

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2015.S0.013

拟动力试验中显式数值积分方法改进研究的综述

王 威,阿肯江·托乎提

(新疆大学 建筑工程学院,乌鲁木齐 830008)

摘 要:传统拟动力试验数值积分方法主要分为显式和隐式两种算法。以往的研究表明,显式算法较隐式算法更适合于拟动力试验。然而,显式算法本身有着许多固有缺陷,而且现代教学和科研对拟动力试验结果精度越来越高的要求也促使算法做出必要的改进。详细介绍了国内外学者对显式算法改进的研究进展和现状,并通过对显式算法几个主要改进方面的探讨和总结,指出了其中需要解决的几个问题,依此提出了今后合理的研究目标和方向。

关键词:拟动力试验;显式算法;改进

中图分类号:TU317 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2015)S0-0062-05

Review of studies on improvement of explicit numerical integration methods for pseudo-dynamic testing

Wang Wei, Akenjiang · Tuhuti

(College of Architecture Engineering, Xinjiang University, Urumqi 830008, P. R. China)

Abstract: Numerical integration methods of traditional pseudo-dynamic test are mainly divided into two kinds of explicit and implicit algorithms. Previous studies have shown that explicit algorithm is more suitable for pseudo-dynamic testing than the implicit method. However, explicit algorithm itself has many inherent defects. Also, it is necessary to make improvements on the algorithm since the requirements of modern teaching and research on the precision of pseudo dynamic tests results are more and more higher. Details of the progress and current status of the research by domestic and foreign scholars on explicit algorithm improvements are demonstrated here. And through discussing and summarizing several major aspects of the improvements of explicit algorithm, several issues which need to be resolved are pointed out, and so the reasonable future research direction and goals are also made.

Key words: pseudo-dynamic test; explicit algorithm; improvements

传统拟动力试验数值积分方法分为隐式和显式两大类,两者各有优缺点。隐式方法最大的优点是无条件稳定,它对计算时间步的长短没有限制,然而在运用隐式算法进行拟动力试验时求解下一步的位移要用到下一步的恢复力,即某一时刻的位移与此刻的恢复力偶联,这样要得到收敛解就必须对方程进行迭代矫正,这需要整个试验系统的联机迭代才能实现,而且不希望的卸载滞回效应也会被引入每

一个时间步中。虽然一些隐式算法已成功用于拟动力试验,但其对设备和控制水平要求都很高。显式算法尽管条件稳定,但因为其采用显式积分方法,可直接进行积分,无需求解联立方程组,所以不需要迭代,也没有是否收敛的问题,这样就比隐式算法计算量小的多,也大大减少了耗费在调整计算上的时间。尤其是当结构呈非线性或自由度较多时,显式计算方法计算效率高的优点会更突出。所以,一般情况

下认为,显式算法较隐式算法更适合拟动力试验。

最初的显式算法有中央差分法和显式 Newmark 法(NEM),这些方法具有显式方法典型的缺点,比如条件稳定、不具有二阶精度、没有数值耗散特性等。同时,随着时代的发展和科技的不断进步,越来越多新型复杂结构的出现也对拟动力试验数值积分方法提出了更高的要求。所以长期以来,针对显式方法的缺点以及在运用显式算法中所暴露出来的其它问题,国内外学者对显式算法在稳定性、精度、数值耗散特性、误差累计特性等方面进行了许多的改进,提出了许多更加适用的新方法。

1 显式及其改进数值积分方法

1.1 改进稳定性的显式方法

条件稳定是传统显式算法最大的缺点。为了弥补这个不足,Gutiérrez等^[1]运用模态截断技术改进了显式方法的稳定性,对改进显式方法的稳定型做了最初的探索。随后,Chang^[2-4]提出了一种无条件稳定的显式数值积分方法双 β 参数法(CEM),该方法的本质是将放大矩阵的元素中都具有的与常平均加速度法(AAM)相同或相近形式的分母提出来并引入到位移表达式中的两个参数矩阵 β_1 和 β_2 中,对于具体的拟动力试验,这两个矩阵参数为常量矩阵而且由初始结构特性和时间步决定,这样就使得该算法就与AAM具有相同的特征方程,故对于线弹性系统,所提出的方法与AAM的数值特性完全相同,即所提出的方法无条件稳定且位移和速度都没有震荡,这样就消除了在多自由度试验系统以及在子结构试验中时间步的限制,而且这种算法应用起来与普通显式算法同样的简单,相比NEM和中央差分法具有更好的误差传播特性,另外这种方法具有二阶精度,而且对于非线性系统,它比AAM计算效率更高。该方法整合了显式方法和隐式方法的大部分优点,克服了隐式方法需要反复迭代的缺点,相比于隐式积分方法,计算得到了大大的简化。在AAM法中,为了达到精度解而设定的关于选择时间步的粗略规定也同样的适用于所提出的显式方法^[4]。

采用类似的改进方法,Chang^[5-7]提出了三种改进的无条件稳定显式算法。文献^[5]提出的算法具有与先前提出的无条件稳定显式方法相同的数值特性,然而与先前提出的方法相比,该方法在控制误差传播方面有优越性。文献^[7]提出的无条件稳定显

式方法捕获动力荷载的能力要强于AAM^[8]。Chang^[6]针对文献^[4]、^[7]中提出的无条件稳定显式方法只在线弹性系统和瞬时刚度软化系统中是无条件稳定的而在任何瞬时刚度硬化系统中都是条件稳定的缺点,提出了一种无条件稳定显式方法,该方法在一般的瞬时刚度硬化系统中也是无条件稳定的,同时也具有二阶精度,且对于总反应由低阶阵型占主导地位的一般结构动力学问题的解非常有效。

文献^[9]利用瞬时非线性度参数^[7](δ_{i+1})来衡量文献^[4]和文献^[7]中提出的两种算法在非线性系统中的性能,当 δ_{i+1} 小于或等于1时,第一种算法无条件稳定,大于1则变为条件稳定;当 δ_{i+1} 小于1/9或大于1时,第二种算法条件稳定,当处于两者之间时,则算法无条件稳定。从而得出了第一种算法比第二种算法优越的结论。文献^[10]提出的无条件稳定显式方法对任何线弹性系统、瞬时刚度软化系统和瞬时非线性度不大于4/3的瞬时刚度硬化系统都是无条件稳定的。显然这种算法比文献^[4]、^[7]中的算法都优越。

文献^[11]提出了一种改进的无条件稳定显式算法,这种算法最显著的稳定特性是,它不仅对任何线弹性系统和瞬时刚度软化系统都是无条件稳定的,而且当 δ_{i+1} 小于或者等于2时,它对瞬时刚度硬化系统都是无条件稳定的,由于几乎没有 δ_{i+1} 大于2的土木工程结构,所以在拟动力试验中运用这种方法时可以不考虑稳定性的影响了,而且这种方法与传统的显式方法相比也具有同样的二阶精度。文献^[12]提出的结构关联算法通过在第 $i+1$ 步的位移和速度表达式中引入参数,也实现了只要满足瞬时非线性度大于等于2就能使非线性系统也为无条件稳定。

Chang^[13-14]通过将地 $i+1$ 步的速度表达式中的 γ 不再设为常数,而加速度表达式与Newmark- β 法相同,将放大矩阵中每一项都有的分母引入到系数 β_1 、 β_2 中,而这个分母是传统显式方法中没有的,从而提出的常规拟动力试验的显式方法族,可由 β 和 γ 取不同的值时变换为几种在特定的条件下可以实现数值稳定的显示算法。另外,Chang^[15]在文献^[6]提出的方法的基础上通过将初始切线刚度乘以一个放大系数,用这个被放大的初始刚度来确定位移增量的微分方程的系数,从而扩大了稳定性范围。

1.2 改进数值耗散特性的显式方法

在动力学问题中,尽管高阶阵型的反应占整个

反应的比例并不大,但是数值计算误差的存在将会导致高阶振型的虚假增长,而且这种影响也会由于拟动力试验中避免不了的试验误差而增加,所以它仍然可能被放大、传播甚至破坏整个拟动力试验的结果,然而,这种虚假反应的参与可以使用具有数值阻尼的算法来抑制,并且可以准确地积分低阶振型^[16-18]。

Shing 等^[19-20]提出了修正的 Newmark 方法,该算法是在 NEM 的基础上引入两个参数,这两个参数由数值积分精度和稳定性确定,按需求的算法阻尼调整这两个参数可以对算法的数值阻尼进行调节,由于对于给定的时间步该算法的数值阻尼几乎与基本频率呈线性比例关系,所以算法对基本振型的阻尼作用很小而对其它振型的阻尼作用都很大,同时对应的周期误差也较大,另外,在非线性振动系统中也可能产生负的阻尼效应。

Chang^[16-17]在 α 耗散方法^[21]的基础上提出了一种新的算法,该算法的表达式与 α 耗散方法相同,但是参数不再是常数而是质量矩阵的逆矩阵、刚度矩阵、积分时间步长的函数。这些参数取不同的值时就可以将该算法转换为几种具有不同特性的算法:当 $\alpha=0$ 时,该算法即为 Newmark 法;当 $\alpha=\beta=0$, $\gamma=1/2$ 时变为 NEM 法,不具有耗散特性;当 $\alpha=\beta=0$ 且 $\gamma>1/2$ 时成为 γ —耗散显式 Newmark 法,其只具有一阶精度,其它特性与修正 Newmark 法相同;如果只有 $\alpha=\beta=0$ 则变为 γ —函数耗散方法;当 $\beta=0$, $\gamma=1/2$ 时,算法变为 α —函数耗散方法。 α 函数耗散方法和 γ 函数耗散方法是两种具有二阶精度的耗散方法,这两种方法数值耗散特性完全相同,而且具有理想的可以被持续控制的数值耗散特性,这些有利的数值阻尼可以有效的抑制由于数值或实验误差的存在而导致的高阶阵型反应的虚假增长,而低阶阵型反应可以被精确的获得,而且 γ 函数耗散显式方法与 NEM 相比具有更优的误差耗散特性,所以这两种算法在拟动力试验中非常有用^[16-17]。

1.3 积分形式的显式方法

Chang 等^[22]将 NEM 的表达式对时间积分,通过积分使得外部荷载函数变得平缓,这样快速变化的外部荷载可以被准确的获得,同时对恢复力进行时间积分也可以消除不利的线性化误差,这是因为每一时间步的恢复力可以被连续的测量。这样,取较大时间步所获得的试验结果就可以达到原始方法取较小时间步所得试验结果相同的精度,而且有更

好的误差传播特性。

随后,Chang^[23]将 γ 函数耗散方法化为积分形式,由于 γ 函数耗散方法具有理想的数值耗散特性,可以有效的阻止高阶阵型反应的虚假增长,而低阶阵型反应可以被精确的积分,这使得拟动力试验的结果得到更加的改进,并且验证了运用动量运动方程(积分形式)代替力运动方程进行试验的主要优点:误差传播会减少,冲击荷载的附加关联动量的影响会更容易反映,动力荷载的快速变化将会被外力荷载的时间积分所缓和,因此更容易被获得,线性化误差将会被显著的减少甚至消除,另外,可以通过恢复力的时间积分彻底的将每一时间步中反力的详细变化考虑在内。文献[24]的研究表明在运用积分形式的显式 Newmark 法时,时间步的选择几乎可以不受冲击荷载形状的影响,即在取更大的时间步时就可以达到原始算法所能达到的精度,而且其他形式的 Newmark 方法也具有这种数值特性。

Chang^[25-26]基于上述方法将 Newmark- β 法化为积分形式,研究了利用拟动力试验获得脉冲荷载冲击反应的可行性,即运用动量运动方程的形式来代替力运动方程,用外部动量求解动量运动方程,因为外动量是对外力时间积分的结果,这样就很容易地克服了由于冲击荷载末端的荷载不连续而引起的位移反应相对振幅误差以及附加振幅失真,避免了由于时间步取得较大而增大这种失真,使得每一步的位移增量都不大于位移传感器的分辨率,从而位移增量不能被准确地施加到试件上的问题,也避免了噪音对冲击反应的污染。所以,运用这种方法,试验获得了可靠的冲击反应结果。

1.4 其它方面的探索和改进

Chang^[28-29]运用非线性度参数^[27]分析了 NEM 法在非线性系统中的数值特性,通过分析试验结果得出结论:相对周期误差仍然可以用来衡量每一时间步中的周期失真;振幅的改变不再仅仅由数值阻尼比控制,还与刚度的改变、积分时间步长以及上一时间步的数据紧密相关,线性系统中对主要阵型进行精确积分以获得可靠解的传统观念也被用于为非线性系统提出粗略的准则。

陈伯望等^[30-31]将精细积分方法和预估-校正 Adams-Bashforth-Moulton 多步法相结合,构造了一种避免状态矩阵求逆、隐式预估-校正、四阶精度的精细积分多步法,基于精细积分多步法,构造了一种实用的显式拟动力试验数值积分方法,该方法在

成倍地增大时间步长后的计算精度比中心差分法高,稳定性较好,试验工作可大量减少。

王德才等^[32-33]结合 NEM 以及 CEM,并通过引入数值耗散系数,改善传统显式算法所固有的一些缺陷,同时可以减小误差累积效应,用确定 r 一函数耗散方法的耗散系数原则来选择数值耗散系数,提出的广义显式积分方法,对位移的假定采用两个参数,而对速度的假定采用一个参数,其中对位移的假定中的两个参数一组等价于 NEM,另一组等价于 CEM,通过对三个参数的选择可以实现显式算法的无条件稳定或具有数值耗散特性,这种广义显式积分方法能根据试件的特点选择参数,从而在得到准确的试验结果的同时使试验误差降低到最小,并且比其它显式方法有更大的应用范围。

2 结论及研究趋势

由于显式方法对拟动力试验良好的适用性,国内外学者对其进行了许多必要的改进和完善,并通过大量的试验和理论分析,验证了这些改进方法的适用性。许多方法已经被成功运用于拟动力试验并发展成熟。但到目前,仍然有很多方面值得各国学者做深入的探索:

1) 将具有数值耗散特性的算法化为积分形式运用于拟动力试验虽然已经实现,但是还不是很成熟,可以进一步的探索和完善。

2) 研究能否将无条件稳定显式算法化为积分形式,形成积分形式的无条件稳定显式方法,这种算法在兼顾积分形式算法优点的同时也具有无条件稳定显式算法的数值特性。

3) 寻求一种既能满足无条件稳定特性又能兼顾数值耗散特性的新方法也是一个值得研究的方向。

随着时代的发展以及科技的不断进步,越来越多的复杂新型结构出现。现代结构复杂多变的特点也对拟动力试验数值积分算法提出了更高的要求。所以,寻求一种更优、更成熟的显式数值积分方法用于拟动力试验及其相关研究仍然是一个永恒的课题。

参考文献:

- [1] Gutiérrez E, Cela J J L. Improving explicit time integration by modal truncation techniques [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1998, 27(12):1541-1557.
- [2] Chang S Y. Explicit Pseudodynamic Algorithm with Unconditional Stability [J]. American Society of Civil Engineers, 2014, 128(9):935-947.
- [3] Chang S Y. Explicit pseudodynamic algorithm without stability limits [C]// 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver B. C. Canada: [s. n.].
- [4] Chang S Y. An unconditionally stable explicit method for structural dynamic [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2005, 9(3):349-370.
- [5] Chang S Y. Enhanced, unconditionally stable, explicit pseudodynamic algorithm [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(5): 541-554.
- [6] Chang S Y. An explicit method with improved stabilityproperty [J]. Int J Numer Meth Engng, 2009, 77: 1100-1120.
- [7] Chang S Y. Improved explicit method for structural dynamics [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(7):748-760.
- [8] Chang S Y, Hsu C W, Chen T W. Comparison of capability of time integration methods in capturing dynamic loading [J]. Earthq Eng & Eng Vib, 2010, 9: 409-423.
- [9] Chang S Y. Nonlinear evaluations of unconditionally stable explicit algorithms [J]. Earthq Eng & Eng Vib, 2009, 8: 329-340.
- [10] Chang S Y. An efficient computing explicit method for structural dynamics [J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2009, 131(4).
- [11] Chang S Y. Explicit pseudodynamic algorithm with improved stability properties [J]. Engineering Mechanics, 2010, 136(5): 599-612.
- [12] Chang S Y. An explicit structure-dependent algorithm for pseudodynamic testing [J]. Engineering Structures, 2013, 46: 511-525.
- [13] Chang S Y. A new family of explicit methods for linear structural dynamics [J]. Computers and Structures, 2010, 88: 755-772.
- [14] Chang S Y, Yang Y S, Hsu C W. A family of explicit algorithms for general pseudodynamic testing [J]. Earthq Eng & Eng Vib, 2011, 10: 51-64.
- [15] Chang S Y. An amplification factor to enhance stability for structure-dependent integration method [J]. Journal of Mechanics, 2012, 28(4): 665-676.
- [16] Chang S Y. Improved numerical dissipation for explicit methods in pseudo dynamic tests [J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamic, 1997, 26:917-929

- [17] Chang S Y. The r -function pseudodynamic algorithm [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2000, 4(3): 303-320.
- [18] Wang Y P, Lee C L, Yo T H. Modified state-space procedures for pseudodynamic testing [J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamic, 2001, 30: 59-80.
- [19] Shing P B, Mahin S A. Elimination of spurious higher-mode response in pseudodynamic tests [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1987, 15(4): 425-445.
- [20] Shing P B, Mahin S A. Cumulative experimental errors in pseudodynamic tests [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1987, 15(4): 409-424.
- [21] Miranda I, Ferencz R M, Hughes T J R. An improved implicit-explicit time integration method for structural dynamics [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1989, 18(5): 643-653.
- [22] Chang S Y, Tsai K C, Chen K C. Improved time integration for pseudodynamic tests [J]. Earthquake Engineering and Structure Dynamic, 1998, 27: 711-730.
- [23] Chang S Y. Application of the momentum equations of motion to pseudodynamic testing [J]. Philosophical transactions of the royal society, series A: mathematical, physical and engineering science, 2001, 359: 1801-1827.
- [24] Chang S Y. Analytical study of the superiority of the momentum equations of motion for impulsive loads [J]. Computers and Structures, 2001, 79: 1377-1394.
- [25] Chang S Y. A technique for overcoming load discontinuity in using Newmark method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 304: 556-569.
- [26] Chang S Y. Shock response from pseudodynamic test using momentum equations of motion [J]. Journal of Earthquake Engineering, 2010, 14: 955-969.
- [27] Chang S Y. Nonlinear error propagation analysis for explicit pseudodynamic algorithm [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 29(8): 841-850.
- [28] Chang S Y. Studies of Newmark method for solving nonlinear system; (I) basic analysis [J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2004, 27(5): 651-662.
- [29] Chang S Y. Studies of Newmark method for solving nonlinear system; (II) verification and guideline [J]. Journal of the Chinese Institute of Engineers, 2004, 27(5): 663-675.
- [30] 陈伯望, 王海波. 非线性精细积分方法及其在拟动力试验中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(1): 88-98.
- [31] 陈伯望. 筒体结构拟动力试验及理论研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2006.
- [32] 王德才. 拟动力试验数值分方法及子结构拟动力试验研究[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2007.
- [33] 王德才, 叶献国. 拟动力试验中改进的显式数值积分方法[J]. 合肥工业大学学报, 2010, 33(7): 1029-1034.

(编辑 郑洁)