

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2016.06.002



不同失稳判据下边坡稳定性的规律性

王飞阳^{1,2}, 潘泓²

(1. 同济大学 土木工程学院, 上海 200092; 2. 华南理工大学 亚热带建筑科学国家重点实验室, 广州 510640)

摘要:以塑性区贯通、位移增量突变、计算不收敛3种边坡失稳判据为依据,采用强度折减有限元法和重度增加有限元法对简单边坡进行了分析。结果表明:以边坡潜在滑动面上某点位移增量突变作为边坡失稳判据是准确的;对于不同土体强度参数下,以位移增量关系曲线突变为判据得到的边坡的安全系数较另外两种方法稳定;对应于塑性区贯通、位移增量曲线突变和计算不收敛的3种判据,边坡潜在滑动面依次向深层发展,边坡的安全系数依次增加。

关键词:强度折减法;重度增加法;边坡安全系数;等效塑性应变;位移增量

中图分类号:TU43 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2016)06-0010-07

Regularity analysis of slope stability under different failure criterion

Wang Feiyang^{1,2}, Pan Hong²

(1. School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, P. R. China; 2. State Key Laboratory of Subtropical Building Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, P. R. China)

Abstract: Under the slope failure criterion based on the breakthrough of the plastic zone, the mutation of displacement increment of slope and calculation convergence, strength reduction FEM and gravity increase FEM are used to analyze the stability of simple slope. Studies indicate that it is accurate to regard the mutation of displacement increment of slope as slope failure criterion; slope safety factor for different strength parameters based on the criterion of mutation of displacement increment is more stable than based on the other two failure criterion. According to three failure criteria, the breakthrough of the plastic zone, the mutation of displacement increment of slope and calculation convergence, the potential slip surface is in turn to develop in depth, and the safety factor of the slope is increased in turn.

Keywords: strength reduction method; gravity increase method; slope safety factor; equivalent plastic strain; displacement increment

边坡的稳定性、地基承载力、支护结构的土压力问题是土力学中三大经典问题。其中,边坡的稳定

性问题主要包括边坡安全系数的定义、边坡安全系数的求解及滑动面的确定。目前,边坡稳定性分析

收稿日期:2016-01-18

基金项目:广东省科技计划(粤科函规财字[2015]1303号 x2tjB2160460);亚热带建筑科学国家重点实验室研究课题(2015ZC16)

作者简介:王飞阳(1990-),男,博士生,主要从事岩土工程研究,(E-mail) wangfyhaohao@163.com。

潘泓(通信作者),男,教授,(E-mail) hpan@scut.edu.cn。

Received:2016-01-18

Foundation item: Guangdong Province Science and Technology Plan([2015]No. 1303xztjB2160460); State Key Laboratory of Subtropical Building Science Research Subject (No. 2015ZC16)

Author brief: Wang Feiyang (1990-), PhD candidate, main research interest: geotechnical engineering, (E-mail) wangfyhaohao@163.com。

Pan Hong (corresponding author), professor, (E-mail) hpan@scut.edu.cn。

最常用的两种方法是极限平衡法和有限元分析法。极限平衡法应用最广的是条分法,条分法是通过假定条块间的相互作用力及滑动面的位置,求得边坡的最小安全系数及相应滑动面。有限元分析法无法直接求取边坡的安全系数,需要和其他方法诸如极限平衡法、强度折减法、蒙特卡洛法等相结合求解边坡的安全系数及相应的滑动面。

文献[1-3]通过有限元分析计算得到边坡的真实应力场,然后根据极限平衡法求得边坡稳定的安全系数及相应的滑动面。文献[4]对有限元边坡稳定分析法中的强度折减法和滑面应力分析法进行了探讨,认为两种方法的安全系数定义均是基于强度折减法的概念,并且两种方法得到的安全系数及相应的滑动面形状和位置均十分接近。文献[5]根据有限元与临界滑动面搜索相结合的思想提出了蒙特卡洛法与有限元相结合的方法,克服了多数优化方法容易陷入局部最小的问题,且基于有限元—强度折减法所得的安全系数及相应的滑动面与基于极限平衡法所得的安全系数及相应的滑动面均较一致。文献[3,6-7]采用有限元法计算得到的边坡安全系数普遍要大于极限平衡法计算得到的结果,文中还指出有限元不需假定条分间的相互作用力,因此结果更加合理。文献[8]认为将有限元数值计算不收敛性作为破坏的判别标准,物理意义不明确且具有很大的人为因素。文献[9]为了克服将解不收敛作为破坏标准的缺点,利用有限元软件的图形的可视化技术绘制出边坡广义剪应变的分布图,将某一幅值广义剪应变自坡脚到坡顶贯通作为边坡失稳的判据,并用实例证实了这一判别标准的可行性。文献[4,10]认为塑性应变从坡脚到坡顶贯通并不意味着边坡失稳,还要看塑性变形和位移不可控,因此,塑性区贯通是边坡破坏的必要不充分条件。文献[10-11]均建议用边坡土体变形的变化规律作为边坡失稳破坏的依据。

目前,对不同失稳判据下边坡安全系数的规律及有限元法如何确定滑动面还缺乏研究。笔者采用强度折减法及最近几年盛行的重度增加法^[12],对简单均质边坡在3种常见的边坡失稳判据下的安全系数进行了对比分析,并绘制出不同判据下边坡的潜在滑动面,最后分析了摩擦角和粘聚力对边坡安全系数的影响。另外,本文对不同判据下简单均质边坡潜在滑动面的位置进行了分析,为不同土体参数下边坡失稳判据的选择提供参考。

1 边坡失稳判据

根据引言边坡失稳判据的综述,可将目前常用的边坡失稳判据归纳为3类:1)将有限元计算不收敛作为边坡破坏的标志;2)以塑性应变从坡脚到坡顶贯通作为边坡失稳的标志;3)以边坡内某点变形的变化规律作为边坡失稳的标志。

以有限元计算不收敛作为边坡失稳的判据物理意义不明确,受人为因素的影响,主要是因为多数有限元软件有多种收敛标准可供选择,收敛误差也可以调整。对于不同的收敛标准或收敛误差,有限元分析得到的边坡的安全系数也会不同。

对于第2种判据中的塑性应变应用最广泛的就是等效塑性应变,所谓等效塑性应变即为整个变形过程中总的塑性应变的大小。等效塑性应变从坡脚到坡顶的贯通表明在边坡中形成了贯通的塑性带,但由于土体为复杂的弹塑性材料,但等效塑性应变的贯通与边坡失稳并非完全等效。有的学者提出了采用幅值塑性应变的贯通作为边坡破坏的依据,但由于幅值塑性应变很难确定,采用幅值塑性应变反而不能取得更好的效果。

而以边坡内某点变形的变化规律包括边坡内某点位移的变化规律和边坡内某点塑性应变的变化规律。以边坡内某点塑性应变突变作为边坡失稳的判据不能与实测资料进行对比,一方面,边坡的监测一般是位移的监测;另一方面,塑性应变突变点的位置与位移监测的位置有所不同,边坡位移监测的控制点一般在坡面和坡顶位置,而塑性应变的突变点通常位于边坡内部的塑性区。而以边坡位移的突变作为边坡失稳的判据可以将计算结果与监测资料进行对比,更加直观地反映边坡所处的状态。另外,为了考虑强度折减或重度增加的影响,本文选取边坡内某点位移增量与强度折减系数(重度增加系数)的比值与强度折减系数(重度增加系数)的关系曲线作为边坡失稳的判据。

根据上述分析,为了研究不同边坡失稳判据对强度折减法和重度增加法的影响,笔者选取以下3种边坡失稳判据:1)有限元计算不收敛;2)等效塑性应变贯通;3)边坡内某点位移增量与强度折减系数(重度增加系数)的比值和强度折减系数(重度增加系数)关系曲线(以下简称位移增量关系曲线)的突变。

2 边坡稳定性安全系数

工程中,边坡一般是具有一定安全储备的稳定边坡。边坡的稳定性分析的提法:施加怎样的外界干扰,才能使一个稳定的边坡达到极限平衡状态。稳定边坡达到极限平衡状态的方法有两种:1)重度增加法:通过增加荷载,使边坡处于极限平衡状态;2)强度折减法:通过折减土体抗剪强度,使边坡达到极限平衡状态。

Bishop^[13]首次给出了极限平衡法边坡稳定性安全系数的定义

$$K_1 = \frac{\tau_f}{\tau} \quad (1)$$

强度折减法边坡稳定性安全系数

$$\begin{cases} c_f = \frac{c}{K_2} \\ \varphi_f = \arctan\left(\frac{\tan \varphi}{K_2}\right) \end{cases} \quad (2)$$

重度增加法安全系数的定义

$$K_3 = \frac{g}{g_0} \quad (3)$$

式中: g 、 g_0 分别为增加的重力加速度和重力加速度。强度折减法安全系数定义与 Bishop 所提出的极限平衡法边坡稳定性安全系数的定义是一致的^[8,14],郑斌等认为基于有限元—强度折减法得到的边坡稳定性的安全系数与基于极限平衡法边坡稳定的安全系数是一致的。而重度增加法采用的安全系数是指荷载增大系数,强度折减法所得到的安全系数实际上是边坡的安全储备系数。

与优化搜索相结合的边坡稳定性有限元法、滑面应力法等,其边坡稳定性安全系数定义为沿滑动面的抗滑力之和与滑动力之和的比值,即

$$K_4 = \frac{\int_s \tau_f dl}{\int_s \tau dl} \quad (4)$$

式中: τ 为沿潜在滑动面任意一点的剪应力; τ_f 该点处法向正应力对应的抗剪强度。文献[4,8]指出按照式(4)定义的边坡安全系数 K_4 表示边坡整体达到极限平衡状态时沿着相应的潜在滑动面边坡安全系数的平均值。

本文主要采用的边坡稳定性有限元法为强度折减法和重度增加法,其对应边坡安全系数的定义为式(2)和式(3)。从其定义式中可以发现两种方法得到的边坡的安全系数具有本质的区别;从边坡失稳

的机理上,边坡失稳破坏时,两种方法最终计算结果中边坡土体所处的应力水平不同,土体的强度也不同。由上述分析可知,重度增加法和强度折减法得到的边坡的安全系数是有所不同的。

3 算例

3.1 工程概况

采用文献[2,15]中的算例,采用 ABAQUS 有限元分析软件。某均质边坡,边坡具体尺寸及网格划分如图 1 所示,坡角 $\beta=45^\circ$,土体容重 20 kN/m^3 ,粘聚力 $c=40 \text{ kPa}$,内摩擦角 $\varphi=20^\circ$ 。

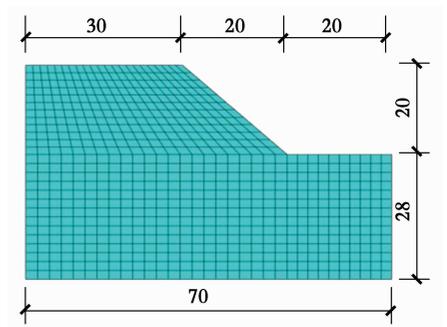


图 1 边坡的几何尺寸及网格图

Fig. 1 The geometrical size and mesh of the slope

3.2 土体本构模型

土体本构模型采用 Mohr-Coulomb 本构模型,其屈服函数

$$F = q \left[\frac{1}{\sqrt{3} \cos \varphi} \sin \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} \cos \left(\Theta + \frac{\pi}{3} \right) \tan \varphi \right] - p \tan \varphi - c = 0 \quad (6)$$

式中: Θ 为极偏角; $\cos(3\Theta) = \frac{J_3^3}{q^3}$ 。

考虑到相关联流动法则则会高估土的剪胀性,所以选用非相关联的屈服准则,剪胀角 $\psi = 0^\circ$ 。ABAQUS 中 Mohr-Coulomb 模型通过指定粘聚力 c 与等效塑性应变之间的关系来控制粘聚力 c 的大小,从而控制屈服面大小的变化,即硬化或软化,本例不予考虑。

3.3 有限元计算结果及分析

3.3.1 有限元计算不收敛 ABAQUS 计算不收敛时,强度折减法和重度增加法等等效塑性应变见图 2。有限元计算不收敛的标志是以程序终止计算,强度折减法得到的边坡稳定性安全系数为 1.34,而重度增加法得到的边坡安全系数为 1.56。

重度增加法增加了土体的重力,使边坡潜在滑

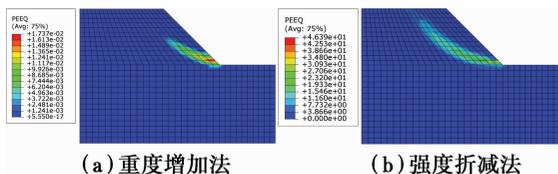


图 2 等效塑性应变图

Fig. 2 The equivalent plastic strain diagram

动面上的法向应力 σ 增加,使得土体的摩擦强度增加,使得重度增加法得到边坡的安全系数偏大。根据文献算例计算结果重度增加法得到的安全系数比强度折减法得到的边坡安全系数约大 15%。

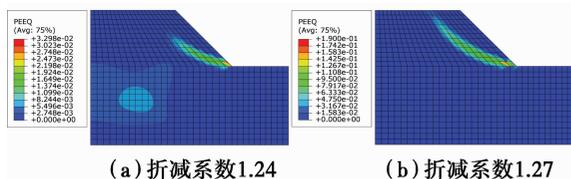


图 3 等效塑性应变贯通过程图

Fig. 3 The process diagram of equivalent plastic strain

以计算不收敛作为边坡失稳的判据时,强度折减法土体强度为原来的 1~1.34 倍,重度增加法则将土体重度增加 1.56 倍。从图 2 中可以看出,强度折减法边坡的等效塑性应变要远大于重度增加法边坡的等效塑性应变。其主要原因是两种方法计算不收敛时,土体的强度不同,边坡所处的应力水平也是不同的,这也使得两种方法得到的边坡的安全系数有较大的差异。

3.3.2 等效塑性应变贯通 从图 2 可以看出重度增加法计算不收敛时,边坡的等效塑性应变尚未贯通,因此,本例无法以等效塑性应变贯通作为重度增加法判断边坡失稳的依据。

图 3 为强度折减法分析得到的边坡的等效塑性应变贯通过程图。由图可知边坡稳定性安全系数为 1.27,这一值比以计算不收敛作为判断标准边坡安全系数小了 5%。其原因是等效塑性应变的贯通并不意味着边坡的破坏。边坡的破坏表示沿滑动面产生无限大的流动塑性应变,而等效塑性应变的贯通显然是边坡破坏的必要条件而非充分条件。因此,以等效塑性应变贯通作为边坡失稳的判据得到的安全系数要小于以计算不收敛得到的边坡的安全系数。

3.3.3 位移增量关系曲线 在重度增加法计算不收敛之前,位移增量关系曲线没有明显的突变点,因此本例无法将位移增量关系曲线作为边坡失稳的

判据。

图 4 为强度折减法计算得到位移增量关系曲线。由图中位移增量与折减系数比值的突变点,可知边坡稳定性安全系数为 1.28,这一数值在以计算不收敛得到的安全系数 1.34 和以等效塑性应变贯通得到的安全系数 1.27 的中间。

由图 4 及有限元后处理分析结果可知,以等效塑性应变贯通为边坡失稳判据,边坡的安全系数为 1.27,对应的边坡位移增量与折减系数的比值为 1.8×10^{-5} m;以位移增量关系曲线为边坡失稳判据,边坡的安全系数为 1.28,对应的边坡位移增量与折减系数的比值为 2.5×10^{-2} m;而以计算不收敛为边坡失稳判据时,边坡的安全系数为 1.34,对应的边坡位移增量与折减系数的比值为 4.1 m。3 种失稳判据下,边坡位移增量与折减系数的比值的变化很大。

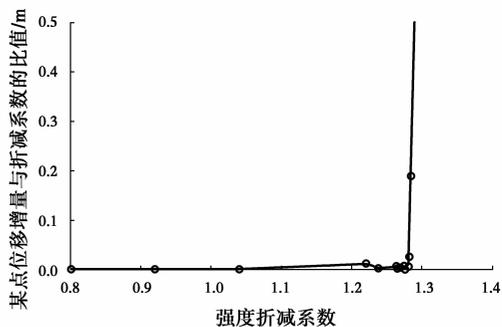


图 4 位移增量关系曲线

Fig. 4 The curve of displacement increment

3.4 本文计算结果及文献计算结果的对比分析

根据分析发现重度增加法得到的安全系数与强度增加法、Bishop 法、有限元极限平衡法有很大的差距,一方面与安全系数的定义有关,另一方面,重度增加法提高了边坡土体的应力水平,使得边坡内土体的抗滑力和下滑力均有所增加。因此,重度增加法得到的安全系数很难与以式(1)、式(2)和式(4)为安全系数定义的其他方法相比较。

从表 1 中的分析不难发现,以不收敛和等效塑性应变贯通作为强度折减法边坡失稳判据得到的安全系数分别为其他方法结果的上下限,以位移增量关系曲线作为边坡破坏的判据与其他方法较为接近。这一方面说明强度折减法的合理性,另一方面也表明以位移增量与折减系数的比值突变作为强度折减法边坡失稳判据的准确性。

表 1 有限元法和极限平衡法安全系数

Table 1 The safety factor of the finite element and limit equilibrium method

分析方法	判据	安全系数
强度折减法	不收敛	1.34
	等效塑性应变贯通	1.27
	位移增量关系曲线	1.28
重度增加法	不收敛	1.56
	等效塑性应变贯通	
Bishop(文献[15])	位移增量关系曲线	
	极限平衡法	1.27
LE-FEM(文献[2])	力矩平衡	1.32
	力平衡	1.25

3.5 边坡失稳时的滑动面

边坡的失稳是由于滑动面上产生了无限发展的流动塑性应变,因此,笔者据此采用等效塑性应变的等值线获取边坡破坏时的滑动面。具体做法:利用 ABAQUS 的可视化处理方法,绘制出边坡的等效塑性应变等值线图,其中最大等效塑性应变的连线即为滑动面的位置。

根据上述过程绘制出不同失稳判据下边坡的潜在滑动面,见图 5。图 5(a)~(c)边坡的安全系数逐

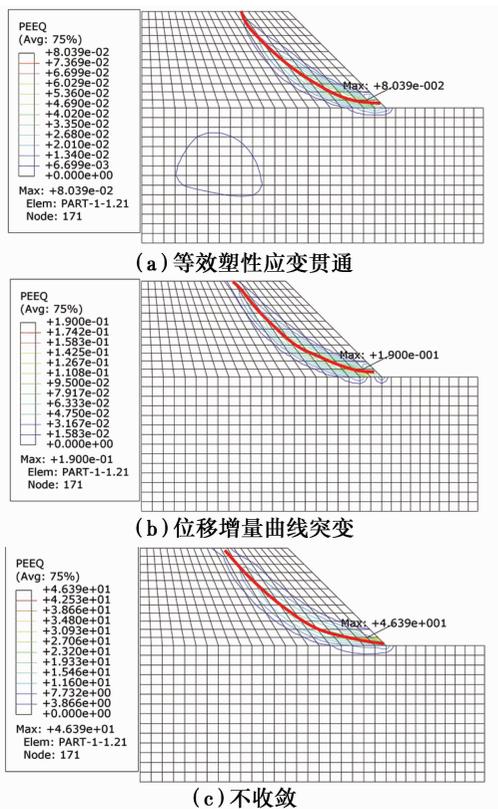


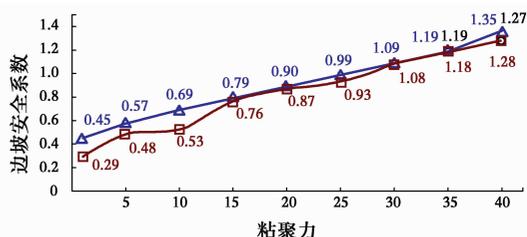
图 5 不同失稳判据下的等效塑性应变等值线
Fig. 5 Contour line of the equivalent plastic strain under different failure standard

渐增加,相应的边坡的潜在滑动面逐渐向深层发展,且边坡潜在滑动面上最大的等效塑性应变由 8.0×10^{-2} 增加到 4.6×10^1 。图 5(b)中边坡潜在滑动面上最大的等效塑性应变为图 5(a)中的 2.4 倍,而与图 5(b)相比,图 5(c)中边坡潜在滑动面上最大等效塑性应变增加了 24 倍。从图 5(a)~(c),边坡失稳时最大塑性应变依次增加,边坡潜在滑动面依次向深层发展,边坡的安全系数也依次有所增加。

4 材料参数对边坡的安全系数的影响

本节模型选取算例中模型,土体参数以粘聚力 $c=30$ kPa,内摩擦角 $\varphi=20^\circ$ 为基本参数,粘聚力变化范围 $1 \sim 40$ kPa,摩擦角变化范围 $1^\circ \sim 40^\circ$ 。

不同判据下,边坡安全系数随粘聚力和摩擦角的变化规律分别见图 6、图 7。

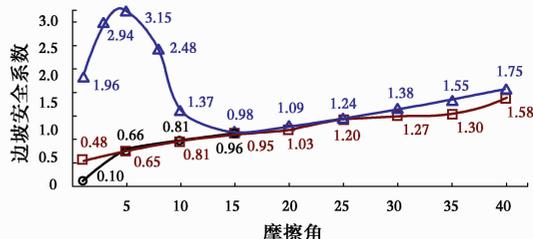


注: —●— 等效塑性应变贯通 —■— 位移增量突变 —▲— 计算不收敛

图 6 不同粘聚力下边坡的安全系数

Fig. 6 The slope safety factor under different cohesion

当 $\varphi=20^\circ$ 时,以计算不收敛为判据,边坡的安全系数略高于以位移增量突变为判据得到的边坡的安全系数。当粘聚力越小时,其差值的整体趋势在增加。而当粘聚力较大时,边坡才会出现等效塑性应变贯通,且以等效塑性应变贯通为判据得到的边坡的安全系数与其它两种判据得到的安全系数较为一致(图 6)。



注: —●— 等效塑性应变贯通 —■— 位移增量突变 —▲— 计算不收敛

图 7 不同摩擦角下边坡的安全系数

Fig. 7 The slope safety factor under different friction angle

当 $c=30$ kPa 时,当摩擦角较大时以计算不收敛为判据得到的边坡的安全系数略大于以位移增量

突变为判据得到的边坡的安全系数;当摩擦角较小时,以计算不收敛为判据得到的边坡的安全系数跳跃性很大,是不准确的;当摩擦角很小时,边坡出现等效塑性应变贯通,以等效塑性应变贯通为判据得到的边坡安全系数比以位移增量突变为判据得到的边坡的安全系数小很多(图7)。

由以上分析可知:对于简单均质边坡,以位移增量突变为判据得到的边坡的安全系数较其他方法稳定,因此,以位移增量关系曲线突变为判据得到的边坡的安全系数是可靠的。而当摩擦角较小时,以计算不收敛为判据得到的边坡的安全系数比其他方法大数倍,且边坡已产生很大的变形,早已破坏。当粘聚力较大或摩擦角较小时,边坡才会出现等效塑性应变贯通,其计算结果与其他判据下边坡的安全系数基本一致。因此,笔者建议在边坡的分析时,综合利用多种判据对边坡的稳定性分析。

5 结论

采用强度折减法和重度增加法对简单均质边坡进行了分析,并得出不同失稳判据下边坡的安全系数及潜在滑动面的位置,从中得出以下结论:

1)将边坡潜在滑动面上某点位移增量与强度折减系数的比值突变作为边坡破坏的判据更加准确。从算例中得到位移增量与强度折减系数的比值突变作为边坡失稳的判据与极限平衡法得到的安全系数相接近。

2)强度折减法和重度增加法边坡安全系数的定义和破坏时土体的强度参数及应力水平不同,两种方法得到的边坡的安全系数没有可比性。

3)对应于等效塑性应变贯通、位移增量曲线突变和计算不收敛的3种判据,边坡失稳时最大塑性应变依次递增,同时,边坡潜在滑动面依次向深层发展,边坡的安全系数也依次有所增加。

4)对于不同的土体参数,以位移增量关系曲线突变为判据得到的简单均质边坡的安全系数较另外两种方法稳定。

以等效塑性应变贯通作为边坡破坏的判据可以较为直观的得到边坡的安全系数,但原则上等效塑性应变贯通与边坡失稳并非完全等效。另外,如何能够使重度增加法和强度折减法得到的结果具有可比性,可以从两种方法安全系数的定义考虑,使其统一起来。重度增加法由于与传统意义上的荷载放大系数方法较为一致,具有广泛的应用前景。

参考文献:

- [1] 张天宝. 土坡稳定分析和土工建筑物的边坡设计[M]. 成都:成都科技大学出版社, 1987.
ZHANG T B. Slope stability analysis and slope design of geotechnical structures [M]. Chengdu: Chengdu University of Science and Technology Press, 1987. (in Chinese)
- [2] 孙小三. 边坡稳定性的条分法与有限元法耦合分析[D]. 杭州:浙江大学, 2005.
SUN X S. Couple analysis of slice method and finite element method for slope stability [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005. (in Chinese)
- [3] 曾亚武, 田伟明. 边坡稳定性分析的有限元法与极限平衡法的结合[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 5355-5359.
ZENG Y W, TIAN W M. Slope stability analysis by combining FEM with limit equilibrium method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 5355-5359. (in Chinese)
- [4] 赵杰, 邵龙潭. 平面应变条件下两类有限元边坡稳定分析方法比较研究[J]. 大连理工大学学报, 2007, 47(6): 873-879.
ZHAO J, SHAO L T. Comparison of two kinds of finite element methods for slope stability analysis under plane strain condition[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2007, 47(6): 873-879. (in Chinese)
- [5] 李育超, 凌道盛. 蒙特卡洛法与有限元相结合分析边坡稳定性[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(11): 1933-1941.
LI Y C, LING D. Slope stability analysis using Monte Carlo technique with FEM [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(11): 1933-1941. (in Chinese)
- [6] 马建勋, 赖志生. 基于强度折减法的边坡稳定性三维有限元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(16): 2690-2693.
MA J X, LAI Z S. 3D FEM analysis of slope stability based on strength reduction method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(16): 2690-2693. (in Chinese)
- [7] 张鲁渝, 郑颖人. 有限元强度折减系数法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J]. 水利学报, 2003(1): 21-27.
ZHANG L Y, ZHENG Y R. The feasibility study of strength reduction method with FEM for calculating safety factors of soil slope stability [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003(1): 21-27. (in Chinese)
- [8] 郑宏, 田斌. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数

- 的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2225-2230.
- ZHENG H, TIAN B. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(13): 2225-2230. (in Chinese)
- [9] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407-411.
- LIAN Z Y, HAN G C, KONG X J. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23 (4): 407-411. (in Chinese)
- [10] 康亚明, 杨明成. 基于重度增加法的边坡稳定性三维有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(4): 49-53.
- KANG Y M, YANG M C. 3D FEM analysis of slope stability based on gravity increase method [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4):49-53. (in Chinese)
- [11] 徐卫亚, 肖武. 基于强度折减和重度增加的边坡破坏判据研究[J]. 岩土力学, 2007, 28(3): 505-511.
- XU W Y, XIAO W. Study on slope failure criterion based on strength reduction and gravity increase method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(3): 505-511 (in Chinese)
- [12] LI L C, TANG C A. N analysis of slope stability based on the gravity increase method [J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36: 1246-1258.
- [13] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes [J]. Geotechnique, 1995, 5 (1): 7-17.
- [14] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 333-336.
- ZHAO S Y, ZHENG Y R, SHI W M, et al. Analysis of safety factor of slope stability by strength reduction FEM [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(3): 333-336. (in Chinese)
- [15] 迟世春, 关立军. 基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(1): 42-46.
- CHI S C, GUAN L J. Slope stability analysis by Lagrangian difference method based on strength reduction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(1): 42-46. (in Chinese)
- [16] DAWSON E, YOU K, PARK Y. Strength-reduction stability analysis of rock slopes using the hoek-brown failure criterion [J]. Asce Geotechnical Special Publication, 2000,290:65-77.
- [17] PANTELIDIS L, GRIFFITHS D V. Stability assessment of slopes using different factoring strategies [J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering, 2012, 138(9):1158-1160.
- [18] ZHAO L, YANG F, ZHANG Y, et al. Effects of shear strength reduction strategies on safety factor of homogeneous slope based on a general nonlinear failure criterion[J]. Computers & Geotechnics, 2015, 63: 215-228.

(编辑 王秀玲)