

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2018.06.002



稳态流下非饱和土地基承载力模型

陈茜¹,程大伟²

(1. 陕西理工大学 土木工程与建筑学院, 陕西 汉中 723001; 2. 长安大学
环境科学与工程学院; 旱区地下水文与生态效应教育部重点实验室, 西安 710064)

摘要:基于稳态流下吸应力剖面具有明显非线性特点,在仅考虑竖向稳定渗流条件下,通过补充普朗德尔假定,利用刚体平衡方法,推导普朗德尔滑动面范围内滑动土体稳态流下非饱和土地基的极限承载力计算模型,讨论地下水埋深和比流量变化对地基极限承载力的影响。结果表明:稳态流下非饱和土地基的极限承载力公式考虑了滑动土体内吸应力非线性分布特点对地基极限承载力的影响;当土体内吸应力随深度增加呈现出先增大后减小的特点时,地基极限承载力随地下水位埋深减小呈先减后增的变化趋势;当滑动土体内吸应力随比流量的增大呈现先增后减的趋势时,地基极限承载力呈现先减小再增大的变化趋势。

关键词:稳态流;非饱和土;地基承载力;地下水

中图分类号:TU431 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-4764(2018)06-0009-06

Bearing capacity model for foundations of unsaturated soil under steady flow condition

Chen Xi¹, Cheng Dawei²

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong 723001, Shaanxi, P. R. China; 2. School of Environmental Science and Engineering; Key Laboratory of Subsurface Hydrology and Ecological Effect in Arid Region of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, P. R. China)

Abstract: The suction stress profile is of obvious nonlinear characteristics under steady flow condition. This study supplemented the Prandtl assumption under the condition of considering the single vertical seepage and deduced the calculation model of bearing capacity for foundation of unsaturated soil under steady flow condition by means of rigid body balance method in the range of Prandtl sliding surface. It also discussed the influence of change of the groundwater and ratio flow on bearing capacity. The results show that the bearing capacity formula of unsaturated soil foundation under steady flow can take into account the influence of the nonlinear distribution of the soil suction stress; when suction stress increases firstly, and then decreases with the depth, the bearing capacity decreases first, and then increases as groundwater level is lowered.

Keywords: steady state flow; unsaturated soil; foundation bearing capacity; groundwater

收稿日期:2017-10-17

基金项目:国家自然科学基金(41602237);中央高校基本科研业务费(310829161011)

作者简介:陈茜(1984-),女,博士,主要从事非饱和土的力学特性研究,E-mail:616137105@qq.com。

Received:2017-10-17

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 41602237); Fundamental Research Funds for the Central Universities (No. 310829161011)

Author brief: Chen Xi (1984-), PhD, main research interest: mechanical characteristics of unsaturated soil, E-mail: 616137105@qq.com.

地基承载力问题是土力学的经典问题之一^[1-3], 可用极限平衡法和极限分析法进行分析。作为典型公式的普朗德尔无重介质地基极限承载力公式, 在建立地基极限承载力和滑动面的基本物理概念和分析途径上具有重要作用。

岩土工程中所遇土体多为非饱和土, 降雨或地下水水位抬升往往引起土体内含水量和吸应力的变化^[4-7], 从而对非饱和土地基承载力产生影响。近年来, 学者们通过试验研究和理论分析对非饱和土地基极限承载力开展了大量研究。张常光等^[8-9]在对现有非饱和土抗剪强度进行拓展的基础上研究了基质吸力均匀分布和线性分布下地基极限承载力和地基临界荷载。李艳等^[10]以三剪统一强度准则及非饱和土双应力状态变量抗剪强度公式为基础, 推导了非饱和土条形地基太沙基极限承载力的计算公式。马少坤等^[11]利用增量加载的有限元法, 对比分析不同饱和度和对刚性和柔性地基承载力的影响。孟长江等^[12]以 Fredlund 和包承钢非饱和土强度公式为基础, 分析了考虑常吸力条件下的非饱和土地基承载力。侯建军等^[13]通过平板载荷试验和静力触探, 分析浸水前后黄土地基承载力损失规律。已有研究往往忽视了非饱和土中吸应力剖面非线性特点对地基承载力的影响, 或者缺少关于吸应力剖面非线性特点对地基极限承载力影响的机理分析。

笔者拟在对普朗德尔基本假定进行补充的基础上, 推导稳态流下能够考虑吸应力剖面影响的地基极限承载力公式, 分析不同地下水埋深和比流量对地基极限承载力的影响。

1 基本假设与模型

普朗德尔对饱和土地基利用极限平衡理论求解地基极限承载力时, 采用 3 个假定进行简化计算: 地基为无重介质、基础底面是完全光滑面、基础埋深小于基础宽度的浅基础; 将基底平面当成地基表面; 滑动面只延伸到该假定地基表面。根据特征线法求解偏微分方程组, 获得了相应的地基极限承载力。当荷载达到极限荷载 p_u 时, 地基内出现连续滑动面, 滑动土体可分为 I 区朗肯主动区、II 区过渡区和 III 区朗肯被动区。滑动面的边界线由 I 区与水平面成 $\pm\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$ 滑动线, III 区与水平面成 $\pm\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)$ 滑动线和连接 I 区、III 区的对数螺旋线组成, 如图 1 所示。

文献[14]基于普朗德尔假定及普朗德尔所确定

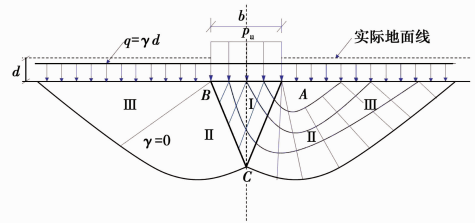


图 1 无重介质滑动面

Fig. 1 Slip surface of weightlessness medium

的滑动面形式, 利用刚体平衡方法获得了与普朗德尔地基极限承载力相同的解答。具体做法是, 将地基中滑动土体沿 I 区和 III 区中线切开, 如图 2 所示, 取土体 OCEGO 作为隔离体, 利用静力平衡, 即对极点 A 的合力矩为零进行求解。其中, OA 边为待求极限承载力 p_u , AG 边为侧荷载 q , OC 边为朗肯主动土压力 p_a , GE 边为朗肯被动土压力 p_p , 对于饱和土土压力沿深度方向均匀分布(图 2 中虚线所示), CE 边为粘聚力 c 及正压力与摩擦力的合力为 R 。稳态流下非饱和土主动土压力分布具有明显的非线性分布特点^[15], 如图 2 中实线所示。

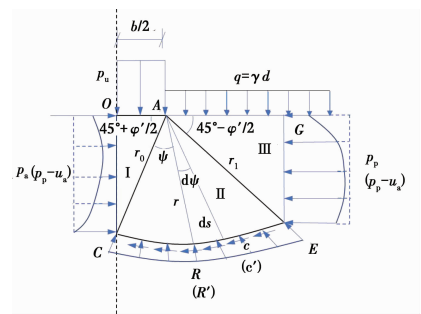


图 2 力矩平衡法求极限承载力

Fig. 2 Balance force method for ultimate bearing capacity of soil foundation

为了便于将普朗德尔地基极限承载力公式拓展到稳态流下非饱和土地基承载力计算情形, 作如下补充假定和修正假定:

1) 地基土滑动面符合普朗德尔所确定的滑动面形式, 可用刚体平衡方法求解。

2) 对于非饱和土地基, AC 边与水平面成 $\pm\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$, AE 边与水平面成 $\pm\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$, CE 边为对数螺旋线

$$r = r_0 e^{\psi \tan \varphi'} \quad (1)$$

式中: r 为对数螺旋线任意点到极点 A 的距离; r_0 为对数螺旋线初始半径; ψ 为射线 r 与 r_0 夹角; φ' 为有效内摩擦角。

3) 仅考虑竖向稳定渗流的影响, 则 OC 边为朗肯主动土压力 ($p_a - u_a$), GE 边为朗肯被动土压力

$(p_p - u_a)$ 分别为^[15]

$$(p_a - u_a) = p_u K_a - 2c' \sqrt{K_a} - \chi(u_a - u_w)(1 - K_a) \quad (2)$$

$$(p_p - u_a) = qK_p + 2c' \sqrt{K_p} + \chi(u_a - u_w)(K_p - 1) \quad (3)$$

式中: u_a 为孔隙气压力; K_a 为朗肯主动土压力系数, $K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2}\right)$; c' 为有效黏聚力; K_p 为朗肯被动土压力系数, $K_p = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2}\right)$; $\chi(u_a - u_w)$ 为吸应力。

稳态渗流条件下吸应力 $\chi(u_a - u_w)$ 的解析分布函数^[15]为

$$\chi(u_a - u_w) = -\frac{1}{\alpha} \frac{\ln\left[\left(1 + \frac{q}{k_s}\right)e^{-\alpha\gamma_w z} - \frac{q}{k_s}\right]}{\left(1 + \left(-\ln\left[\left(1 + \frac{q}{k_s}\right)e^{-\alpha\gamma_w z} - \frac{q}{k_s}\right]\right)^n\right)^{\frac{\alpha-1}{n}}} \quad (4)$$

式中: α 和 n 是 Van Genuchten 模型拟合参数; q 为比流量即降雨量或蒸发率; k_s 为饱和渗透系数; γ_w 为水的重度; z 为到地下水位处的距离。

4) 滑动面 CE 边为有效粘聚力 c' 及正压力与摩擦力的合力 R' , R' 指向 A 点。

由于隔离体处于静力平衡状态, 各边界面上的作用力对极点 A 取矩, 应满足

$$\sum M_A = 0 \quad (5)$$

其中, 几何关系为

OA 边长度

$$\overline{OA} = \frac{b}{2} \quad (6)$$

OC 边长度

$$\overline{OC} = \frac{b}{2} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \quad (7)$$

对数螺旋线初始半径

$$r_0 = \frac{b}{2\cos\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} \quad (8)$$

对数螺旋线终止半径

$$r_1 = r_0 e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'} = \frac{be^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'}}{2\cos\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} \quad (9)$$

GE 边长度

$$\overline{GE} = r_1 \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{be^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'} \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)}{2\cos\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} = \frac{b}{2} e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'} \quad (10)$$

AG 边长度

$$\overline{AG} = r_1 \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{be^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'} \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)}{2\cos\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} = \frac{b}{2} e^{\frac{\pi}{2} \tan \varphi'} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \quad (11)$$

弧面 CE 边上有效黏聚力对极点 A 产生的力矩 $M_{c'}$ 可由式(12)求得。

$$M_{c'} = \int rc' \cos \varphi' ds \quad (12)$$

式中: $ds = \frac{rd\varphi'}{\cos \varphi'}$, 代入式(12), 可得

$$M_{c'} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} c' r^2 d\varphi' = c' r_0^2 \frac{1}{2 \tan \varphi'} (e^{\pi \tan \varphi'} - 1) = c' \left[\frac{b}{2\cos\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} \right]^2 \frac{1}{2 \tan \varphi'} (e^{\pi \tan \varphi'} - 1) = \frac{1}{8} b^2 c' \cot \varphi' \frac{(e^{\pi \tan \varphi'} - 1)}{\cos^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} \quad (13)$$

AG 边上侧向荷载 q 对极点 A 产生的力矩 M_q 为

$$M_q = q \frac{\overline{AG}^2}{2} = \frac{1}{8} q b^2 e^{\pi \tan \varphi'} \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \quad (14)$$

式中: 侧向荷载 q 可近似取 $q = \bar{\gamma}d$, $\bar{\gamma}$ 为基础埋深范围内土层的平均重度。

OA 边上地基极限承载力 p_u 对极点 A 产生的力矩 M_{pu} 为

$$M_{pu} = p_u \frac{b^2}{8} \quad (15)$$

OC 边上朗肯主动土压力 $(p_a - u_a)$ 对极点 A 产生的力矩 M_{pa} 为

$$M_{pa} = \int_0^{\overline{OC}} (p_a - u_a) l dl \quad (16)$$

式中: l 为任意点处的力臂长度。为了便于求解稳态渗流条件下吸应力 $\chi(u_a - u_w)$ 的解析分布函数, 将式(16)转化为对深度 z 积分, 则有

$$M_{pa} = \int_{H-d}^{H-d-\frac{b}{2} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} - (p_a - u_a)(H - d - z) dz = \frac{b^2}{8} (p_u K_a - 2c' \sqrt{K_a}) \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + (1 - K_a) \int_{H-d}^{H-d-\frac{b}{2} \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)} \chi(u_a - u_w)(H - d - z) dz \quad (17)$$

式中: d 为基础埋深; H 为地下水位埋深。

同理可得, GE 边上朗肯被动土压力 $(p_p - u_a)$ 对极点 A 产生的力矩 M_{pp} 为

$$M_{pp} = \int_0^{\overline{GE}} (p_p - u_a) l dl =$$

$$\int_{H-d}^{H-d-\frac{b}{2}e^{\frac{\pi}{2}\tan\varphi'}} - (p_p - u_a)(H-d-z)dz = \frac{b^2}{8}(qK_p + 2c'\sqrt{K_p})e^{\pi\tan\varphi'} - (K_p - 1)\int_{H-d}^{H-d-\frac{b}{2}e^{\frac{\pi}{2}\tan\varphi'}} \chi(u_a - u_w)(H-d-z)dz \quad (18)$$

式中： \overline{GE} 为 GE 边长度。

将式(13)、(14)、(15)、(17)、(18)代入式(5)

可得

$$M_{pu} + M_{pa} = M_q + M_{pp} + M_c \quad (19)$$

整理并化简,则有

$$p_u = qe^{\pi\tan\varphi'}\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + c'\cot\varphi'\left(e^{\pi\tan\varphi'}\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) - 1\right) + \frac{4}{b^2}(K_p - 1)\int_{H-d}^{H-d-\frac{b}{2}e^{\frac{\pi}{2}\tan\varphi'}} \chi(u_a - u_w)(H-d-z)dz + \frac{4}{b^2}(1 - K_a)\int_{H-d-\frac{b}{2}\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)}^{H-d} \chi(u_a - u_w)(H-d-z)dz \quad (20)$$

对比稳态渗流条件下非饱和土地基极限承载力式(20)与饱和土普朗德尔地基极限承载力公式可以发现,由于饱和土吸应力 $\chi(u_a - u_w)$ 为 0,式(20)能退化到与饱和土普朗德尔地基极限承载力公式完全相同的形式,表明建议的稳态渗流条件下非饱和土地基极限承载力具有合理性。

2 计算与分析

稳态流下非饱和土的吸应力垂直分布规律主要受比流量 q 、地下水位埋深 H 、渗透系数 k_s 、Van Genuchten 模型拟合参数 α_v 和 n 等因素控制。算例中取基础宽度 b 为 2 m,基础埋深 d 为 1.5 m,土的干重度 γ_d 为 14.7 kN/m³,有效内摩擦角 φ' 为 20°,有效黏聚力 c' 为 10 kPa,残余含水量 θ_r 为 0.03,饱和含水量 θ_s 为 0.2,饱和渗透系数 k_s 为 5×10^{-8} m/s, Van Genuchten 模型拟合参数 α_v 为 0.04 kPa^{-1} 和 n 为 3,用于计算分析不同比流量 q 和地下水位埋深 H 对地基极限承载力的影响。

首先计算分析不同地下水位埋深 H 对地基极限承载力的影响。取比流量 q 为 -5×10^{-9} m/s,负号表示入渗,地下水位埋深分别为 3.6、4.6、5.6、7.6、8.6、9.6、10.0 m,则相应的地基极限承载力与地下水位埋深关系如图 3 所示。

图 3 所示的地基极限承载力与地下水位埋深关系

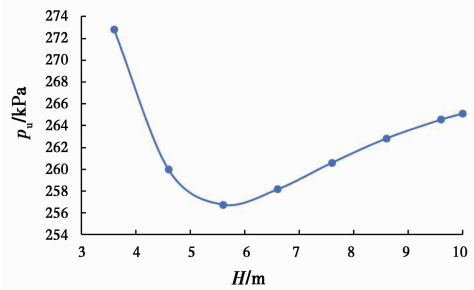


图 3 地基极限承载力与地下水位埋深关系

Fig. 3 Relationship between ultimate bearing capacity of soil foundation and groundwater depth

表明,稳态流下非饱和土地基极限承载力随地下水位埋深的减小呈先递减再增大的变化趋势。这主要是因为,在比流量 q 相同的稳态流情况下,地下水位的变化实质上使得滑动土体处于不同的吸应力剖面区段,而稳态流下吸应力剖面具有明显的非线性特征。当地下水位埋深为 10 m 时,对于无粘性土、粉土以及粉质黏土,吸应力随深度增加呈现出先增大至某个峰值然后减小的特点^[15],可依次分为吸应力增大区段、吸应力峰值附近区段和吸应力减小区段。算例中地下水位埋深为 10 m 时吸应力剖面如图 4 所示,图中 10 m 处为地表。地下水位埋深减小,会使得滑动土体依次处于吸应力增大区段、吸应力峰值附近区段和吸应力减小区段,从而导致地基极限承载力随地下水位埋深的减小呈先递减再增大的变化趋势。

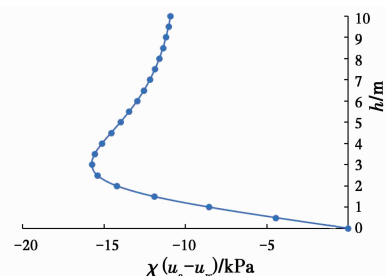


图 4 吸应力剖面

Fig. 4 suction stress profile

在计算分析不同比流量 q 对地基极限承载力的影响时,取地下水位埋深为 5.6 m,比流量 q 分别为 -5×10^{-12} 、 -5×10^{-11} 、 -5×10^{-10} 、 -1×10^{-9} 、 -5×10^{-9} 、 -1×10^{-8} 、 -2×10^{-8} m/s,则相应的地基极限承载力与比流量关系如图 5 所示。

图 5 所示的地基极限承载力与比流量关系表明,稳态流下非饱和土地基极限承载力随比流量的增大呈先减小再增大的变化趋势。这主要是由于比流量增大引起滑动土体所在范围的吸应力呈现出非线性变化规律造成的。在算例中,不同比流量 q 条

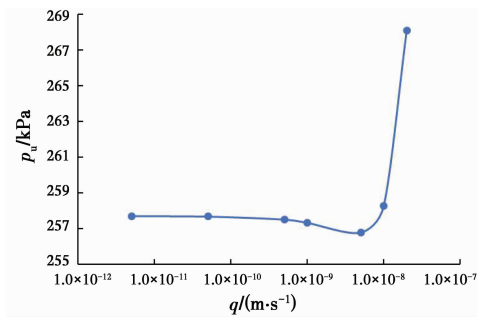


图 5 地基极限承载力与比流量关系曲线

Fig. 5 Relationship between ultimate bearing capacity of soil foundation and specific discharge

件下的吸应力剖面如图 6 所示,地表位于 5.6 m 处,滑动土体的 I 区在 2.7~4.1 m 区间,Ⅲ区在 2.3~4.1 m 区间。由图 6 可见,在这两个区间内吸应力均随比流量的增大呈现出先增大后减小的趋势,从而导致地基极限承载力随比流量的增大呈先减小再增大的变化趋势。

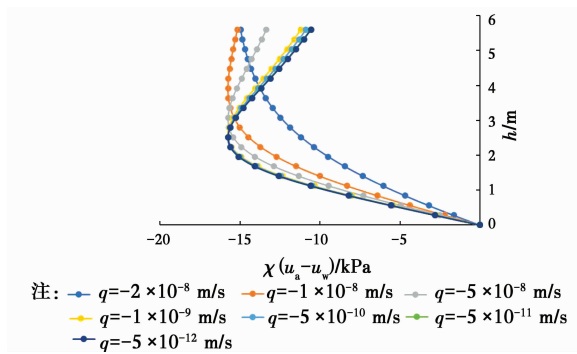


图 6 不同比流量下吸应力剖面

Fig. 6 Suction stress profile under different specific discharges

3 结论

基于普朗德尔确定的滑动面形式,通过对普朗德尔假定进行补充,利用刚体平衡方法推导了稳态流下非饱和土地基的极限承载力,并讨论了地下水埋深和比流量变化对地基极限承载力的影响。

1)在仅考虑竖向稳定渗流条件下,引入非饱和土朗肯土压力公式,利用静力平衡条件,推导非饱和土地基的极限承载力公式;与普朗德尔公式相比,该公式考虑了滑动土体内吸应力对地基极限承载力的影响。

2)稳态流下吸应力剖面的非线性特征是导致非饱和土地基极限承载力随地下水位埋深表现出非线性变化规律的重要因素;当土吸应力随深度增加呈现出先增大后减小的特点时,相应的地基极限承载力表现出随地下水位埋深的减小呈先递减再增大的变化趋势。

3)比流量增大引起滑动土体所在范围的吸应力非线性变化的特点导致非饱和土地基极限承载力随比流量变化亦表现出非线性变化趋势;当滑动土体内吸应力随比流量的增大呈现出先增大后减小的趋势时,地基极限承载力随比流量的增大呈先减小再增大的变化趋势。

参考文献:

- [1] 陈祖煜. 土力学经典问题的极限分析上、下限解[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(1): 1-11.
CHEN Z Y. Limit analysis for the classic problems of soil mechanics [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(1): 1-11. (in Chinese)
- [2] TANG Y, TAIEBAT H A, RUSSELL A R. Bearing capacity of shallow foundations in unsaturated soil considering hydraulic hysteresis and three drainage conditions [J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(6): 1-13.
- [3] GHORBANI J, NAZEM M, CARTER J P. Numerical modelling of multiphase flow in unsaturated deforming porous media [J]. Computers and Geotechnics, 2016, 71: 195-206.
- [4] 付建新, 谭玉叶, 宋卫东. 崩落法开采塌陷区上覆黄土层降雨入渗机理研究[J]. 中国矿业大学学报, 2015, 44(2): 349-352.
FU J X, TAN Y Y, SONG W D. Study on mechanism of rainfall infiltration through overlying loess formation on block caving collapse area [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2015, 44(2): 349-352. (in Chinese)
- [5] ZHANG Z Y, WANG W K, YE H T C J, et al. Finite analytic method based on mixed-form Richards' equation for simulating water flow in vadose zone [J]. Journal of Hydrology, 2016, 537: 146-156.
- [6] ZHANG Z Y, WANG W K, CHEN L, et al. Finite analytic method for solving the unsaturated flow equation [J]. Vadose Zone Journal, 2015, 14(1): 1-10.
- [7] PEDROSO D M, WILLIAMS D J. A novel approach for modelling soil-water characteristic curves with hysteresis [J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(3): 374-380.
- [8] 张常光, 范文, 赵均海. 非饱和土强度统一解及地基承载力的拓展研究[J]. 中国矿业大学学报, 2016, 45(5): 937-943.
ZHANG C G, FAN W, ZHAO J H. Developments of unified solution of strength and bearing capacity of foundation in unsaturated soils [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2016, 45(5): 937-943. (in Chinese)

- [9] 张常光, 范文, 赵均海, 等. 线性吸力下非饱和土地基临界荷载统一解[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(12): 4190-4197.
ZHANG C G, FAN W, ZHAO J H, et al. Unified solution of critical load for foundation in unsaturated soils under linear suction [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(12): 4190-4197. (in Chinese)
- [10] 李艳, 赵均海, 张常光. 非饱和土条形地基太沙基极限承载力三剪统一解[J]. 岩土力学, 2015, 36(11): 3128-3134.
LI Y, ZHAO J H, ZHANG C G. Triple-shear unified solution of terzaghi's ultimate bearing capacity for unsaturated soil foundation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(11): 3128-3134. (in Chinese)
- [11] 马少坤, 扈萍, 秦会来. 刚柔性条形基础下非饱和土地基的承载特性[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2010, 35(4): 649-654.
MA S K, HU P, QIN H L. Bearing capacity research on unsaturated subsoil under flexible and rigid shallow foundations [J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2010, 35(4): 649-654. (in Chinese)
- [12] 孟长江. 考虑吸力的非饱和黏性土地基承载力分析[J]. 路基工程, 2009(5): 141-142.
MENG C J. The foundation bearing capacity of unsaturated cohesive soil considered suction stress [J]. Subgrade Engineering, 2009(5): 141-142. (in Chinese)
- [13] 侯建军, 刘利星, 赵天宇. 非饱和原状黄土浸水前后地基承载力测试研究[J]. 工程勘察, 2017(3): 6-12.
HOU J J, LIU L X, ZHAO T Y. Research on subgrade bearing capacity for unsaturated intact loess before and after immersion [J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2017(3): 6-12. (in Chinese)
- [14] 李广信, 张丙印, 于玉贞. 土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2014: 228-239.
LI G X, ZHANG B Y, YU Y Z. Soil mechanics [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2014: 228-239. (in Chinese)
- [15] LU N, LIKOS W J. Unsaturated soil mechanics [M]. New York: John Wiley & Sons, 2004.

(编辑 胡英奎)