速度均方值成线性相关,当梁体的上拱度超过一定限值时,振动加速度均方值将超过  $0.5 \text{ m/s}^2$ ,从而引起车内驾乘人员的行车不舒适。

2) 在其他条件保持不变的情况下,不同车速与不同跨径均可转换为车辆行驶频率( $f=v/l$ )来考虑,车辆行驶频率越大,振动加速度均方值越大。

3) 竖向振动加速度均方值随着跨数的增加而增大。

4) 虽然车辆的行驶频率及跨数对振动加速度均方值有一定的影响,但是其对振动加速度均方值的影响仅约 11%,梁体过度上拱才是振动加速度均方根值增加的主要因素。

## 参考文献:

- [1] 邓学钧,孙璐. 车辆-地面结构系统动力学[M]. 北京:人民交通出版社,1998.
- [3] 吴光强. 汽车理论[M]. 北京:人民交通出版社,2007.
- [4] 陈炎,黄小清,马友发. 车桥系统的耦合振动[J]. 应用数学和力学,2004,25(4):354-358.

(编辑 郑洁)