Vol. 38 No. 6 Dec. 2016

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2016.06.012



吴梦景1,黄栩浩1,3,张旭1,朱珏1,赵银海2

(1.宁波大学 机械工程与力学学院 浙江 宁波 315211;2.浙江省二建钢结构 有限公司 浙江 宁波 315207;3.上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院,上海 200240)

摘 要:为了使得钢结构的性能与用钢量比达到最优,前人对槽型钢的截面尺寸优化进行了较为充分的研究。但是,涉及卷边角度的优化特别是偏心受压工况下的优化分析却很缺乏。以 Yao-Teng 偏心受压计算公式,结合遗传算法,以冷弯卷边槽钢柱偏心受压为例,将槽钢卷边角度与偏心距作为设计变量,寻找在不同偏心距受压情况下,达到最大畸变屈曲临界应力的卷边角度。基于有限条分析程序,对两端简支与两端固支情况下不同截面尺寸构件的畸变屈曲临界应力进行了计算分析,最终得出不同偏心距受压下统一的最优卷边角度。为了方便工程设计人员设计时参考,建议卷边角度统一取为 100°。

关键词:偏心受压;斜卷边槽钢;有限条;遗传算法;最优卷边角度

中图分类号:TU391 文献标志码:A 文章编号:1674-4764(2016)06-0091-06

# Optimization on angle of lip of cold-formed thin-walled channel under eccentric compression

Wu Mengjing<sup>1</sup>, Huang Xuhao<sup>1,3</sup>, Zhang Xu<sup>1</sup>, Zhu Jue<sup>1</sup>, Zhao Yinhai<sup>2</sup>

- (1. Faculty of Mechanical Engineering & Mechanics, Ningbo University, Ningbo 315211, Zhejiang, P. R. China;
  - 2. Zhejiang Er Jian Steel Structure Co., Ltd., Ningbo 315207, Zhejiang, P. R. China;
- 3. School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, P. R. China)

Abstract: The optimization of the sectional dimensions is studied to make the ratio between performance and steel amount of steel sections become optimal. However, the optimization analysis of lip angle involving the eccentric compression is lack. A technique with the genetic algorithm and formulae for predicting the distortional critical stresses of cold-formed lipped channels subjected to eccentric compression is developed to optimize the angles of lips of channels. The cold-formed lipped channel columns under eccentric compressing have been taken as examples. The genetic algorithm regards the angle of lip and eccentric distance as design parameters. This method not only can decrease workload and aimless calculation but also can obtain accurate optimal angles. The distortional critical stresses of cold-formed lipped channels with

收稿日期:2016-03-09

基金项目:国家自然科学基金(11572162);浙江省自然科学基金(LY13A020007)

作者简介:吴梦景(1996-),女,主要从事冷弯薄壁钢构件的稳定性研究,(E-mail)mengjing\_wu@163.com。

朱珏(通信作者)女,副教授,博士,(E-mail)zhujue@nbu, edu, cn。

Received: 2016-03-09

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 11572162); the Natural Science Foundation of Zhejiang Province (No. LY13A020007)

Author brief: Wu Mengjing(1996-), main major interest: the stability of cold-formed thin-walled steel member, (E-mail) mengjing\_wu@163.com.

Zhu Jue (corresponding author), associate professor, PhD, (E-mail) zhujue@nbu. edu. cn.

different dimensions under simply and clamped supports are obtained, based on the finite strip analyses. The optimal angles of cold-formed channel steel members with different eccentric distances are presented. For designer's convenience of design and application, the degree of 100 is suggested.

Keywords: inclined lipped cold-formed channel; eccentric compression; finite strip; optimal angle of lip

随着生产技术的不断更新发展,冷弯成型钢构 件朝着高强度、薄壁、截面形式复杂的趋势发展,出 现了几种常见的屈曲模式,分别为:局部屈曲、畸变 屈曲和整体屈曲[1]。由于可以用加劲及加支撑的方 式来提高构件的局部屈曲和整体屈曲的临界应力, 畸变屈曲则很可能成为最终主导构件失效的屈曲模 式。Lau 和 Hancock 等[2-3] 提出了简化模型,推导 出了受压构件弹性畸变屈曲临界应力。学者 Li 等[4] 考虑翼缘板件弯曲的影响,在 Lau 和 Hancock 的畸变屈曲模型基础上进行修正,并推导出了类似 于 Lau 和 Hancock 公式的弹性畸变屈曲临界应力 计算公式。其公式可计算卷边槽形、Z 形以及 Σ 形 冷弯薄壁型钢构件的畸变屈曲应力。周绪红等[5]考 虑腹板屈曲对弹簧刚度的影响并提出了折减系数, 推导两端简支、固支卷边槽钢畸变屈曲临界应力计 算公式。Song 等[6]采用了半解析有限条法对槽钢 截面受剪力荷载进行分析。杨娜等[7]通过有限元与 试验相对比,研究了组合效应对冷弯 C 型钢构件滞 回性能的改善作用。Teng等[8]采用如图 1 所示的 近似模型,推导出双向偏心受压构件卷边槽钢弹性 畸变屈曲荷载的稳定方程,并提出了单向偏压和纯 弯载荷畸变屈曲计算公式并对其公式进行相应的简 化。研究表明[9-10],改变卷边与翼缘的夹角(后简称 卷边角度) θ (如图 2)不仅会改变斜卷边槽钢的截面 几何特性,还会改变卷边对翼缘的约束作用,从而导 致斜卷边槽钢构件发生畸变屈曲时临界应力以及畸 变屈曲承载力发生变化。在此基础上,通过改变卷 边的角度,从而达到提高构件承载力的目的,这为工 程优化与改变构件截面形式来提高构件的强度与刚 度提供了新的思路。

遗传算法是一种常见的全局优化的概率算法, 采用遗传算法对工程问题进行优化, 搜索过程既不受优化函数连续性的约束, 也没有优化函数必须可导的要求, 同时可进行对目标优化设计[11-12]。 也避免了给定初始值要求, 能够有效地进行全局搜索。本文将姚谏等[13](简称 Yao-Teng) 推导得到的卷边槽钢畸变屈曲临界应力简化计算公式编成相应的程序, 再利用遗传算法对其卷边角度进行优

化,得出使构件畸变屈曲临界应力最大的卷边角度。

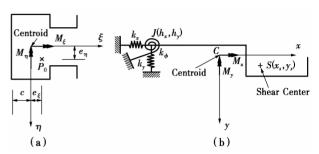


图 1 畸变屈曲的理论分析模型

Fig 1 The analytical model of distortional buckling

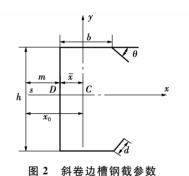


Fig 2 The properties of inclined lipped channel section

# 1 Yao-Teng 卷边槽钢畸变屈曲应力计 算公式

采用 Yao-Teng 卷边槽钢畸变屈曲临界应力计算过程中,需要的斜卷边槽钢截面几何特性可采用 王春刚,张耀春[14]计算研究得到的以卷边角度为变量的截面几何特性的计算公式。

斜卷边槽钢截面几何特性计算简图如图 2 所示:腹板高度为 h,翼缘宽度为 b,卷边长度为 d,厚度为 t, $\theta$  为卷边角度;以截面的形心轴定义为 x 轴和 y 轴;点 C 和点 S 分别为截面的形心和剪心; D 为腹板中点。

#### 1.1 斜卷边槽钢截面几何特性计算公式

斜卷边槽钢截面几何特性计算可采用王海明等<sup>[14]</sup>总结的截面几何特性的计算公式。

$$x_{\text{of}} = (b^2 - d^2 \cos \theta) / [2(b+d)] \tag{1}$$

$$v_{\text{of}} = -d^2 \sin \theta / \lceil 2(b+d) \rceil \tag{2}$$

$$I_{xf} = \frac{t \left[ (b+d)bt^2 + (4b+d)d^3 \sin^2 \theta \right]}{12(b+d)}$$
 (3)

$$I_{yf} = \frac{t[b^4 + 4b^3d + 6b^2d^2\cos\theta + (4b+d)d^3\cos^2\theta]}{12(b+d)}$$

(4)

$$I_{xyf} = tbd^2(b + d\cos\theta)\sin\theta/[4(b+d)]$$
 (5)

$$I_{tf} = \frac{t^3 (b+d)}{3} \tag{6}$$

$$I_x = \frac{t}{12} [h^3 + 6(b+d)h^2 + 2bt^2 - 12hd^2 \sin \theta +$$

$$8d^3\sin^2\theta$$
 (7)

$$\overline{x} = \frac{(b^2 + 2bd + d^2 \cos \theta)}{(h + 2b + 2d)}$$
 (8)

$$I_{y} = \frac{ht^{3}}{12} + ht \overline{x^{2}} + 2I_{yf} + 2(b - x_{of} - \overline{x})^{2}(b + d)t$$

(9)

$$m = t [3h^{2}(b^{2} + 2bd + d^{2}\cos\theta) - 2d^{3}(h\sin 2\theta + 4b\sin^{2}\theta)]/(12I_{x})$$
 (10)

$$I_{\rm w} = \frac{t}{6} \left[ b^3 h^2 + d^3 (2b \sin \theta + h \cos \theta)^2 + \right]$$

$$3b^2h^2d + 3bhd^2(2b\sin\theta + h\cos\theta) + md^2$$
 •  $(8bd\sin^2\theta + 2hd\sin2\theta - 3h^2\cos\theta) -$ 

$$mbh^{2}(3b+6d)]+m^{2}(I_{x}-\frac{bt^{3}}{6})$$
 (11)

式中:  $I_{\text{ff}}$  为扭转惯性矩;  $I_x$ 和  $I_y$  为绕 x 轴和 y 轴的惯性矩;  $\overline{x}$  为形心 C 到腹板中心点 D 的距离; m 为剪心 S 与腹板中心点 D 间的距离;  $I_w$  为扇形惯性矩。

#### 1.2 求解偏心受压畸变屈曲应力

1)相关参数计算公式为[13]

$$S_1 = EI_y \tag{12}$$

$$S_2 = EI_{xy}b \tag{13}$$

$$S_3 = EI_x b^2 \tag{14}$$

$$m_{\eta 1} = \frac{t}{I_{\eta}} \left\lceil \frac{1}{2} b^2 y_{s} + bd \left( \frac{d}{2} + y_{s} \right) \right\rceil$$
 (15)

$$r_{\rm i} = \sqrt{(b - x_{\rm s})^2 + y_{\rm s}^2 + (I_x + I_y)/A}$$
 (16)

$$\gamma_{\rm a} = A/A_{\rm 0} \tag{17}$$

$$\alpha_{\rm e2} = (\gamma_{\rm a} y_{\rm s} - m_{\rm \eta l} e)/r_{\rm j} \tag{18}$$

$$r_{\rm s}^2 = (x_{\rm s}^2 + y_{\rm s}^2) + (I_{\rm x}^2 + I_{\rm y}^2)/A$$
 (19)

$$m_{\eta^2} = \frac{t}{I_s} \left[ \frac{1}{2} b^2 \left( x_s - \frac{1}{3} b \right) + b dx_s \right]$$
 (20)

$$\beta_x = -0.92 y_s \left(\frac{b}{d}\right)^{2.72}$$
 (21)

$$\beta_{y} = -2.83x_{s} \left(\frac{b}{d}\right) - 0.12$$
 (22)

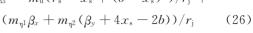
$$\alpha_{\rm e3} = \gamma_{\rm a} [r_{\rm s}^2 - x_{\rm s}^2 + (b - x_{\rm s})^2]/r_{\rm i}^2 +$$

$$[m_{\eta^1}\beta_x + m_{\eta^2}(\beta_y + 4x_s - 2b)]e/r_i^2$$
 (23)

$$m_{\rm u} = \frac{r_{\rm j}}{I_{\eta}} \left[ A(b-c) - \frac{1}{2} t b^2 \right]$$
 (24)

$$a_{\rm m2} = m_{\rm u} y_{\rm s} / r_{\rm j} - m_{\eta 1}$$
 (25)

$$a_{\mathrm{m}3} = m_{\mathrm{u}}(r_{\mathrm{s}} - x_{\mathrm{s}}^2 + (b - x_{\mathrm{s}})^2)/r_{\mathrm{j}}^2 +$$



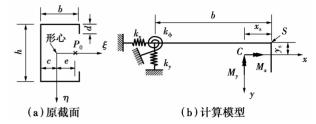


图 3 槽钢畸变屈曲的理论分析计算模型

Fig 3 The analytical model of channel due to distortional buckling

式中:h,b,d 和 t 为翼缘截面各部分的尺寸(图 3 (a));  $x_s$  和  $y_s$  为翼缘截面剪切中心的坐标(如图 3 (b));  $A_o$ 、A 为槽钢原截面面积和翼缘-卷边组合面积; 畸变屈曲应力为

$$\lambda_{\rm cr} = 3.48b \left(\frac{h}{b}\right)^{0.15} \left(\frac{b}{t}\right)^{-0.2} \left(\frac{d}{t}\right)^{0.7}$$
 (27)

$$a = 0.1 \left(\frac{b}{d}\right)^{0.87} \left(\frac{b}{t}\right)^{-0.56} \left[1 + 0.30 \left(\frac{b}{h}\right)\right] (28)$$

$$s = -0.0107t^2 \left(\frac{h}{b}\right)^{2.77} \left(\frac{b}{t}\right)^{1.45} \left(\frac{d}{t}\right)^{-1.39}$$
 (29)

$$\alpha_0 = \frac{\pi h}{2\lambda} \tag{30}$$

$$k_{\varphi_0} = \frac{4D}{h}/(1 + \alpha_0^{-1} \tanh \alpha_0 - \tanh^2 \alpha_0)$$
 (31)

$$k_{\varphi} = k_{\varphi^0} + c_{\mathrm{p}} \times P_{\mathrm{o}} \tag{32}$$

式中:  $c_p = s\left(\frac{1}{A_0} - \frac{ec}{I_\eta}\right)$ , c 为形心至腹板的距离(图 3(a)); e 为偏心距;  $\lambda_{cr}$  为半波长长度; a 为考虑翼缘 自身剪切和畸变屈曲不利影响后的转动约束刚度修

2)求解畸变屈曲荷载  $P_{\rm crd}$ ,临界应力  $\sigma_{\rm crd}$  [13]

正系数;  $I_{\eta}$  是关于非对称轴  $\eta$  的惯性矩。

$$P_{1} = \frac{2k_{1}k_{2} + k_{3}k_{5m} - \gamma_{a}k_{4}}{2(k_{2}^{2} + \gamma_{a}k_{5a})}$$
(33a)

$$P_2 = \frac{k_1^2 - k_3 k_4}{(k_2^2 + \gamma_* k_{5*})}$$
 (33b)

$$P_{\rm crd} = P_1 - \sqrt{P_1^2 - P_2} \tag{33c}$$

$$\sigma_{\rm crd} = P_{\rm crd}/A$$
 (33d)

式中,各参数按式(34)确定

$$k_1 = S_2(\pi/\lambda_{\rm cr})^2 \tag{34a}$$

$$k_2 = \alpha_{\rm e2} r_{\rm j} \tag{34b}$$

$$k_3 = S_1 (\pi/\lambda_{\rm cr})^2 \tag{34c}$$

$$k_4 = S_3 (\pi/\lambda_{\rm cr})^2 + GJ +$$

$$k_{\varphi 0} \left(\frac{h}{h + a\lambda_{\rm cr}}\right) (\pi/\lambda_{\rm cr})^2 \qquad (34d)$$

$$k_{5a} = c_p (\pi/\lambda_{\rm cr})^2 \left(\frac{h}{h + a\lambda_{\rm cr}}\right) (\pi/\lambda_{\rm cr})^2 - \alpha_{e3} r_{\rm j}^2 \qquad (34e)$$

$$\gamma_{\rm m} = m_{\rm u}/r_{\rm j} \qquad (34f)$$

### 2 冷弯卷边槽钢角度优化模型

#### 2.1 优化的目标文件及函数

将 Yao-Teng 编成计算槽钢偏心受压畸变屈曲临界应力目标函数文件。以槽钢的偏心受压畸变屈曲临界应力作为目标函数  $P = -\min \sigma_{cri}$ 。

#### 2.2 变量及变量的约束条件

以卷边角度  $\theta$  和偏心距 e 为变量,卷边角度取值范围为  $30^{\circ}$  到  $160^{\circ}$ 。则约束条件为  $30^{\circ}$   $< \theta < 160^{\circ}$ ,偏心距 e 则针对不同截面分别取 10 < 20 < 30 < 40 mm。

# 3 卷边槽钢畸变屈曲临界应力计算及 优化结果分析

#### 3.1 斜卷边槽钢屈曲应力计算结果

为了确定构件最后主导的屈曲模式,观察卷边角度变化分别对畸变屈曲、局部与整体相关屈曲的影响,本节选取部分试样尺寸进行计算。按角度  $\theta$  由 30°到 160°,每间隔 5°~10°计算其畸变、局部与整体相关屈曲承载力,计算结果如图 4~5 所示。

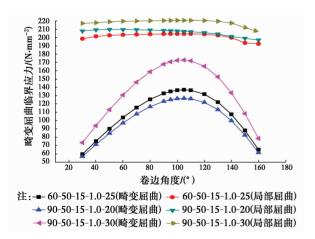
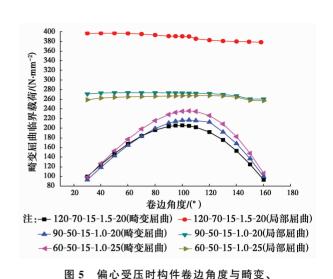


图 4 偏心受压时构件卷边角度与畸变、 局部与整体相关屈曲承载力变化图(简支) Fig 4 Ultimate bearing capacity change with angel between flange and lip of members under

eccentric compression (simple support)



局部与整体相关屈曲承载力变化图(固支)
Fig 5 Ultimate bearing capacity change with
angel between flange and lip of members under
eccentric compression (clamped support)

由图 4、5 可观察出卷边角度变化对构件局部与整体相关屈曲临界应力影响不大,且局部与整体相关屈曲临界应力均大于畸变屈曲临界应力,构件失稳模式以畸变屈曲为主。故本文只计算斜卷边角度对槽钢畸变屈曲临界应力的影响,如图 6、7 所示。从图中可观察出构件在简支与固支情况下卷边角度位于[30°~160°]区间,偏心距 e 取 10、20、25、30、40 mm时。构件受压时的畸变屈曲临界应力峰值主要集中在 95°~105°。

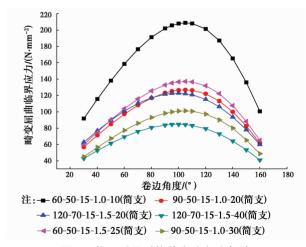


图 6 偏心受压时构件卷边角度与畸变屈曲应力变化曲线图(简支)

Fig 6 The distortional buckling ultimate bearing capacity change with angel between flange and lip of members under eccentric compression (simple support)

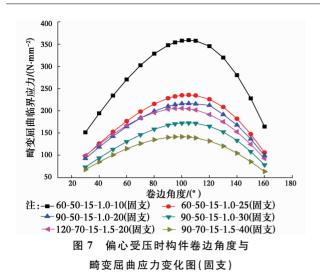


Fig 7 The distortional buckling ultimate bearing capacity change with angel between flange and lip of members under eccentric compression (clamped support)

#### 3.2 结果分析

由图 4~7 可见,随着卷边角度变化,槽钢局部与整体相关屈曲临界应力变化不大,而畸变屈曲临界应力出现了先增大后减小的变化过程。由此可见,卷边角度的改变可以显著改变构件的畸变屈曲临界应力。

通过对最优角度的寻找,及最优角度对应的畸变屈曲临界应力计算,观察表 1~2 可知,无论是两端简支还是两端固支,无论是不同偏心距还是不同尺寸试样,其最优角度的畸变屈曲临界应力与标准(卷边角度为 90°)构件的畸变屈曲临界应力相比较均有提升,畸变屈曲承载力峰值主要集中在 95°~105°。

表 1 斜卷边槽钢构件畸变屈曲临界应力(简支)
Table 1 The distortional buckling critical stress of inclined lipped channel steel members (simple support)

尺寸/mm	屈曲临界应力/	标准角度畸变 屈曲临界应力/ (N・mm <sup>-2</sup> )	准角度应力差
60-50-15-1. 5-10	208.95	201.93	702
60-50-15-1.5-25	136.98	132.62	436
90-50-15-1.0-20	126.73	123.04	369
90-50-15-1.0-30	101.06	98.09	389
90-50-15-1.5-10	265.35	257.59	776
90-50-15-1.5-20	198.94	192.85	606
120-50-15-1.0-10	138.57	133.98	459
120-50-15-1.0-20	106.48	103.47	301
150-70-15-1.0-20	115.95	114.46	149
150-70-15-1.0-40	81.01	80.11	90

表 2 斜卷边槽钢畸变屈曲临界应力(固支)
able 2 The distortional buckling critical stress of

Table 2 The distortional buckling critical stress of inclined lipped channel steel members (clamped support)

尺寸/mm	屈曲临界应力/	标准角度畸变 屈曲临界应力/ (N・mm <sup>-2</sup> )	准角度应力差
60-50-15-1.5-10	359.53	347.5	1 203
60-50-15-1.5-25	235.71	228. 23	748
90-50-15-1.0-20	216.63	210.36	627
90-50-15-1.0-30	172.8	167.74	506
90-50-15-1.5-10	444.41	431.37	1 304
90-50-15-1.5-20	332.89	323.14	975
120-50-15-1.0-10	233.06	227.00	606
120-50-15-1.0-20	180.61	175.53	508
150-70-15-1. 0-20	68.55	67.34	121
150-70-15-1.0-40	47.56	47.07	49

注:表 1,2 为有限条 CUFSM<sup>[15]</sup>计算结果,试件的编号规则为 h-b-d-t-e,h 为腹板高度,b 为翼缘宽度,d 为卷边长度,t 为板厚,e 代表偏心距。如 60-50-15-1.5-10 表示腹板高度为 60 mm、翼缘宽度为 50 mm、卷边长度为 15 mm、板厚为 1.5 mm,偏心距为 10 mm。

观察表  $1\sim2$  可知,无论简支还是固支情况下,不同构件在不同偏心距受压下畸变屈曲临界应力随卷边角度变化的趋势是一致的。其峰值主要集中在 $95^{\circ}\sim105^{\circ}$ ,较标准角度 $(90^{\circ})$ 均有不同程度的提高,最大可提升构件畸变屈曲临界应力的3.5%,提高值为1.203 N·cm。

## 4 结论

1)通过 CUFSM 计算斜卷边槽钢在不同偏心距 受压情况下畸变屈曲临界应力,计算结果显示,随着 卷边角度的变化,当卷边角度大于 90°时,构件畸变 屈曲临界应力都有着不同幅度的提升,而局部与整 体相关屈曲临界应力则没有明显的变化。

2)本文提出的将 Yao-Teng 推导的畸变屈曲临界应力计算公式(偏心受压)与遗传算法相结合的技术,可以快速准确地找到最优的卷边角度,可为工程人员设计提供参考。

3)据优化结果分析,构件处于两端简支或固支约束条件下,偏心距一定范围内,使受压构件的畸变屈曲临界应力最大的最优卷边角度范围均集中在95°~105°。此外,为了方便工程师设计,建议卷边角度可统一采用100°。

#### 参考文献:

- [1] ZEINODDINI V M, SCHAFER B W. Simulation of geometric imperfections in cold-formed steel members using spectral representation approach [J]. Thin-Walled Structures, 2012, 60: 105-117.
- [2] LAUS CW, HANCOCK GJ. Distortional buckling formulas for channel columns [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1987, 113(5): 1063-1078.
- [3] HANCOCK G J. Design for distortional buckling of flexural members [J]. Thin Walled Structures, 1997, 27(1): 3-12.
- [4] LILY, CHENJK. An analytical model for analyzing distortional buckling of cold-formed steel sections [J]. Thin-Walled Structures, 2008, 64: 1430-1436.
- [5] ZHOU X, LIU Z, HE Z. General distortional buckling formulae for both fixed-ended and pinned-ended C-section columns [J]. Thin-Walled Structures, 2015, 94:603-611.
- [6] SONG H P, CAO H P, HANCOCK G J. Direct strength method of design for shear including sections with longitudinal web stiffeners [J]. Thin-Walled Structures, 2014, 81(81):19-28. (in Chinese)
- [7] 杨娜,彭雄,杨庆山. 冷弯薄壁型钢 C 型构件滯回性能 [J]. 土木建筑与环境工程, 2012, 34(2):69-76. YANG N,PENG X, YANG Q S. Analysis of hysteretic performance of C-section specimens of cold formed steel [J]. Joutnal of Civil, Architectural & Evironmental Engineering, 2012, 34(2):69-76. (in Chinese)
- [8] TENG J G, YAO J, ZHAO Y. Distortional buckling of the channel beam-columns [J]. Thin-Walled Structures, 2003, 47(7): 595-617.
- [9] 黄栩浩, 孙国军, 吴梦景,等. 冷弯薄壁卷边槽钢卷边角度优化设计[J]. 工业建筑, 2015, 45(11):167-171. HUANG X H, SUN G J, WU M J, et al. Optimizing design for stiffened angle of cold-formed thin-walled channel with edge stiffened flanges [J]. Industrial Construction, 2015, 45(11):167-171. (in Chinese)
- [10] 孙国军,赵银海,黄栩浩,等. 卷边角度对 C 型冷弯构件抗畸变屈曲性能的影响[J]. 宁波大学学报(理工

版),2015(3):68-73.

- SUN G J, ZHAO Y H, HUANG X H, et al. Influence of angle of lip on performance against distortional buckling of C-section cold-formed members [J]. Journal of Ningbo University (Natural Science and Engineering Edition), 2015(3):68-73. (in Chinese)
- [11] 马永杰, 云文霞. 遗传算法研究进展[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(4):1201-1206.
  - MA Y J, YUN W X. Research progress of genetic algorithm [J]. Application Research of Computers, 2012, 29(4):1201-1206. (in Chinese)
- [12] 梁昊庆,董石麟,苗峰.索穹顶结构预应力多目标优化的小生境遗传算法[J].建筑结构学报,2016(2):92-99.
  - LIANG H Q, DONG S L, MIAO F. Multi-objective optimization analysis of cable dome structures prestress based on niche genetic algorithm [J]. Journal of Building Structures, 2016(2):92-99. (in Chinese)
- [13] 姚谏, 滕锦光. 冷弯薄壁卷边槽钢的畸变屈曲荷载简化 计算[J]. 浙江大学学报(工学版), 2008, 42(9): 1494-1501.
  - YAO J, TENG J G. Simple formulae for distortional buckling loads of cold-formed lipped channel sections [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2008, 42(9): 1494-1501. (in Chinese)
- [14] 王海明, 张耀春. 直卷边和斜卷边受弯构件畸变屈曲性能研究 [J]. 工业建筑, 2008, 38(6): 106-109. WANG H M, ZHANG Y C. Distortional buckling performance study on flexural memebers [J]. Industrial Construction, 2008, 6(38): 106-109. (in Chinese)
- [15] SCHAFER B W. CUFSM4. 05-Elastic buckling analysis of thin-walled members by the finite strip method and constained finite strip method for general end boundary conditions [EB/OL]. Department of Civil Engineering, http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/, 2012. Johns Hopkins University, 2012.

(编辑 胡玲)