

两类呼吸裂缝模型及其动力响应对比分析

盛程, 李泽乾, 罗浩恩

(重庆大学 土木工程学院, 重庆 400045)

摘要: 结构构件开裂产生的非线性振动响应是结构损伤识别的重要依据, 而选择合理的模型对准确计算这种非线性振动响应至关重要。根据振动过程中裂缝处结构刚度的变化规律, 对现有呼吸裂缝模型进行了分析总结, 并选取具有典型代表的两种模型, 以带裂缝悬臂梁受迫简谐振动为例, 对比分析了两种模型在不同激励频率和不同裂缝深度下结构响应的频谱特性。结果表明: 相同条件下双线型呼吸裂缝模型较曲线型呼吸裂缝模型更易出现高频分量和谐振现象, 能更好地表征裂缝在振动过程中的呼吸效果。

关键词: 呼吸裂缝; 悬臂梁; 谱分析; 动力响应

中图分类号: TU279.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2015)S1-0046-05

Two types of breathing crack mode and dynamic response of comparative analysis

Sheng Cheng, Li Zeqian, Luo Haoen

(School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: The nonlinear vibration response of structural members is an important basis for cracking resulting structural damage identification, and choose the right model for accurate calculation of this nonlinear vibration response is critical. According variation during vibration cracks in structural rigidity of the existing breathing crack model were analyzed and summarized, and select two models with a typical representative to bring crack cantilever forced harmonic vibration, for example, comparative analysis of the two the spectral characteristics of different types of models at different excitation frequencies and crack depth structural response. The results showed that: wire-type breathing crack model under the same conditions are more vulnerable to high-frequency component and the resonance phenomenon is more curved breathing crack model, to better characterize the crack breathing effect during vibration of.

Key words: breathing crack; cantilever; spectral analysis; dynamic response

开裂是混凝土结构破坏的主要形式之一。混凝土材料的初始缺陷、长期交变荷载的疲劳效应、突发事件引发的过载效应等是混凝土构件产生裂缝的主要因素。裂缝将导致结构整体刚度降低, 如不及时发现, 在地震、风等动力荷载作用下, 将加速建筑物的破坏。同时, 混凝土开裂意味着混凝土中的钢筋

更易受到空气、水等因素的锈蚀作用, 将降低结构的耐久性。因此, 研究带裂缝结构的动力响应、分析其动力荷载作用下非线性特性, 对及时识别结构的损伤具有重要的科学意义和实用价值。

裂缝在结构振动过程中的工作机理十分复杂。为简化难度, 早期的研究往往假设裂缝在振动过程

中始终是张开的,即将裂缝视为线性现象,称为张开裂缝(opening cracks)模型。Qian 和 Law 等对张开裂缝模型进行了大量的理论分析、数值模拟和试验研究,提出了结构开裂后刚度降低的多种求解方法,并探讨了不同裂缝参数对结构振型频率的变化影响。

Gudmunson^[1]在研究裂缝位置、深度与结构自振频率关系的实验中发现,在振动过程中,裂缝并不是一直处于张开状态,而是一种周期性张开-闭合的过程。裂缝张开、闭合的程度随结构受力状态变化而变化,根据这一现象,研究者提出了呼吸裂缝(breathing cracks)模型。Ruotolo 等^[2]使用有限元方法研究了带裂缝悬臂梁在简谐荷载作用下的动力行为,应用高阶频率响应函数研究呼吸裂缝的非线性特征。Pugne 等^[3]根据周期性响应和裂缝连续张开、闭合的假设,定义非线性系统的代数方程,采用迭代求解方法得到裂缝梁的动力响应,分析了简谐荷载作用下梁含多个呼吸裂缝时的非线性动力相应。

已有的研究表明,呼吸裂缝模型能够更好地刻画裂缝在振动状态下的真实动力响应特征。因此,不同研究者已提出了多种模拟呼吸裂缝作用机理的模型,但对不同模型计算效果的对比研究较少,无法为有效地选取模型提供参考依据。对目前已有的多种呼吸裂缝模拟方法进行了归纳总结。在此基础上,选取 2 种具有典型代表的呼吸裂缝模型,通过时程分析计算结构动力响应,对比分析两种模型对结构频率的影响规律,为合理地选取呼吸裂缝模型提供参考。

1 两类呼吸裂缝模型

模拟裂缝振动过程中的张开-闭合过程,本质上是模拟这一过程引起的结构刚度变化规律。根据对刚度处理方式的不同,将目前的呼吸裂缝模型分为两大类:刚度跳跃的双线型模型和刚度连续变化的曲线型模型。

1.1 双线型模型

双线型模型认为裂缝在振动过程中只在裂缝张开和裂缝闭合 2 个状态,非此即彼,因而裂缝处的结构刚度随着裂缝开合的转换,也仅在张开刚度 k_o 和闭合刚度值 k_c 中取值。根据刚度取值判断条件的不同,双线型模型又可进一步细分为多种方法。

Chondros 等^[4]提出根据结构的位移变形状态来判断裂缝的开闭状态以及对应的刚度取值。该双线型模型结构刚度变化规律类似一个单自由度的质量弹簧阻尼系统^[5],如图 1 所示。

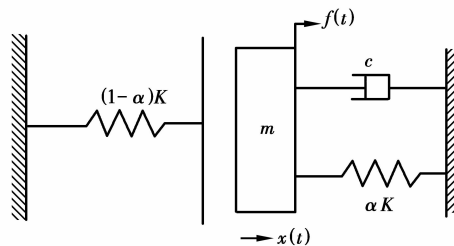


图 1 单自由度的质量弹簧阻尼系统

在 Chondros 的模型中,当 $x(t) > 0$ 时,等效于裂缝处受拉,当 $x(t) < 0$ 时,等效于裂缝处受压, $0 < \alpha < 1$,为刚度折减系数。而呼吸裂缝刚度处结构刚度 k_b 的判断条件为

$$k_b = \begin{cases} k_o = \alpha k, & x(t) > 0, \\ k_c = k, & x(t) \leq 0, \end{cases} \quad (1)$$

2013 年,Giannini 等^[6]通过单元 2 端转角大小判断单元在裂缝处受拉还是受压,通过修改单元刚度来模拟呼吸裂缝的作用

$$k_b = k_c - H(\theta_i - \theta_j)k_\Delta, \quad (2)$$

其中: k_Δ 是因裂缝全开而导致的单元刚度的折损; θ_i 和 θ_j 为单元始末截面的转角 $H(\theta_i - \theta_j)$ 为一阶梯函数, $\theta_i \geq \theta_j$ 时,为 1, $\theta_i < \theta_j$ 时,为 0。

此外,Chatterjee^[5]和 Yan 等^[7]还提出了不同的双线型模型,这些方法的区别在于采用不同的指标来判断裂缝的张开和闭合状态。但这些方法均都有一个共同点,裂缝的呼吸刚度在振动过程中只有 2 个取值,且随着受力状态的变化而突变。

1.2 曲线型模型

呼吸裂缝的曲线型模型认为在结构振动过程中,裂缝的张开和闭合状态的转换是一个渐变的过程,即裂缝处结构的刚度取值在 k_o 和 k_c 之间波动。根据计算裂缝开闭程度参数的不同,主要的曲线型模型包含一下 4 种。

Cheng 等^[8]和 Douka 等^[9]提出了裂缝处结构刚度按时间呈余弦函数变化的呼吸裂缝模型

$$k_b = k_o + \frac{1}{2}(k_c - k_o)[1 + \cos(\omega_b t)], \quad (3)$$

其中: ω_c 和 ω_o 分别为完好和裂缝完全张开时的结构自振频率;当结构受迫振动时, ω_b 取外部激励频率;

当结构自由振动时, $\omega_b = 2\omega_c\omega_o / (\omega_c + \omega_o)$ 。

Rezaee 等^[10]把悬臂梁裂缝处刚度降低等效为一刚度变化的弹簧,通过梁端振幅控制弹簧刚度大小,弹簧的刚度取值为

$$k_b = k_o + \frac{1}{2}(k_c - k_o),$$

$$\left\{ 1 + \cos \left\{ \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{A_o^2 + A_c^2}{A_o A_c (A_o - A_c)} A + \frac{A_o + A_c}{A_o A_c (A_o - A_c)} A^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4)$$

其中: A_o 和 A_c 分别为裂缝张开和闭合时梁端的振幅; A 为振动过程中梁端的幅值,求解时初始值为 0,采用迭代法,逐步求解。

在车桥耦合等振动系统中,其自振频率、振幅会不断的改变,Ariaei 等^[9]提出采用曲率作为控制变量来考虑呼吸裂缝的刚度取值

$$k_b = k_c + \frac{1}{2}(k_o - k_c) \left[1 + \frac{y''}{(y'')_{\max}} \right], \quad (5)$$

式中: y'' 为振动过程中某一时间点单元裂缝处的曲率。

Law 等^[11]和王文洁等^[12]针对车桥耦合系统,参照 Abdel Wahab^[13]的损伤裂缝模型,通过改变梁弹性模量的取值来模拟呼吸裂缝

$$E(x) = E_o \left\{ 1 - s(1 - \alpha) \cos^2 \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{x}{\beta L / 2} \right)^n \right] \right\}$$

$$(0 < x < \beta L / 2), \quad (6)$$

$$s = s_o + (1 - s_o) \sin \left(\frac{\pi \nu t}{L} \right), \quad (7)$$

其中: L 为梁长; x 为距梁损伤区域中心线距离; α 、 β 、 n 为损伤参数, α 代表裂缝深度, $0 \leq \beta \leq 1$ 代表梁损伤区域长度, $\beta = 0$ 表示无损伤发生, $\beta = 1$ 表示梁完全破坏, n 为损伤区域刚度变化规律。 $s = 0$ 表示裂缝完全闭合, $s = 1$ 表示裂缝完全张开, s_o 为裂缝开闭程度的初始值; ν 为汽车运行速度。在计算得到时变的弹性模型后,乘以该梁的惯性矩即可得到含呼吸裂缝的梁的刚度变化。

以上 4 种方法通过不同的手段来控制呼吸裂缝在振动过程中结构刚度的渐变过程。因采用的指标不同,不同方法适用条件不同,例如 Law 提出的模型仅适用于车桥耦合振动系统。

2 呼吸裂缝梁的有限元模型

以悬臂梁为例分析考虑呼吸裂缝模型时梁的动力特性。悬臂梁长度为 $L = 1.1$ m,宽度 0.02 m,高

度 $h = 0.03$ m,弹性模量 210 GPa,泊松比为 0.3,梁密度为 7 850 kg/m³。梁自由端作用一竖向简谐荷载 0.4 sin(ωt) kN 作用。设梁下部有一单边贯穿的非扩展疲劳裂缝,假设激励力幅值对结构的非线性动力特性影响较小^[14],不考虑激励力幅值引起的非线性变化。裂缝深度为 a ,距离固定端为 d ,并定义无量纲参数 $s = a/h$ 表示裂缝深度, $p = d/L$ 表示裂缝位置。将梁沿长度方向划分成 40 个单元,假设不考虑梁的剪切变形,根据欧拉梁计算每个单元的刚度矩阵 k_e 和单元质量矩阵 m_e 。

选取 Chondros 提出的双线型模型和 Ariaei 提出的曲线型模型进行对比。根据裂缝距固定端的距离,计算出裂缝所在单元,然后分别计算呼吸裂缝引起的单元刚度矩阵的变化。在式(1)和(6)中, k_c 等于 k_e , k_o 采用附加柔度法^[15]按式(8)计算。

$$k_o = \mathbf{TC}^{-1} \mathbf{T}^T \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & -L & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad (8)$$

其中: \mathbf{C} 为考虑裂缝开展后的附加柔度矩阵,按附加应变能对剪力弯矩的二阶偏导计算。阻尼采用瑞利阻尼,其中, $\alpha = 0.25$, $\beta = 0.5$ 。设梁的初始位移和初始速度为零,采用 Newmark- β 迭代法求解悬臂梁的自由振动。

3 两类呼吸模型下梁的动力响应对比分析

以下从 2 个方面对比所选两种呼吸裂缝模型的动力响应特征,一是不同外部激励频率下结构的动力响应;二是不同裂缝深度下结构的动力响应。

3.1 不同外部激励频率下结构的动力响应

笔者仅考虑外荷载激励频率的变化,裂缝参数取 $s = 0.5$, $p = 0.273$ 且保持不变。因该悬臂梁的一阶自振频率为 20.715 Hz,选取外部激励频率为 15、25、40 Hz 共 3 种情况分析两种呼吸裂缝模型的动力响应。采用悬臂梁悬臂端的加速度时程,通过快速傅里叶变换得到不同激励频率下频谱曲线,进行归一化处理后如图 2、图 3 所示。

已有研究表明,呼吸裂缝的“开合”效应将引起的结构非线性振动,进而导致结构振动响应信号的频谱图中出现高次谐波分量。从图 2 和图 3 可知,两类呼吸裂缝模型下在简谐荷载激励下的结构响应均出现了谐波分量,即结构响应信号中的能量也分布在激励频率整数倍(2、3、 \dots , n 等)处。这表明两

种呼吸裂缝模型都达到了模拟振动过程中裂缝“开 闭”的非线性振动现象。

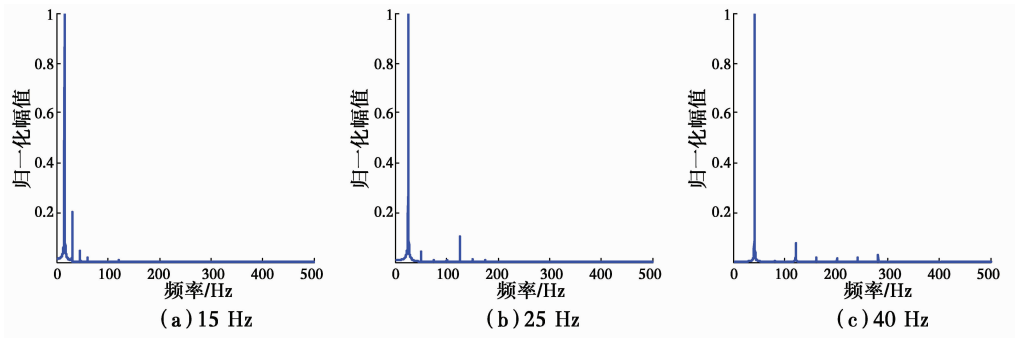


图 2 不同激励频率曲线型模型下的频谱

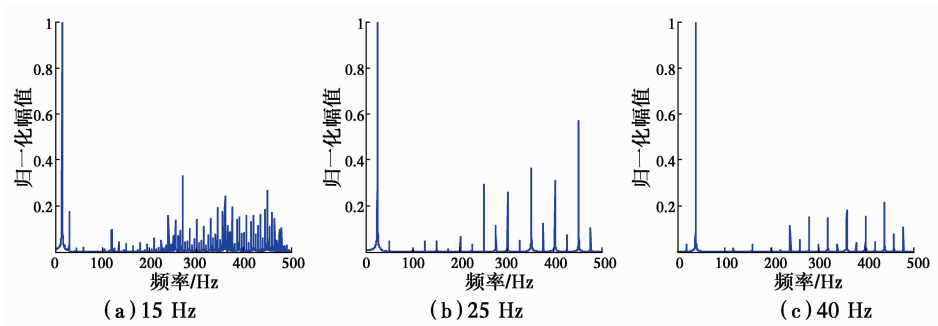


图 3 不同激励频率双线型模型下的频谱

3.2 不同裂缝深度下结构的动力响应

通过情况下,裂缝深度越大,呼吸效果越显著,振动过程中表现出的非线性越强。本小节考虑外部

激励频率保持 15 Hz 和裂缝位置 $p=0.273$ 不变,而裂缝深度分别取 $s=0.3, 0.4$ 和 0.5 时悬臂梁动力响应的频谱变化情况,如图 4、图 5 所示。

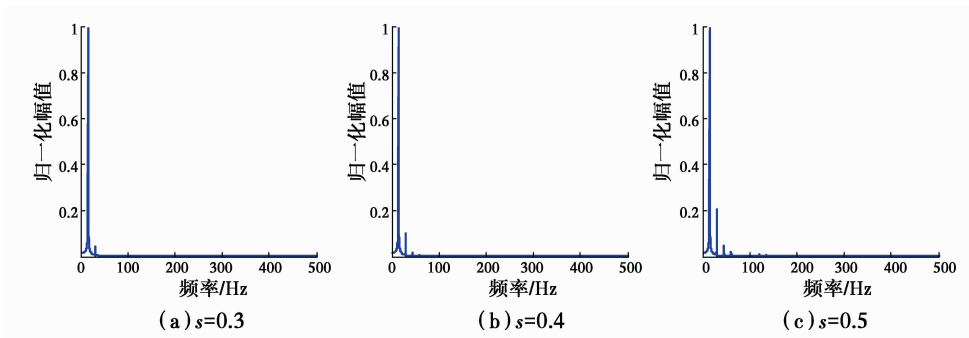


图 4 不同裂缝深度曲线型模型下的频谱

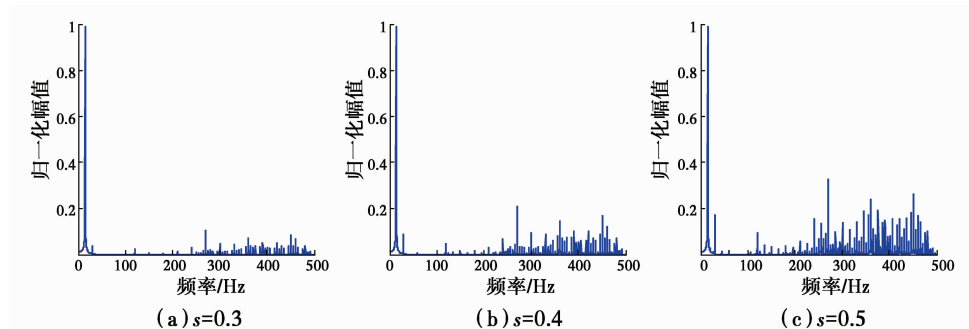


图 5 不同裂缝深度双线型模型下的频谱

由图可见,相同模型下,裂缝深度越大,第 1 个谐波分量相对幅值越大。为了详细描述裂缝深度变化引起的梁的动力特性的改变,以一阶谐波分量的相对幅值为非线性指标,计算其随裂缝深度的变化规律,如图 6 所示。从图 6 可知,其一阶谐波分量的相对幅值随着裂缝深度增加单调曲线上升,同等裂缝深度下,曲线型模型的值要大于双线型模型,表现出较强的非线性。

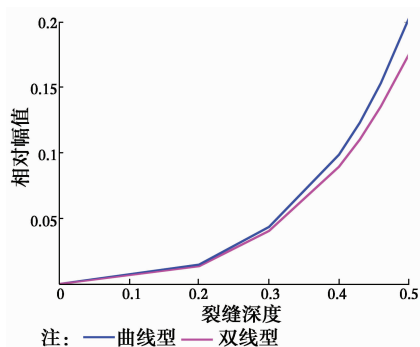


图 6 相对幅值随裂缝深度的变化规律

4 结 论

根据裂缝呼吸过程中结构刚度的变化规律,将目前提出的多种呼吸裂缝模型归为两大类:刚度跳跃的双线型模型和刚度连续变化的曲线型模型。分别建立了两类呼吸模型下带裂缝的悬臂梁有限元模型,对其进行动力响应对比分析,结果表明:

1) 双线型模型会使结构中产生额外的高频分量,影响频谱分析的结果,且外部激励频率越低,高频分量所在比重越大。

2) 两类呼吸模型下其频谱响应的一阶谐波分量随裂缝深度增加呈单调曲线上升,相同裂缝深度下,曲线型模型表现出较强的非线性。

参考文献:

[1] Gudmundson P. The dynamic behaviour of slender structures with cross-sectional cracks[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1983, 31(4): 329-345.

[2] R. Ruotolo. Harmonic analysis of the vibrations of a cantilevered beam with a closing crack[J]. *Computers & Structures*, 1996, 61(6):1057-1074.

[3] Pugno N, Surace C, Ruotolo R. Evaluation of the non-linear dynamic response to harmonic excitation of a beam with several breathing cracks[J]. *Journal of*

Sound & Vibration, 2000, 235(5):749-762.

[4] Chondros T G, Dimarogonas A D, Yao J. Vibration of a beam with a breathing crack[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2001, 239(1):57-67.

[5] Chatterjee A. Structural damage assessment in a cantilever beam with a breathing crack using higher order frequency response functions [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2010, 329(16):3325-3334.

[6] Giannini O, Casini P, Vestroni F. Nonlinear harmonic identification of breathing cracks in beams [J]. *Computers & Structures*, 2013, 129(4):166-177.

[7] Yan G, Stefano A D, Matta E, et al. A novel approach to detecting breathing-fatigue cracks based on dynamic characteristics [J]. *Journal of Sound & Vibration*, 2013, 332(2):407-422.

[8] Cheng S M, Swamidas A S J, X. J. W U, et al. Vibrational response of a beam with breathing crack[J]. *Journal of Sound & Vibration*, 1999, 225(1):201-208.

[9] Douka E, Hadjileontiadis L J. Time-frequency analysis of the free vibration response of a beam with a breathing crack[J]. *Ndt & E International*, 2005, 38(1):3-10.

[10] Rezaee M, Hassannejad R. A new approach to free vibration analysis of a beam with a breathing crack based on mechanical energy balance method[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2011, 24(2):185-194.

[11] Law S S, Zhu X Q. Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads [J]. *Engineering Structures the Journal of Earthquake Wind & Ocean Engineering*, 2004, 26(9):1279-1293.

[12] 王文洁, 吕中荣, 刘济科. 含呼吸裂缝的桥梁振动响应与时频特性分析[J]. *振动与冲击*, 2013, 32(11): 12-16.

[13] Abdel W M M, De Roeck G, Peeters B. Parameterization of damage in reinforced concrete structures using model updating[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 228(4):717-730.

[14] 胡家顺, 冯新, 周晶. 呼吸裂纹梁非线性动力特性研究 [J]. *振动与冲击*, 2009, 01(1):76-80.

[15] Nguyen K V. Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle[J]. *Engineering Structures*, 2013, 51: 306-314.