

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2018.01.009



双层黏土地基方形桩靴贯入过程与 穿透机制

范庆来^{1,2}, 张炳磊², 贾小伟²

(1. 河海大学 土木与交通学院, 南京 210098; 2. 鲁东大学 岩土工程重点实验室, 山东 烟台 264025)

摘要:采用基于耦合欧拉-拉格朗日算法的三维大变形有限元方法对上硬下软黏土地基方形桩靴的贯入过程进行数值模拟,系统地探讨了上下土层强度之比、上层土厚度、土体重度及静止侧压力系数等指标对于桩靴贯入阻力曲线的影响,揭示了穿透现象发生时的土体变形机理。计算结果表明:上下土层强度之比与上层土厚度对于桩靴的贯入阻力曲线具有很大影响。静止侧压力系数的减小在一定程度上导致桩靴承载力系数的降低,而上下土层重度的差异导致桩靴的承载力系数不满足前人建议的方程。在上下土层重度差异不大以及上层土厚度确定的情况下,关于桩靴宽度、上层土重度与强度的无量纲化参数小于临界值时将会发生穿透现象。

关键词:方形桩靴;贯入阻力;穿透机理;黏土;大变形分析

中图分类号:TU476 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2018)01-0062-06

Analysis of penetration and punch-through failure of square spudcan in two-layered clays

Fan Qinglai^{1, 2}, Zhang Binglei², Jia Xiaowei²

(1. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, P. R. China;

2. Key Laboratory of Geotechnical Engineering, Ludong University, Yantai 264025, Shandong, P. R. China)

Abstract:Based on three-dimensional large deformation finite element method utilizing coupled Eulerian-Lagrangian algorithm, the penetration responses of square spudcan in strong over soft clays were numerically simulated. The effects on the penetration resistance curve were studied of the strength ratio of the bottom clay layer to the top clay layer, the relative thickness of the top layer, the unit weight of soil, and the coefficient of earth pressure at rest. The soil deformation mechanism of punch-through failure during penetration was investigated. The results show that the strength ratio of the bottom clay layer to the top clay layer and the relative thickness of the top layer significantly affects the penetration resistance of square spudcan footings. The peak bearing capacity factor of square spudcan decreases somewhat with the decrease of the coefficient of earth pressure at rest. The penetration resistance curve does not obey the available equation proposed by other authors due to the possible difference of unit weight of the top layer and the bottom layer. The square spudcan footings experience punch-through failure when the proposed

收稿日期:2017-03-10

基金项目:国家自然科学基金(50909048);山东省自然科学基金(ZR2015EM047);中国博士后科学基金(2015M581713)

作者简介:范庆来(1977-)男,教授,博士(后),主要从事海洋岩土工程研究,E-mail:ldufanqinglai@163.com。

Received:2017-03-10

Foundation item:National Natural Science Foundation of China(No. 50909048);Shandong Provincial Natural Science Foundation(No. ZR2015EM047);China Postdoctoral Science Foundation(No. 2015M581713)

Author brief:Fan Qinglai(1977-), professor, postdoctor, main research interest: offshore geotechnical engineering, E-mail: ldufanqinglai@163.com.

dimensional parameter in terms of footing width, the unit weight and undrained strength of upper soil is less than a critical value in the condition that the thickness of upper clay layer is defined and the difference of unit weight of the layers is not appreciable.

Keywords: square spudcan; penetration resistance; punch-through failure; clay; large deformation analyses

自升式海上钻井平台一般由上部平台、升降装置和桩腿等部分组成。这种平台具有经济性和机动性等优点,已普遍应用于近海油气资源的勘探开采。自升式钻井平台的桩腿底端通常都设有倒圆锥形、方形及其它形式的桩靴。而海洋地地质条件比较复杂,很多地区的海床是由一层较硬的黏土层覆盖在深厚软黏土上。在这种上硬下软地基条件下,桩靴很容易发生穿透破坏而导致上部平台倾覆。Gourvenec 等^[1]、Merifield 等^[2]分别采用常规的小变形有限元方法和极限分析方法,提出了上硬下软双层黏土地基承载力系数,但是,这些研究主要针对建造在土层表面的浅基础。张爱霞^[3]根据假设的破坏模式,基于 Meyerhof-Hanna 冲剪理论,建立了一种双层地基中方形桩靴承载力计算公式。Craig 等^[4]采用离心试验分析了桩靴在均匀黏土、砂土及上砂下黏双层地基中的连续贯入过程,同时,建议了承载力估计公式。Lee 等^[5]随后进行了比较系统的离心试验,并给出了不同于现行 SNAME 规范的贯入阻力设计曲线。在数值模拟方面,由于桩靴基础贯入导致土体产生大变形,传统的基于总体拉格朗日 (Total Lagrangian) 列式或修正拉格朗日 (Updated Lagrangian) 列式的小变形有限元方法会产生网格畸变而导致计算中断,无法跟踪基础连续贯入的整个过程。部分学者假设桩靴基础预埋于地基中不同深度,仍然基于小变形有限元方法进行研究,这虽然从一定程度上能够反映出基础贯入过程中承载力连续变化趋势,但是,无法准确预测穿透破坏时的入土深度。为了解决这个问题,Yu 等^[6]、Liu 等^[7]基于 RITSS (remeshing and interpolation technique with small strain) 大变形有限元方法,研究了方形桩靴贯入上硬下软双层黏土的过程,结果表明,在某些情况下,基础连续贯入过程中的承载力随着贯入深度变化,曲线同小变形计算得到的情况有较大差别,采用大变形有限元分析方法模拟基础的连续贯入过程更加符合实际。最近,Tho 等^[8]、Qiu 等^[9]、任宪刚等^[10]、郑静等^[11]利用耦合欧拉-拉格朗日 (Coupled Eulerian-Lagrangian, 简称 CEL) 有限元法对于自升式平台桩靴贯入过程进行了数值分析,在研究过程中采用拉格朗日单元模拟基础,用欧

拉网格代表土体所在区域,在土体发生大变形过程中,欧拉网格固定,因此,不产生单元扭曲畸变问题,模拟结果与相关试验比较吻合。

采用 CEL 大变形有限元方法对于上硬下软双层黏土地基中方形桩靴贯入过程进行了数值模拟,如图 1 所示,比较系统地探讨了上下土层强度之比 s_{ut}/s_{ub} 、上层土厚度与桩靴宽度之比 H/B 、上下土层重度 γ_a, γ_b 及静止侧压力系数 K_0 等指标对于桩靴贯入阻力曲线的影响。如图 1 所示,桩靴贯入过程中可能将基础底面以下一部分上层黏土压入下卧层,这部分上层黏土的厚度称之为土塞厚度 h_p , D 为贯入深度。

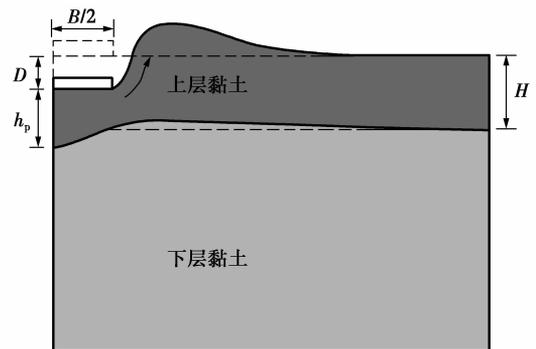


图 1 双层黏土地基中方形桩靴贯入示意图

Fig. 1 Schematic diagram of square spudcan penetration in double-layered clay

1 有限元模型

由于所研究问题的对称性,因此,选取桩靴与地基耦合系统的 1/4 建立三维 CEL 有限元模型。对于地基土体所在区域采用 8 节点缩减积分 Eulerian 单元进行离散,桩靴采用离散刚体 Lagrangian 单元模拟。基础宽度取 $B = 5 \text{ m}$,为了避免边界效应的影响,地基土所在区域宽度及厚度分别取为 $5B$ 和 $6B$ 。在有限元模型的底面边界约束竖向和水平向自由度,在侧面边界上约束水平向自由度,基础近场土体局部区域加密网格。Qiu 等^[9]通过计算和分析认为桩靴表面光滑或者粗糙对于得到的贯入阻力曲线影响不大,因此,本文假定基础表面光滑,基础与地基土体之间的界面通过基于罚函数方法的广义接触算法来模拟^[11],如式(1)所示。

$$F_p = k_p d_p \quad (1)$$

式中: F_p 为界面上对应点之间的接触力; k_p 为罚刚度, 其值与 Lagrangian 和 Eulerian 介质材料特性有关, d_p 为穿入深度。这种算法允许 Eulerian 介质穿入 Lagrangian 区域少量深度, 因此, 不如动态接触方法严格, 但是, 可以保证在困难情况下算法的收敛。值得注意的是, 这种广义接触算法在 Lagrangian 和 Eulerian 单元之间不施加接触约束, Lagrangian 单元可以在不赋予介质的 Eulerian 网格内自由运动。

对于不排水条件下的黏土地基, 采用基于 Tresca 屈服准则的理想弹塑性本构模型, 泊松比取为 $\nu=0.49$, 变形模量 $E=500s_u$, s_u 为黏土不排水抗剪强度。没有特别声明情况下, 在本文分析中, 上层土强度 $s_{ut}=100$ kPa 保持不变, 通过改变下层土强度 s_{ub} 来实现不同的土层强度比 s_{ub}/s_{ut} 。

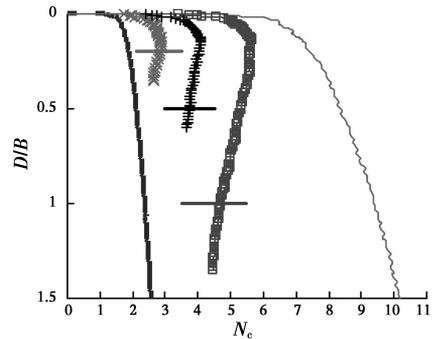
桩靴的贯入通过在刚体单元上施加速率边界条件来实现, 将桩靴基础匀速压入土层中, 进而得到基础反力与贯入深度之间的关系。在工程中, 桩靴的贯入速率一般在 2 m/h 的量级^[8], 且基本上是一个拟静力力学行为。而在 ABAQUS 中, CEL 有限元采用了基于中心差分准则的显式动力学解法, 其稳定时间步长主要取决于模型中单元尺寸大小与土的弹性性质^[12]。所以, 若在有限元分析中采用与工程实际相同的贯入速率, 将导致计算时间过长而不可接受。同时, 贯入速率若取得过高的话, 数值模拟结果将因为引入的显著的惯性力而严重失真。为了不引起显著的伪惯性效应, 同时缩短计算时间, 经过试算将贯入速率取 $c=0.25$ m/s, 这介于 Tho 等^[8]、Qiu 等^[8] 建议的取值范围之间。

2 上层土厚度的影响

为了探讨上层硬土层厚度对于桩靴贯入阻力的影响, 暂时假定土层重度 $\gamma_t = \gamma_b = 0$, 在下层土与上层土不排水强度之比 $s_{ub}/s_{ut}=0.25$ 的情况下, 分别取上层土厚度与基础宽度之比为 $H/B=0, 0.2, 0.5, 1$ 和 ∞ , 计算得到的贯入阻力曲线如图 2 所示, 其中承载力系数 $N_c = F/A_{s_{ut}}$, F 为基础反力, A 为方形桩靴基底面积。其中, $H/B=0$ 为不排水强度为 s_{ub} 的均质土, $H/B=\infty$ 实际上代表了不排水强度为 s_{ut} 的均质土。

通过图 2 可以看到, 在 $H/B=0$ 和 ∞ , 即均质土情况下, 贯入阻力随着贯入深度的增加而增加, 最终趋于深基础的承载力极限值, 不会发生穿透现象。而在 $H/B=0.2, 0.5$ 和 1, 即上硬下软层状土情况

下, 承载力系数随着深度增加达到了峰值, 而后开始出现下降, 表现出一种脆性响应, 这表明方形桩靴在实际贯入时的预压荷载一旦超过曲线上的峰值, 就将产生较大沉降, 这种穿透现象可能造成上部结构的倾覆破坏。



注: --- $H/B=0$ × $H/B=0.2$ + $H/B=0.5$ □ $H/B=1$ — $H/B=\infty$

图 2 上层土厚度对于贯入阻力的影响

Fig. 2 Effect of upper clay thickness on penetration resistance

根据 Wang 等^[13] 的研究, 在贯入深度足够大时, 光滑矩形深基础承载力系数将趋近于一个极限值 N_{cult} 。该值可采用 Meyerhof^[14] 建议的解析近似表达。

$$N_{cult} = \left(1 + 0.15 \times \frac{B}{L}\right) (2\pi + 2) \quad (2)$$

式中: B, L 分别为基础的宽度与长度, 对于方形基础, $N_{cult}=9.53$ 。对于 $H/B=\infty$ 情况, 有限元计算得到的极限值 $N_{cult}=10.6$, 比 Meyerhof 的解析解高 10% 左右, 这也说明了大变形有限元模型的可靠性。

本文着重考察穿透现象, 同时, 为了节省计算费用, 没有对桩靴进入下层土层之后的贯入特性进行详细分析。但是, 通过图 2 中的 $H/B=0, 0.2, 0.5$ 和 1 情况仍然可以看到, 这几种情况下的贯入曲线在进入下层土深度较大时, 有趋向于极限值 2.65 的趋势, 这与 $N_c = \frac{F}{A_{s_{ut}}} = \frac{1}{4} \times \frac{F}{A_{s_{ub}}} = \frac{9.53}{4} = 2.4$ 解析解也是比较接近的。

3 土层之间强度比的影响

为了探讨土层之间强度比对于桩靴贯入阻力的影响, 在上层土厚度与基础宽度之比 $H/B=0.2, 0.5$ 和 1 情况下, 分别取 $s_{ub}/s_{ut}=0.1, 0.25, 0.5, 0.7$ 和 1, 计算得到的贯入阻力曲线如图 3 所示。

通过图 3 可知, 对于无重土, 在 $H/B=0.2, 0.5$ 和 1 3 种情况下, 当 $s_{ub}/s_{ut} < 0.5$ 时, 贯入阻力曲线的 N_c 值均在达到峰值后, 出现明显的下降, 即产

生了比较明显的穿透现象,而在 $s_{ub}/s_{ut} > 0.5$ 时,不会发生穿透问题。 $s_{ub}/s_{ut} = 0.5$ 时,在上层土厚度较大情况下,例如 $H/B = 0.5$ 和 1,发生了穿透现象,

但在上层厚度较小情况下,此时硬土层中尚未来得及产生峰值,桩靴已进入下层土,因此没有明显的穿透问题,如图 3(a)所示。

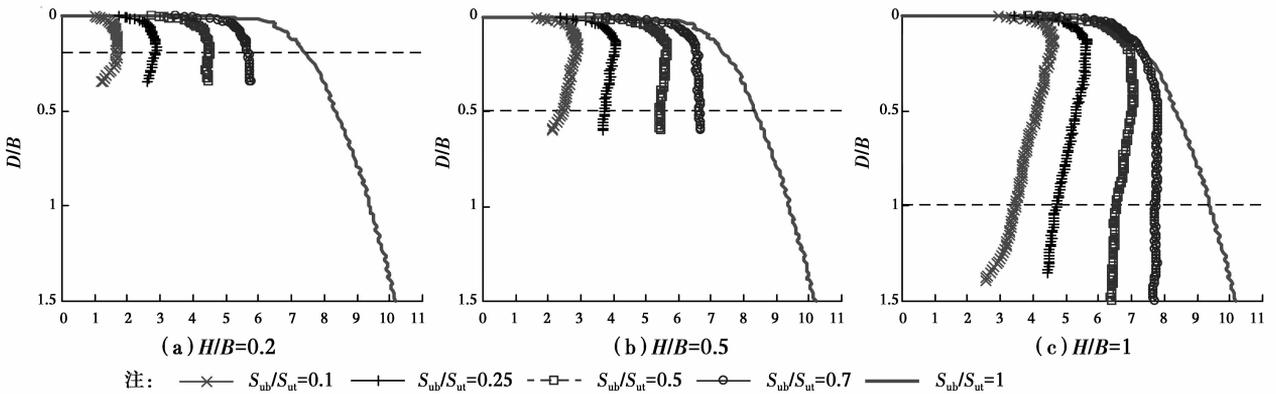


图 3 土层之间强度比对于贯入阻力的影响

Fig. 3 Effect of strength ratio of the bottom layer to the top layer on penetration resistance

根据 Wang 等^[13]的研究,基础进入上硬下软地基中,承载力主要受两方面因素的影响:基底下土体的抗剪强度与贯入过程中被压迫到基础周围的土体所提供的强度及超载作用。这两个因素共同作用,决定了贯入阻力曲线的趋势。对于无重土,不考虑基底以上土体的超载效应。图 4 给出了 $H/B = 1$ 、 $s_{ub}/s_{ut} = 0.1$ 时,不同贯入深度情况下土体变形模式,其中深色区域代表硬土,浅色区域代表软土。图 4(a)对应着贯入阻力曲线上的峰值,此时基底下土塞厚度 h_p 基本保持 $h_p/B = 1$,再加上推挤开的土体所提供的强度贡献,因此承载力达到了最大值,但随后基底下硬土层发生侧向塑性流动,其厚度逐渐变薄,在 $D/B = 0.5$ 时 $h_p/B = 0.9$,渐变为半个倒置的橄榄球形状,在 $D/B = 1.2$ 时 $h_p/B = 0.75$,所提供的承载力明显降低,尽管此时基础周围被迫挤出的土体所提供的强度贡献有所增加,但总体上导致承载力系数出现下降。

了研究土重的影响,在 $H/B = 1$ 、 $s_{ub}/s_{ut} = 0.25$ 条件下,分别取如下几种情况进行计算:1) $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_t B/s_{ut} = 0.5$; 2) $\gamma_t = \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_t B/s_{ut} = 1$; 3) $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_t B/s_{ut} = 1$; 4) $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_t B/s_{ut} = 2$; 5) $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$, $\gamma_t B/s_{ut} = 2.5$,计算过程中土体初始地应力静止侧压力系数取 $K_0 = 1$,所得到的计算结果如图 5 所示。图 5 中同时给出了 Yu 等^[6]建议的方形基础贯入阻力预测公式,如式(3)所示。

$$N_c = N_{c0} + \frac{\gamma_t D}{s_{ut}} \quad (3)$$

式中: D 为贯入深度; N_{c0} 为无重土承载力系数,可由式(4)计算。

$$N_{c0} = 9.39 \left(\frac{D}{B}\right)^{0.133} - \Delta \quad (4a)$$

$$\Delta = f_1 \left(\frac{D}{B}\right)^{0.5 + \frac{s_{ub}}{s_{ut}}} + f_2 \geq 0 \quad (4b)$$

式中: f_1 、 f_2 为 H/B 及 s_{ub}/s_{ut} 的函数,按照式(5)和(6)得到。

$$f_1 = 5.5 \left(1 - \frac{s_{ub}}{s_{ut}}\right)^{1.106 \frac{H}{B} - 0.125} \quad (5)$$

$$f_2 = \left(5 - 3.3 \frac{H}{B}\right) \left(1 - \frac{s_{ub}}{s_{ut}}\right)^{1.14 + 2 \left(\frac{H}{B}\right)^2} \quad (6)$$

通过比较可知,在上下层土重相同情况下,当 $\gamma_t B/s_{ut} \leq 1$ 时,计算结果与已有解析解在深度 $D/B < 0.8$ 情况下比较吻合,而当 $\gamma_t B/s_{ut} > 1$ 时,解析解则低估了方形桩靴承载力。另外,从图 5 中可以看到,土重对于穿透现象的发生具有明显的抑制作用,这主要是因为被压迫到基础周围的土体的超

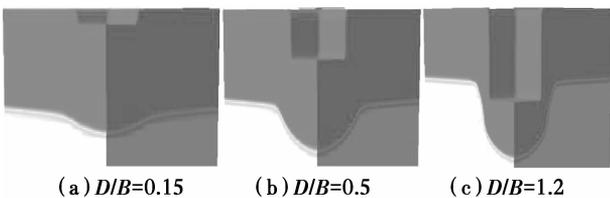


图 4 地基中不同贯入深度时土体变形模式

Fig. 4 Soil deformation mode at different penetration depths

4 土重的影响

随着方形桩靴的贯入,基底以上土体重力所产生的超载效应对于桩靴的承载力有着较大影响。为

载作用对于承载力起到了补偿作用。当无量纲系数 $\gamma_t B/s_{ut} > 1$ 时,贯入阻力曲线没有出现所谓的脆性特征。

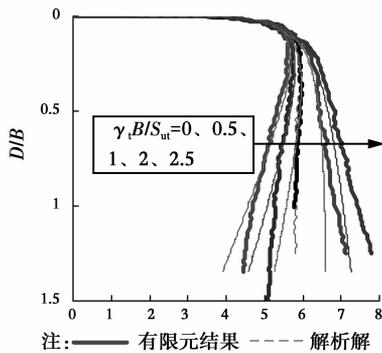
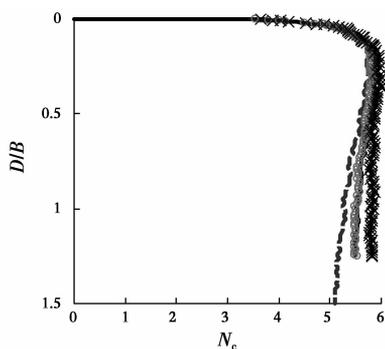


图5 土体重度对于贯入阻力的影响 ($\gamma_t = \gamma_b$)

Fig. 5 Effect of soil weight on the penetration resistance ($\gamma_t = \gamma_b$)

在有限元计算中,工况(2)与工况(3)所得贯入阻力曲线几乎完全一致,这也说明了在上下层土重相同情况下,将无量纲系数 $\gamma_t B/s_{ut}$ 作为穿透现象判别依据的合理性。

对于上下层土体重度不同 $\gamma_t \neq \gamma_b$ 的情况,在 $H/B=1, s_{ut}=100 \text{ kPa}$ 与 $s_{ub}/s_{ut}=0.25$ 条件下,主要考察了两种情况:1) $\gamma_t=10 \text{ kN/m}^3, \gamma_b=20 \text{ kN/m}^3$; 2) $\gamma_t=20 \text{ kN/m}^3, \gamma_b=10 \text{ kN/m}^3$; 计算结果如图6所示。为了比较起见,将 $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3, \gamma_t = \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$ 两种情况的曲线也列在图6中。通过比较可以看到,在贯入深度范围内, $\gamma_t \neq \gamma_b$ 两种情况下的曲线几乎重合,并且介于 $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$ 和 $\gamma_t = \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$ 两种情况之间。通过局部放大可见, $\gamma_t = 20 \text{ kN/m}^3, \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$ 情况的承载力略大于 $\gamma_t = 10 \text{ kN/m}^3, \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$ 情况,也产生了比较明显的穿透特征,因此式(3)以及无量纲系



注: --- $\gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$ ○ $\gamma_t = 10 \text{ kN/m}^3, \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$
— $\gamma_t = 20 \text{ kN/m}^3, \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$ × $\gamma_t = \gamma_b = 20 \text{ kN/m}^3$

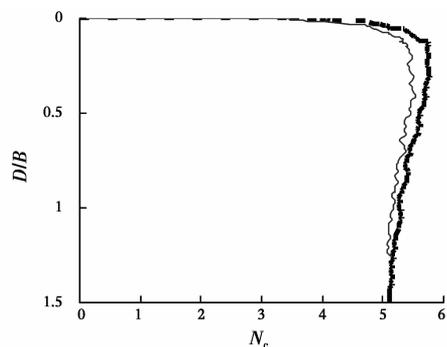
图6 土体重度对于贯入阻力的影响 ($\gamma_t \neq \gamma_b$)

Fig. 6 Effect of soil weight on the penetration resistance ($\gamma_t \neq \gamma_b$)

数 $\gamma_t B/s_{ut}$ 在上下层土重相差不大时可以作为穿透现象判别依据,但在上下层土重相差较大时不适用。

5 静止侧压力系数的影响

对于黏土地基承载力进行小变形有限元计算时,通常认为土体初始应力场静止侧压力系数 K_0 对计算结果没有影响^[15-16]。为了探讨静止侧压力系数对于方形桩靴贯入阻力的影响,在 $H/B=1, s_{ub}/s_{ut}=0.25, \gamma_t = \gamma_b = 10 \text{ kN/m}^3$ 及 $\gamma_t B/s_{ut}=0.5$ 条件下,分别取 $K_0=0.5$ 和 1.0 两种情况进行计算,结果如图7所示。通过图7可以看到,两种情况下的曲线在 $D/B > 0.8$ 后逐渐趋于重合,但是 $K_0=0.5$ 时的穿透荷载比 $K_0=1$ 情况略低6%,从而导致其贯入阻力曲线的脆性特征有所减弱。根据前述穿透现象发生时的土体变形机理解释,桩靴贯入阻力主要来自于基底下土体的抗剪强度与贯入过程中被压迫到基础周围的土体所提供的强度及超载作用。侧压力系数 K_0 的减小降低了受压迫向基础周围挤出的土体的侧向约束作用,因此,导致承载力系数有所下降。



注: - - - $K_0=1$ — $K_0=0.5$

图7 静止侧压力系数对于贯入阻力的影响

Fig. 7 Effect of the coefficient of earth pressure at rest on the penetration resistance

6 结论

1) 上下土层强度比与上层土厚度对于桩靴的贯入阻力曲线具有很大影响。

2) 静止侧压力系数的减小在一定程度上导致桩靴承载力系数的降低,其贯入阻力曲线的脆性特征有所减弱。

3) 上下土层重度的差异导致桩靴的贯入阻力曲线不满足前人建议的方程。无量纲系数 $\gamma_t B/s_{ut}$ 在上下层土重度相差不大时,可作为穿透现象判别依据。

参考文献:

- [1] GOURVENEC S, RANDOLPH M F, KINGSNORTH O. Undrained bearing capacity of square and rectangular footings [J]. *International Journal of Geomechanics*, 2006, 6(3): 147-157.
- [2] MERIFIELD R S, NGUYEN V Q. Two- and three-dimensional bearing-capacity solutions for footings on two-layered clays [J]. *Journal of Geomechanics and Geoengineering*, 2006, 1(2): 151-162.
- [3] 张爱霞. 方形桩靴自升式平台地基极限承载力及结构抗穿刺研究[D]. 辽宁 大连: 大连理工大学, 2013.
ZHANG A X. On ultimate bearing capacity of jack-up with square spudcan and application to structure investigation against punch-through [D]. Dalian, Liaoning: Dalian University of Technology, 2013. (in Chinese)
- [4] CRAIG W H, CHUA K. Deep penetration of spud-can foundations on sand and clay [J]. *Geotechnique*, 1990, 40(4): 541-556.
- [5] LEE K K, CASSIDY M J, RANDOLPH M F. Bearing capacity on sand overlying clay soils: experimental and finite-element investigation of potential punch-through failure [J]. *Geotechnique*, 2013, 63(15): 1271-1284.
- [6] YU L, LIU J, KONG X J, et al. Three-dimensional large deformation FE analysis of square footings in two-layered clays [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2011, 137(1): 52-58.
- [7] LIU J, HU Y X, KONG X J. Deep penetration of spudcan foundation into double layered soils [J]. *China Ocean Engineering*, 2005, 19(2): 309-324.
- [8] THO K K, LEUNG C F, CHOW Y K, et al. Eulerian finite element technique for analysis of jack-up spudcan penetration [J]. *International Journal of Geomechanics*, ASCE, 2012, 11(1): 64-73.
- [9] QIU G, HENKE S. Controlled installation of spudcan foundations on loose sand overlying weak clay [J]. *Marine Structures*, 2011, 24(4): 528-550.
- [10] 任宪刚, 白勇. 精确模拟土壤反力对桩靴性能影响的研究[J]. *船舶力学*, 2012, 16(2): 146-155.
REN X G, BAI Y. Study on soil reaction on performance of spudcan based on fine simulation soil reaction [J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2012, 16(2): 146-155. (in Chinese)
- [11] 郑静, 范庆来, 王忠涛. 纺锤形桩靴基础贯入过程 Eulerian-Lagrangian 耦合有限元法的模拟[J]. *工业建筑*, 2013, 43(12): 104-108.
ZHENG J, FAN Q L, WANG Z T. Penetration process simulation of spudcan foundations by CEL[J]. *Industrial Construction*, 2013, 43(12): 104-108. (in Chinese)
- [12] DASSAULT SYSTEMES. ABAQUS 6. 14 analysis user' s manual [M]. Waltham, USA: Dassault Systemes, Inc., 2014.
- [13] WANG C X, CARTER J P. Deep penetration of strip and circular footings into layered clays [J]. *International Journal of Geomechanics*, ASCE, 2002, 2(2): 205-232.
- [14] MEYERHOF G G. The ultimate bearing capacity of foundations[J]. *Geotechnique*, 1951, 2(4): 301-332.
- [15] ZHENG J, HOSSAIN M S, WANG D. Numerical modelling of spudcan deep penetration in three-layer clays [J]. *International Journal of Geomechanics*, ASCE, 2015, 15(6): 302-313.
- [16] LEE K K, RANDOLPH M F, CASSIDY M J. Bearing capacity on sand overlying clay soils: a simplified conceptual model[J]. *Geotechnique*, 2013, 63(15): 1285-1297.

(编辑 胡玲)