doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2018.04.021



基于瑞利波法对混凝土表面裂缝检测 的数值研究

杜文卫1,江刚2,朱彬占3,4,周小平3,4,原志杰3,4,李金鑫3,4

(1. 贵州省铜仁公路管理局,贵州 铜仁 554300;2. 贵州大学 土木工程学院,贵阳 550003;

3. 重庆大学 土木工程学院;山地城镇建设与新技术教育部重点实验室,重庆 400045;

4. 国家山区公路工程技术研究中心,重庆 400060)

摘 要:基于瑞利波及衍射纵波的传播时间差法,利用有限元法分析了瑞利波在含不同长度及角度 裂纹的混凝土介质中的传播规律,提出了混凝土介质中表面裂缝长度和角度的计算公式,并验证了 数值模拟结果的准确性。研究结果表明:在传播过程中,瑞利波一部分沿着介质表面(含裂纹表面) 传播,另一部分在裂缝尖端发生模式转换,形成衍射横波和衍射纵波,弹性波传播到介质边界时被 粘弹性人工边界全部吸收,消除了反射波的影响;表面裂缝长度和角度的计算结果误差基本在5% 以下,只有个别数据误差较大,在一定范围内,随着裂缝长度和角度值的增大,计算结果的准确度 越高。

关键词:瑞利波;有限元;传播规律;表面裂缝;传播时间差

中图分类号:TU443 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2018)04-0151-08

Numerical simulation on detection of concrete surface crack based on Rayleigh wave method

Du Wenwei¹, Jiang Gang², Zhu Binzhan^{3,4}, Zhou Xiaoping^{3,4}, Yuan Zhijie^{3,4}, Li Jinxin^{3,4}

 (1. Tongren Highway Administration Bureau of Guizhou Province, Tongren 554300, Guizhou, P. R. China;
 2. College of Civil Engineering, Guizhou University, Guiyang 550003, P. R. China;
 3. School of Civil Engineering; Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China;
 4. National Engineering and Research Center for Mountainous Highways, Chongqing 400060, P. R. China)

Abstract: The formulas for the length and angle of surface crack are obtained based on the difference of propagation time of Rayleigh wave and the diffracted Longitudinal wave. Propagation rule of Rayleigh wave

收稿日期:2017-08-13

- **基金项目:**国家重点基础研究发展计划(973计划)(2014CB046903);公路隧道裂缝衬砌的灾演机理及分级安全评价准则 (0218002402021);国家自然科学基金(51325903);重庆市自然科学基金(院士专项)(cstc2015jcyjys30001、 cstc2015jcyjys30006,cstc2016jcyjys0005)
- **作者简介:**杜文卫(1971-),男,高级工程师,主要从事公路工程建设养护管理研究,E-mail:540523115@qq.com。 周小平(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:zhouxiaopinga@sina.com。

Received: 2017-08-13

- Foundation item: National Program on Key Basic Research Project (973 Program) (No. 2014CB046903); Evolution of Disaster and Safety Criterion for Highway Tunnel Lining Containing Cracks (No. 0218002402021); National Natural Science Foundation of China (No. 51325903); National Natural Science Foundation of Chongqing (No. cstc2013jcyjys30002, cstc2015jcyjys30006, cstc2015jcyjys30001)
- Author brief: Du Wenwei (1971-), senior engineer, main research interests: maintenance and management of highway engineering construction, E-mail:924687720@qq.com.

Zhou Xiaoping(corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail;zhouxiaopinga@sina.com.

is analyzed in accordance with different depths and angels of surface cracks using the finite element method. The simulation results were validated calculations and the simulation accuracy is proved. Results indicatevia: 1) During propagation of Rayleigh wave, a proportion propagates along the medium surface (including the crack surface); The remaining is subjected to mode conversion phenomenon, and becomes the diffracted transverse and longitudinal wave. All of the elastic waves are absorbed by the viscoelastic artificial boundary when they come to the border of the medium, which eliminates the influence of the reflected wave. 2) Calculation errors of the length and angle of surface crack are substantially below 5%. Within certain ranges, the calculation accuracy is higher as the values of lengths and the angles of the surface crack increase.

Keywords: Rayleigh wave; finite element; propagation rule law; surface crack; the difference of propagation time

瑞利波是一种沿半无限弹性介质自由表面传播 的偏振波,具有波长长、振幅大等特征,被广泛应用 于地质工程勘探、材料无损检测等领域^[1-4]。瑞利波 在层状介质中的应用,已经有比较成熟的理论和算 法^[5-8]。而在非层状介质中,瑞利波正演分析解析法 只能针对个别特殊情况,对于更复杂的一般情况(比 如混凝土结构中的裂缝、空洞等缺陷),瑞利波频散 方程无法建立和求解,因此,只能选取数值模拟分析 方法。最常用的数值模拟方法为有限单元法及有限 差分法。郭君^[9]、李春花^[10]和叶唐进^[11]等在二维平 面内对瞬态瑞利波法探测介质内部空洞的相关参数 进行了详细的分析。欧阳凯^[12]基于幅值衰减、传播 时间延时和频率阻隔规律,运用 ANSYS 有限元软 件对表面垂直缺陷进行了分析,提出了利用瑞利波 检测材料表面缺陷深度的方法。

本文基于上述研究,结合瑞利波的勘探原 理^[13-16],提出了材料表面裂缝长度和角度的计算公 式,并应用有限元软件 ABAQUS 进行模拟分析,将 模拟结果与公式计算结果对比,验证了公式的准 确性。

1 计算方法理论(传播时间差法)

如图 1 所示,在裂缝左侧边缘处施加一个激励 源,要求激励源的中心频率对应的波长远小于裂缝 的长度。因此,在实际应用中选用高频激励源,以确 保瑞利波沿着裂缝的两个侧面进行传播,并到达裂 缝右侧的上表面。如图 1(a)所示,在激励源的作用 下,混凝土介质中产生 3 种弹性波;纵波、横波以及 瑞利波。纵波直达速度最快但能量较弱,在实际应 用过程中很难测到,所以,在有限元模拟过程中不予 考虑。横波和瑞利波传播速度相近,在较短传播距 离之内很难将其分离出来。如图 1(b)所示,当瑞利 波传播到裂缝底端时,一部分瑞利波会在裂缝底端 经过模式转换形成衍射纵波和衍射横波,并以裂缝 底端为中心,在混凝土介质内部向四周呈球状式扩 散传播。其中,衍射纵波最先传播到裂缝右侧上表 面,之后衍射横波也传播到裂缝右侧上表面,而且这 两部分衍射波能量都比较大。衍射纵波最早到达裂 缝右侧上表面的特点,在波形图中可以很快地确定, 便于用来对裂缝的角度进行判断。

此外,另一部分瑞利波到达裂缝底端后,在裂缝 底端会出现绕射现象,沿着裂缝表面右侧继续向上传 播,最后到达裂缝右侧混凝土介质上表面,根据瑞利 波的传播时间与激励源滞后时间差可以计算裂缝 长度。



2 混凝土表面裂缝数值模拟分析

2.1 模型建立及参数设置

如图 2 所示,材料采用混凝土,弹性模量 E=30

GPa, 泊松比 μ=0.3, 密度 ρ=2 500 kg/m³。模型尺 寸大小选为长 L=300 mm, 宽 L/2=150 mm, 裂缝 宽度 1 mm。裂缝与水平方向的夹角为 θ , 裂缝长度 为 d, 接收点的位置位于裂缝右侧 60 mm 处, 激励源 作用在裂缝左侧边缘, 且中心频率设置为 f=200kHz。由式(2)、式(3)和式(4)可计算出瑞利波波长 $\lambda_{R} = 10$ mm。裂缝长度设置均远大于 10 mm, 满足 利用传播时间差法计算的要求。

$$V_{\rm P} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}} \quad (1)$$

$$V_{\rm s} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}} \tag{2}$$

$$V_{\rm R} = \frac{0.87 + 1.12\mu}{1+\mu} V_{\rm S} \tag{3}$$

$$\lambda_{\rm R} = \frac{V_{\rm R}}{f} \tag{4}$$

式中: $\lambda_{\rm R}$ 为瑞利波波长; λ 为拉梅系数; μ 为泊松比; G为剪切模量;E弹性模量; ρ 为密度; $V_{\rm P}$ 为纵波波速; $V_{\rm s}$ 为横波波速; $V_{\rm R}$ 为瑞利波波速。



图 2 有限元模型示意图

Fig. 2 The schematic diagram of finite element model

如图 3 所示,激励源选用雷克子波,其表达式为 $F(t) = A[1 - 2\pi^2 f^2 (t - t_0)^2] e^{-\pi^2 f^2 (t - t_0)^2}$ (5) 式中: t_0 为激励源滞后时间; A 为幅值。



图 3 激励源波形(中心频率为 200 kHz 的雷克子波) Fig. 3 The excitation source(the center frequency of Ricker wave is 200 kHz)

取 t_0 为 5×10⁻⁶ s,幅值 $A=1\times10^{-12}$ m,具体波 形如图 3 所示。采样时间间隔为

$$\Delta t \leqslant \frac{1}{20f} \tag{6}$$

式中: Δt 为采样时间间隔; f 为中心频率。

根据式(6)可得,选用采样时间间隔 2×10^{-7} s, 总共采样时间为 2×10^{-4} s。模型网格采用三角形 网格,其尺寸选择中心频率(f=200 kHz)对应的瑞 利波波长的 1/10,即 1 mm,共计 45 000 个单元。计 算边界采用粘弹性人工边界^[17]。

2.2 表面裂缝长度的计算

2.2.1 垂直裂缝长度的确定(即θ=90°) 选取激励源频率为200 kHz作用下的混凝土(裂缝长度为60 mm)波场快照,分析弹性波在含有表面裂缝的混凝土介质中的传播规律,并进行表面裂缝计算。

如图 4(a) 所示,当 $t=2\times10^{-5}$ s 时,在激励源作 用下,混凝土介质中产生弹性波,纵波和横波呈圆弧 式向混凝土内部扩散,瑞利波在混凝土介质表面呈 地滚式传播。纵波传播速度最快,而横波和瑞利波 传播速度相近。如图 4(b)所示,当 $t=4\times10^{-5}$ s 时, 沿裂缝表面传播的瑞利波已经到达裂缝底端,瑞利 波一部分在裂缝底端发生模式转换,转换成衍射体 波,其能量比较强。因为此刻瑞利波刚传播到裂缝 底端,产生衍射体波的时间较短,所以,很难将衍射 纵波和衍射横波分离出来;另一部分绕过裂缝底端 继续沿裂缝右侧表面向上传播,形成很明显的绕射 现象。如图 4(c)所示,当 $t=5\times10^{-5}$ s 时,瑞利波已 传过裂缝底部,此时,一部分瑞利波沿裂缝右侧向上 传播;另一部分则通过模式转换成衍射纵波和衍射 横波,两者可以清楚地分辨出来。衍射纵波的传波 速度(在同一种介质中,纵波的传播速度均相等)较 快,衍射横波的传播速度相对衍射纵波较慢。但衍 射横波的能量比衍射纵波大得多。另外,从图 4(c) 可以看出,纵波已经传递到模型底端,其能量被粘弹 性人工边界吸收。如图 4(d)所示,当 $t=6\times 10^{-5}$ s 时,由于衍射纵波传播速度快,首先到达混凝土表 面,目首先被接收到,而衍射横波依旧在混凝土介质 内部呈圆弧式扩散传播。同时,衍射纵波和衍射横 波的能量出现了不同程度的衰减,其中,衍射纵波的 能量衰减最大。如图 4(e)所示,当 $t=8\times10^{-5}$ s 时, 衍射横波也传播到混凝土介质表面,能够接收到衍 射横波,衍射纵波已经全部被粘弹性边界所吸收。 经过裂缝后的瑞利波也到达混凝土介质表面,也可 以在混凝土介质表面设置接收点接收该部分瑞利波 的波形。如图 4(f)所示,当 $t=1\times 10^{-4}$ s 时,裂缝右 侧的瑞利波沿着混凝土介质表面继续呈圆弧式向右 传播,衍射横波已经传播到模型底部边界,被粘弹性 边界吸收。另一方面,在裂缝左侧传播的瑞利波已 经完全被模型左侧粘弹性边界所吸收,并且横波也 同样被模型左侧以及模型底部的粘弹性边界完全 吸收。



如图 5 所示,根据接收到的计算波形,提取图 形中峰值点 A、B 对应的时间,即为瑞利波和纵波 到达接收点的时间。因为瑞利波经过裂缝两侧表 面传播到混凝土介质表面,相对于衍射横波及衍射 纵波,瑞利波传播时间最长,且自身的能量很强, 因此,在计算的波形图中很容易找到瑞利波到达接 收点处对应的特征点,即传播时间最长和幅值最大 点,如图 5 中所标注的 A 点。另外,衍射纵波传播 速度最快,因此,到达接收点的时间最快,且能量 最小,其达到时间点为图 5 中标注的 B 点所对应 的时间。



根据图 2 的几何关系,以及接收到的计算波形

图中的特征点 A、B 所对应的时间,即瑞利波、纵波 的到达时间,可以得到裂缝长度的计算公式

$$d = \frac{V_{\rm R}(t_{\rm R} - t_{\rm 0}) - a}{2} \tag{7}$$

式中:d 为裂缝长度;a 为偏移距; t_0 为激励源的滞后 时间; V_R 为瑞利波波速,由式(3)可得 $V_R = 1$ 993 m/s; t_R 为瑞利波到达接收点的时间。

为了正确获得裂缝的长度,首先应在计算获得的波形图中确定波形峰值特征点(A)的位置,通过 波形图可以读出其对应的时刻(t_R),此时刻与激励 源峰值对应时刻(t₀)之差即为瑞利波从激励源处到 达接收点处的时间差,这样,瑞利波的传播距离可以 很容易地求出。通过弹性波的传播规律以及结合图 4 可知,瑞利波沿着裂缝左右两侧表面传播,之后沿 着混凝土介质表面传播到接收点处。基于以上原 理,利用瑞利波的传播时间差,结合式(7)可以对裂 缝的长度做出精确的判断。

分别取无裂缝、裂缝长度为 0.03、0.004、0.06、 0.09、0.12 mm 这 6 种工况进行数值模拟,得到瑞利 波、衍射纵波到达接收点的时间。然后,根据式(7) 计算裂缝长度,并与设置裂缝长度相比较,进行误差 分析。结果如表 1 所示。

从表1的计算数据可知,通过 ABAQUS 模拟 计算的结果,误差在7.86%以下,均达到了比较高 的精确度,满足实际工程的要求。另外,在裂缝长度 一定范围内,随着裂缝长度的不断增大,计算得到的 裂缝长度越来越接近真实值,即相对误差越来越小, 说明该方法是比较准确的,能够很好地应用于混凝 土表面裂缝无损检测。

2.2.2 不同角度裂缝长度的计算 不同角度裂缝 的长度计算,均采用式(7)计算,不同角度裂缝长度 的计算结果,见表 2。

	Table 1	The calculate	ed data of c	rack length	
裂缝长 度/m	接收点距 裂缝的距 离 a/m	衍射纵波 幅值(B) 到达时刻 t _P /10 ⁻⁵ s	瑞利波幅 值(A)到 达时刻 t _R /10 ⁻⁵ s	由式(7)计 算的裂缝 长度/m	相对误 差/%
无裂缝	0.06		3.58		
0.03	0.06	3.72	6.72	0.0319	6.61
0.04	0.06	4.58	7.84	0.043 1	7.86
0.06	0.06	5.70	9.78	0.062 4	4.12
0.09	0.06	7.80	12.72	0.0918	1.97
0.12	0.06	9.96	15.74	0.121 9	1.56

表 1 表面裂缝长度计算数据 Table 1 The calculated data of crack length

表 2 裂缝长度计算数据 Table 2 The calculated data of crack length

裂缝 角度 θ/(°)	接收点距 裂缝的距 离 <i>a</i> /m	裂缝长 度 <i>d</i> /m	 衍射纵波 幅值(B) 到达时刻 t_P/10⁻⁵s 	瑞利波幅 值(A)到 达时刻 $t_{\rm R}/10^{-5}$ s	由式(7)计 算的裂缝 长度/m	相对误 差/%
无裂缝	0.06	0.09		3.58		
30	0.06	0.09	8.82	12.88	0.093 4	3.74
45	0.06	0.09	8.60	12.82	0.092 8	3.08
60	0.06	0.09	8.36	12.76	0.092 2	2.41
75	0.06	0.09	8.10	12.78	0.092 4	2.63
90	0.06	0.09	7.80	12.72	0.091 8	1.97
105	0.06	0.09	7.50	12.8	0.092 6	2.86
120	0.06	0.09	7.16	12.82	0.092 8	3.08
135	0.06	0.09	6.82	12.8	0.092 6	2.86
150	0.06	0.09	6.54	12.8	0.092 6	2.86

从表2的计算结果可知,计算的相对误差均小 于3.74%,达到比较高的精确度,满足工程要求。 这说明,有限元软件 ABAQUS 能够模拟含表面斜 裂缝的混凝土,且计算结果比较精确。

2.3 裂缝角度计算

2.3.1 裂缝角度计算公式 显然,竖向裂缝为 θ=
90°的特殊情况。根据表1可以求得裂缝的长度,结 合弹性波场快照(图 6)分析可得衍射纵波的传播时
间为

$$\Delta t_{\rm P} = t_{\rm P} - t_{\rm o} - \frac{d}{V_{\rm R}} \tag{8}$$

式中:t_P为衍射纵波幅值到达时刻。那么,衍射纵波 传播到接收点时所经过的距离 c(裂缝底端到接收点 的直线距离,m)可以表示为

$$c = V_{\rm P} \times \Delta t_{\rm P} = V_{\rm P} \times (t_{\rm P} - t_0 - \frac{d}{V_{\rm R}}) \qquad (9)$$

由式(1)可得 $V_{\rm P}$ =4 019 m/s,结合图 2,可根据 三角形余弦定理得出裂缝角度的求解公式为

$$\theta = (\pi - \arccos \frac{d^2 + a^2 - c^2}{2ad}) \times \frac{180}{\pi} \quad (10)$$



同样,分别可以得出混凝土表面裂缝长度为3、 5、30、60、90、120 mm 时接收点的波形图,提取特征 点 A、B的时间,结合式(7)~式(10),可以求出裂缝 与水平方向的夹角θ,具体计算数据如表3 所示。

表 3 裂缝角度 θ(不同裂缝长度)计算数据 Table 3 The calculated data of crack angleθ (different crack length)

裂缝长 度/m	实际值 <i>θ</i> /(°)	$\Delta t_{ m P}/ m s$	$t_{\rm R}/{ m s}$	c/m	计算值 θ/(°)	相对误 差/%
0.003	90	1.48	3.80	0.059 6	99.3	10.33
0.005	90	1.48	4.00	0.059 6	97.0	7.78
0.03	90	1.62	6.72	0.065 1	95.7	6.33
0.06	90	2.069	9.78	0.083 2	94.4	4.89
0.09	90	2.694	12.72	0.108 2	91.6	1.78
0.12	90	3.344	15.74	0.134 4	91.6	1.78

结合式(7)~式(10),可以求出裂缝与水平方向 的夹角 θ 。由表3中衍射纵波以及瑞利波到达接收 点的时间,结合式(7)、式(9)可分别计算得到裂缝长 度d、裂缝底端到接收点的直线距离c,m,进而可以 得到夹角 θ ,具体计算数据如表 3 所示。由表 3 的计 算结果可知,当裂缝长度为 0.03~0.12 m 时,利用 该方法的计算结果比较精确(相对误差在 6.33% 内,最小误差仅为 1.78%);当裂缝长度为 3、5 mm 时,虽然,裂缝角度相对误差为 10.33%、7.78%,但 计算角度值与实际角度值的误差也不大于 10°。因 此,式(7)~式(10)可以应用到表面裂缝角度的计 算,同时,计算精度达到比较高的标准。

2.3.2 表面裂缝角度 θ 的计算 如图 7 所示,为了 验证斜裂缝角度计算公式的准确性,对不同角度的 裂缝进行有限元数值模拟。采用控制变量法,设置 裂缝长度为 90 mm,选取混凝土表面无裂缝以及裂 缝角度 θ =30°、45°、60°、75°、90°、105°、120°、135°和 150°的 10 种情况进行分析,分别得到接收点的波形 图,提取特征点 A 和 B 的时间,然后,根据式(10)计 算裂缝角度,并与设置裂缝角度进行比较,作误差分 析。结果如表 4 所示。



表 4 裂缝角度计算数据 Table 4 The calculated data of crack angle

裂缝角度	裂缝长度	衍射纵波传	由式(10)计算的	相对误
$\theta/(^{\circ})$	d/m	播距离 c/m	裂缝角度 θ/(°)	差/%
30	0.09	0.146 1	36.31	21.04
45	0.09	0.138 5	51.43	14.28
60	0.09	0.130 0	64.22	7.03
75	0.09	0.119 2	79.24	5.65
90	0.09	0.108 2	91.90	2.14
105	0.09	0.094 7	106.79	1.71
120	0.09	0.080 6	120.86	0.72
135	0.09	0.067 3	133.42	1.17
150	0.09	0.056 1	144.33	3.78

结果表明:当裂缝角度为 75°~135°时,利用该 方法的计算结果比较精确,计算角度值与实际角度 值的差值不高于 5°;当裂缝角度为 30°~150°时,计 算结果也较为准确;虽然,裂缝角度为 30°和 45°时, 相对误差为 21.04%及 13.91%,但计算角度值与实 际角度值的误差也不大于 6.5°。

2.4 实验验证

为验证裂缝长度计算公式和裂缝角度计算公式 的正确性,分别将得到的裂缝长度部分数值结果与 曲华等^[18]的实验结果进行对比,将得到的裂缝角度 的部分数值结果与 Matsuda 等^[19]的实验结果进行 对比,对比结果分别见表 5、表 6。由表 5 可知,由数 值模拟得到的裂缝长度与曲华等^[18]实验的结果很 吻合(相对误差在 6.41%内);由表 6 可知,由数值 模拟得到的裂缝角度与 Matsuda 等^[19]的实验结果 也很吻合(相对误差在 12.11%内)。由此可见,提 出的裂缝长度计算公式和裂缝角度计算公式是正 确的。

表 5 不同方法裂缝长度对比结果 Table 5 Comparison of different methods of fracture length

裂缝长度 <i>d</i> /m	裂缝角度 <i>θ/</i> (°)	方法	d/m	误差/%
0.04	90	数值结果	0.043 1	7.86
		文献[18]实验结果	0.045	12.50
0.09	0.0	数值结果	0.0918	1.97
	30	文献[18]实验结果	0.086	-4.44

表 6 不同方法裂缝角度对比结果

Table 6 Comparison of different methods of fractureangle

裂缝角度 <i>θ</i> /(°)	裂缝长度 d/mm	方法	$\theta/(^{\circ})$	误差/%
0.0	3	数值结果	99.3	10.33
90		文献[19]实验结果	88.4	-1.78
90	5	数值结果	97.0	7.78
		文献[19]实验结果	91.5	1.67

3 结论

1)应用有限元软件 ABAQUS 对含有表面裂缝 的混凝土介质进行数值模拟,通过得到的弹性波波 场快照,分析了弹性波的传播规律。在激励源作用 下,产生横波、纵波和瑞利波,横波和纵波在介质中 传播,最后被粘弹性人工边界吸收,而瑞利波在传播 过程中,一部分瑞利波继续沿着裂缝表面传播;另一 部分则在裂缝底端发生模式转换,形成衍射横波和 衍射纵波。传播中,接收器能够接收到瑞利波和衍 射横波、衍射纵波,得到计算波形图。最终,所有的 弹性波被粘弹性人中边界吸收。

2)根据瑞利波在含有表面裂缝的混凝土中的传播规律,结合传播时间差法以及特征点法,提出了一种新的表面裂缝长度和裂缝角度的计算方法。对不同工况的裂缝进行计算分析,结果显示,其计算误差均在较低水平,满足实际工程要求,且在一定范围内,裂缝长度和角度随着其值的增大,得到的结果准确度越高。通过与实验结果相对比,验证了裂缝长度计算公式与角度计算公式的正确性。

参考文献:

- [1] 崔建文,乔森,樊耀新. 瞬态面波勘探技术在工程地质中的应用[J]. 岩土工程学报, 1996, 18 (3):35-40.
 CUI J W, QIAO S, FAN Y X. Application of transient rayleigh surface wave prospecting method to engineering geology [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 18(3): 35-40. (in Chinese)
- [2]陈云敏,吴世明,夏唐代. 用表面波谱分析方法检测道路结构的质量[J]. 浙江大学学报,1993,27(3): 309-314.
 CHEN Y M, WU S M, XIA T D. Inspecting the quality of highway structures of spectral analysis of surface of waves method [J]. Journal of Zhejiang University, 1993, 27(3): 309-314. (in Chinese)
- [3] ZHANG Y, XU Y X, XIA J H. Wave fields and spectra of Rayleigh waves in poroelastic media in the exploration seismic frequency band [J]. Advances in Water Resources, 2012, 49(8): 62-71.
- [4] DARINSKII A N, WEIHNACHT M, SCHMIDT H. Finite element analysis of the Rayleigh wave scattering in isotropic bi-material wedge structures [J]. Ultrasonics, 2017, 73: 67-76.
- [5] THOMSON W T. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium [J]. Journal of Applied Physics, 1950, 21(2): 89-93.

Chinese)

- [6] ROSEBAUM J H. A note on the computation of Rayleigh wave dispersion curves for layered elastic media [J]. Bulletion of the Seismological Society of America, 1964, 53(3): 1013-1019
- [7] ZHANG S X, WANG Y, ZHOU H W, et al. Dispersion splitting of Rayleigh waves in layered azimuthally anisotropic media [J]. Journal of Applied Geophysics, 2009, 67(2): 130-142.
- [8] 柴华友, 张电击, 卢海林, 等. 层状饱和介质中瑞利波 传播特性薄层分析方法[J]. 岩土工程学报, 2015, 37 (6): 1132-1141.

CHAI H Y, ZHANG D J, LU H L, et al. Behavior of Rayleigh waves in layered saturated porous media using thin-layer method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(6): 1132-1141. (in Chinese)

- [9]郭君.地下洞穴的瑞利面波波场特征有限元数值模拟研究[D].成都:西南交通大学,2008.
 GUO J. The underground cave's Rayleigh wave field characteristic finite element numerical simulation study [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2008. (in Chinese)
- [10] 李春花. 基于 ANSYS 的瞬态瑞雷面波法地下空洞勘测 参数分析[D]. 成都:西南交通大学, 2011.
 LI C H. Parameters analysis based on ANSYS in the underground caves survey by transient Rayleigh wave method [D]. Chengdu:Southwest Jiaotong University, 2011. (in Chinese)
- [11] 叶唐进. 瞬态瑞利面波法数值模拟中的参数研究[D]. 成都:西南交通大学, 2012.

YE T J. Study of the parameters in ANSYS numerical simulation of transient Rayleigh wave method [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012. (in Chinese)

[12] 欧阳凯. 基于瑞利波的材料表面缺陷深度检测数值研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2014.
 OUYANG K. Numerical analysis of material surface defect depth detection using Rayleigh wave [D].
 Harbin: Harbin Institute of Technology, 2014. (in

Chinese)

- [13] 杨成林. 瑞雷波勘探[M]. 北京:地质出版社, 2003.YANG C L. Rayleigh wave exploration [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2003. (in Chinese)
- [14] 杨成林. 瑞雷波勘探原理及其应用[J]. 物探与化探, 1989,13(6):465-468.
 YANG C L. The principle and application of Rayleigh wave exploration method [J]. Geophysical &. Geochemical Exploration, 1989, 13(6):465-468. (in
- [15] ZERWER A, POLAK M A, SANTAMARINA J C. Rayleigh wave propagation for the detection of near surface discontinuities: Finite element modeling [J]. Journal of Nondestructive Evaluation, 2003, 22(2):39-52.
- [16] 练小聪. 混凝土介质中瑞雷面波传播特性的研究[D].
 长沙:中南大学, 2014.
 LIAN X C. The study of the Rayleigh wave

propagation characteristics of the concrete medium [D]. Changsha: Central South University, 2014. (in Chinese)

- [17] 刘晶波,谷音,杜义欣.一致粘弹性人工边界及粘弹性 边界单元[J].岩土工程学报,2006,28(9):1070-1075.
 LIUJB,GUY,DUYX. Consistent viscous-spring artificial boundaries and viscous-spring boundary elements [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(9):1070-1075. (in Chinese)
- [18] 曲华,宁建国,李学慧.利用瑞利波频谱分析法无损检测混凝土结构[J]. 混凝土,2006(2):76-80.
 QU H, NING J G, LI X H. Nondestructive testing of concrete structures using the spectral analysis of Rayleigh wave [J]. Concrete, 2006(2):76-80. (in Chinese)
- [19] MATSUDA Y, NAKANO H, NAGAI S, et al. Surface breaking crack evaluation with photorefractive quantum wells and laser-generated Rayleigh waves [J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(17): 171902.

(编辑 王秀玲)