



弹性 SDOF 体系输入能量谱的设计表达式

夏洪流,胡仁杰

(重庆大学 土木工程学院;山地城镇建设与新技术教育部重点实验室,重庆 400045)

摘 要:合理的地震动设计输入能量谱是推动能量法走向工程应用的重要基础。选取3种场地条件下259条地震动记录,针对弹性单自由度体系(Single Degree of Freedom)的输入能量进行研究。 采用归一化方法,将输入能量谱表征为输入能量谱峰值(E_{lmax})与归一化输入能量谱的乘积;根据相 关性分析,提出输入能量谱峰值的影响参数及估算方法;基于3种场地条件下归一化输入能量谱特征,通过拟合建立三段式归一化输入能量谱,提出阻尼比为0.05时,弹性SDOF体系设计输入能量 谱的计算方法,并验证了该方法的可行性。

关键词:能量谱;单自由度体系;相关性分析;结构抗震设计

中图分类号:TU318.1 文献标志码:A 文章编号:2096-6717(2019)01-0089-06

Design expressions for input energy spectrum of elastic SDOF systems

Xia Hongliu, Hu Renjie

(School of Civil Engineering; Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: Reasonable seismic design input energy spectrum is important basis for promoting the engineering application of energy method. Based on 259 seismic records on 3 site conditions, the input energy spectrum of elastic single degree of freedom (SDOF) systems were studied. Using the normalization method, the elastic input energy spectrum are characterized as the product of the maximum of input energy spectrum (E_{Imax}) and the normalized input energy spectrum. According to correlation analysis, influence factors and estimation method of the maximum of input energy spectrum are given; based on characteristics of the normalized input energy spectrum on different site conditions, the simplified normalized input energy spectrum of elastic SDOF systems with the damping ratio of 0.05 is proposed and verified.

Keywords: energy spectrum; single degree of freedom; correlation analysis; seismic design of structures

结构地震响应实质上是地震能量在结构中输入、转化与耗散的过程。早在1956年,Housner就提出基于能量的抗震设计概念,认为只要结构耗散能量的能力不小于地震输入的能量,并针对能量耗散的分布形式进行合理设计,就足以保证结构的抗

震性能。相较基于承载力的设计方法,基于能量的 抗震设计方法考虑了结构的累计损伤,可更全面反 映地震作用的特性及对结构的影响^[1]。

地震动输入能研究一直是能量法研究的核心内 容之一,学者们就此展开大量相关研究。

收稿日期:2018-05-19

基金项目:国家自然科学基金(51478067)

作者简介:夏洪流(1970-),男,博士,副教授,主要从事结构抗震研究,E-mail: xiahongliu@cqu.edu.cn。 Received:2018-05-19

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51478067)

Author brief: Xia Hongliu (1970-), PhD, associate professor, main research interest: structural seismic, E-mail: xiahongliu@cqu.edu.cn.

Akiyama^[2]基于四类场地提出两段式设计输入能量 谱:Benavent-Climent 等[3]采用哥伦比亚地震动记 录建议了两段式设计输入能量谱;程光煜等[4]、陈清 军等^[5]分别采用能量谱峰值与面积归一化的方法, 建议了弹塑性 SDOF 体系三段式设计输入能量谱: 屠冰冰[6]提出适用于中国场地条件分类的弹塑性 SODF 体系归一化等效速度谱计算方法;陶云芳 等[7]、屠冰冰等[8]采用等效线性化等方法对弹塑性 能量谱进行了估算。上述研究虽对地震动输入能量 谱给出了多种形式的表达,但由于能量响应的随机 性,分析结果依赖于样本与假定,造成现有研究结论 存在较大差异,且尚未给出输入能量谱峰值(沿用文 献[4]的定义,为0~6s周期范围内输入能量谱的 最大值)的合理计算方式,从而导致无法得到一致认 可的 SDOF 体系输入能量谱设计表达式。鉴于弹性 输入能量谱是地震动输入能研究的关键基础,本文 拟以更具普适性的强震记录为基础,考虑多种场地 条件下研究弹性输入能量谱的影响因素,进而给出 设计表达式,为后续研究奠定基础。

以涵盖多种场地条件的强震记录为基础,对弹性 SDOF 体系输入能量谱设计表达式展开研究,具体思路为:利用 NGA 地震动数据库,通过筛选得到分析样本;基于时程分析,得到各条地震动弹性输入能量谱;通过相关性分析,寻找 Elmax 与地面运动参数的关系,据此建立 Elmax 的回归表达式;基于归一化输入能量谱曲线特性研究,给出阻尼比为 0.05 的SDOF 体系弹性设计输入能量谱的计算方法。

1 能量法概念

水平地震作用下,单自由度体系的运动微分方 程为

$$\ddot{mx} + \dot{cx} + F(x) = -\ddot{mx}_{g} \tag{1}$$

式中:x, x, x分别对应质点相对地面的位移、速度和 加速度;m为体系质量;c为体系阻尼系数;F(x)为 体系弹性恢复力,F(x) = kx, k为弹性体系刚度; x_s 为地面运动加速度。式(1)各项对相对位移 x 在地 震动持时范围[0,t]内进行积分,可得到体系的相对 能量方程为

$$\int_{0}^{t} \ddot{mxx} dt + \int_{0}^{t} \dot{cx^{2}} dt + \int_{0}^{t} F(x) \dot{x} dt = -\int_{0}^{t} \ddot{mx}_{g} \dot{x} dt$$
(2)

式中:从左到右各项依次为以相对位移为基础的体系 动能 $E_{K}(t)$ 、阻尼耗能 $E_{D}(t)$ 、吸收能 $E_{A}(t)$ 、地震动输 入能 $E_{I}(t)$,即得到 SDOF 体系的能量计算表达式为

 $E_{\rm K}(t) + E_{\rm D}(t) + E_{\rm A}(t) = E_{\rm I}(t)$ (3) 式中:吸收能 $E_{\rm A}(t)$ 由弹性吸收能 $E_{\rm S}(t)$ 与滞回耗能 $E_{\rm H}(t)$ 组成,而对于弹性 SDOF 体系,滞回耗能 $E_{\rm H}(t)$ 为零。在地震结束时,结构动能 $E_{\rm K}(t)$ 和弹性 变形能 $E_{\rm S}(t)$ 几乎为零,结构的耗能能力主要取决于 阻尼耗能 $E_{\rm D}(t)$ 。因此,在确定阻尼比之后,通过逐 步积分法(计算时采用 Newmark-β 法)迭代计算结 构响应,即可得到特定阻尼比下弹性单自由度体系 的输入能量谱与阻尼耗能谱。

2 强震记录的选择

目前,关干输入能量谱的研究结论存在较大差 异,一定程度上是因为强震记录样本缺少统一的选 择原则。为保证数据样本的可靠性与代表性,从太 平洋地震工程研究中心 NGA 地震动数据库进行地 震动样本筛选。鉴于场地条件是影响地震动工程特 性的重要因素,而目前规范对场地条件划分的标准 存在一定差异,文献「9-10]的研究成果表明,取表层 30 m 范围内等效剪切波速 V_{s0} 包含更全面的场地 信息,更能充分反映场地分类的影响。因此,本文参 照 NEHRP 推荐的场地条件划分标准,筛选出 276 条地震动记录,其中 A、B 类场地(硬基岩和基岩, V_{s30}>760 m/s)61 条,C 类场地(非常坚硬土或软基 岩,360 < V_{s30} < 760 m/s)105 条,D 类场地(硬土, 180<V_{s30}≤360 m/s)110 条。鉴于满足 E、F 类场地 (V_{s30}≤180 m/s)的地震记录很少,且在 E、F 类场地 条件下建设的工程设施相对较少,故本文暂不将 E、 F类场地纳入研究范围。以上所有地震动记录均由 自由地表取得,拥有明确场地信息,加速度峰值不低 于 20 gal,且最低可用频率不低于 0.2 Hz,上述筛选 条件可达到屏蔽弱震及尽量保留长周期特性的目 的。经筛选后获得的地震动记录的震级与断层距分 布如图1所示。由图可见,总体样本记录的震级分 布在 5.0~8.0 之间, 断层距分布于 0~160 km 之 间。因此,所选地震动样本具有较广的覆盖范围,且 体现了以破坏性地震为主的特点。





3 输入能量谱计算样本筛选及谱曲线 函数形式

现有关于输入能量谱的研究成果多采用两段式 或三段式能量谱模型^[2-6],这两类模型的区别主要体 现在对能量谱长周期段的描述,但目前没有充足的 证据表明哪类模型更具代表性。为尽量真实地反映 输入能量谱的客观规律,输入3种场地条件下强震 记录,计算阻尼比为0.05的SDOF体系(*m*=1 kg) 在周期0~6 s范围内的弹性输入能量谱,研究场地 条件对输入能量谱的影响和输入能量谱的基本 特征。

经统计,总体样本的输入能量谱曲线由于样本 覆盖的震级、震中距、场地等条件极为广泛,因此,呈 现出很大的离散性,不利于基于能量的设计应用。 仅就输入能量谱峰值 E_{Imax} 这一个指标,经简单统计 可以发现(如图2 所示), E_{Imax} 最小值为 0.0007260J,最大值达14.95J,相差达5个数量 级。显然,不加分类地进行平均,看似涵盖所有强震 记录的能量特征,但实质上不能揭示影响输入能量 谱峰值的影响因素。进一步对总体样本记录能量谱 峰值周期 T_{pe} (即输入能量谱 E_{Imax} 中对应的结构周 期)分布进行统计(如图3所示),可见 T_{pe} 集中分布 于中、短周期段,其中 90.58%的强震记录 T_{pe} 分布 于 0~2.5 s 区间。



需要注意的是,通过弹性输入能量谱试算,3种 场地条件下都发现少数强震记录的输入能量谱卓越 周期 T_{Pe}分布于长周期段(如图 4(a)中圆圈所示), 尤其在代表坚硬场地的A、B类地震动记录中,也出 现了少量 $T_{\rm pe}$ 为 3 s 以上的情况,这与现有概念"坚 硬场地上的能量反应应集中在中短周期段"存在矛 盾。通过进一步傅里叶分析发现,这部分地震波的 加速度傅里叶幅值谱都具有多个频率差距较大的峰 值,输入能量谱也多呈现为特殊的多峰型曲线。鉴 于此类地震动记录占比较少,且多峰型能量谱通常 是由于震源机制、传输机制及场地影响等多因素耦 合造成,在目前缺少系统性统计和足够样本数量前 提下,暂不纳入本文研究范围。因此,后续对具有明 显双峰型傅里叶加速度谱的地震动记录予以筛除, 筛除程序为:首先,计算出各条地震波的傅里叶加速 度谱,其次,计算出谱曲线上第1主峰和第2主峰对 应周期值,当第1主峰值与第2主峰值对应周期相 差大于等于2s时,判定为双峰谱,对此类地震波进 行筛除。图4为全集系地震动记录归一化输入能量 谱在筛除双峰谱前后的对比情况。据此标准筛选 后,地震动样本数量为 259 条(含 A、B 类场地 54 条,C类场地102条,D类场地103条),占原样本总 体的 93.8%,后续研究均据此样本集开展。



鉴于上述计算的输入能量谱涵盖了多个震级、 多种场地类型和跨度较大的断层距地震动记录,直 接对输入能量谱进行统计分析,必然存在很大的离 散性。参考文献[4],将输入能量谱表征为 Elmax 与归 一化输入能量谱曲线的乘积,可以更好地对输入能 量谱特性进行分析。针对的 259 条地震动记录,统 计3种场地条件下的平均输入能量谱(如图 5 所示)。3种场地条件平均输入能量谱均呈现出明显的上升段、平台段和下降段,因此,选择三段式能量 谱模型更为恰当。参考文献[4-6]关于三段式归一 化输入能量谱函数表达形式,取归一化输入能量谱 (*NE*₁)回归函数模型为

$$NE_{1} = \begin{cases} \frac{T}{T_{1}}NE_{\text{Imax}} & 0 \leqslant T < T_{1} \\ NE_{\text{Imax}} & T_{1} \leqslant T < T_{2} \\ \left(\frac{T_{2}}{T}\right)^{r}NE_{\text{Imax}} & T \geqslant T_{2} \end{cases}$$
(4)

式中: NE_1 为阻尼比 $\xi=0.05$ 时 SDOF 体系归一化 弹性输入能量谱值; T_1 和 T_2 分别为平台段的起始 周期和结束周期;r为下降段的衰减系数,输入能量 谱模型如图 6 所示。





4 输入能量谱峰值与地震动特征参数 间的相关性分析

关于输入能量谱峰值 E_{Imax} 已有大量的研究成 果^[4,11-13],但缺少各类指标对 E_{Imax} 影响的相关性对 比分析。为了确定地震动参数与弹性输入能量谱之 间的关系,收集整理了 13 个地震动参数用以进行分 析对比,其中,包括峰值加速度(PGA)、峰值速度 (PGV)、峰值位移(PGD)、均方根加速度(A_{rms})、均 方根速度(V_{rms})、均方根位移(D_{rms})、绝对累积速度 (CAV)^[14]、Arias 强度(I_a)、Park 特征强度(I_c)^[11]、 Riddell 等^[12]、Fajfar 等^[13]和程光煜等^[4]分别提出的 地震动强度指标 *I*_R、*I*_F、*I*_{ch},各参数定义说明如表 1 所示。鉴于地震动能量响应的物理意义,速度时程的傅 里叶幅值谱与输入能量谱谱值具有直接相关性,且试 算表明这两条谱曲线具有较为一致的曲线分布形式, 因此,基于傅里叶变换提出新的地震动参数(*I*_{se})。

表1 地震动参数定义说明

TT 1 1		e			
Table 1	Explanations	10	ground	motion	parameters

参数 类型	表达式与说明
幅值 相关 参数	$PGA = x(t) _{\max}; PGV = x(t) _{\max};$ $PGD = x(t) _{\max};$ $A_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{2t_1}^{t} x^2(t) dt}; V_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{2t_1}^{t} x^2(t) dt};$ $D_{rms} = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{2t_1}^{t} x^2(t) dt}; I_a = \frac{\pi}{2g} \int_{0}^{t_f} x^2(t) dt; CAV = \int_{0}^{t_f} x(t) dt = \int_{0}^{t_f} x(t) dt = \int_{0}^{t} x(t) $
	Jo i con presidente a la construcción de la

时程 $I_{\rm R} = {\rm PGV}^{2/3} t_{\rm d}^{1/3}$ (取中等周期段的表达式); $I_{\rm F} = {\rm PGV} t_{\rm d}^{2.25}$; 相关 $I_{\rm ch} = {\rm PGV} t_{\rm d}^{3.15}$; $I_{\rm se} = \sum C_i$,式中: C_i 为速度时程的傅里叶幅 参数 值谱第 i 个分量对应的振幅。

参考文献[12]回归方程,对输入能量谱峰值 E_{lmax}采用式(5)所示拟合表达式。

$$\overline{E_{\text{Imax}}} = \alpha X^{\beta} \tag{5}$$

式中: \overline{E}_{Imax} 为非线性拟合得到的输入能量谱峰值;X 为待分析的地震动参数; α 、 β 为非线性回归系数。计 算上述地震动参数与 E_{Imax} 的非线性相关系数(如图 7所示),通过比较相关性强弱,可确定用于描述地 震动能量谱幅值的适宜地震动参数(由图 7 可见)。 3 种场地条件下 I_{se} 与 E_{Imax} 的相关系数均为最大值, 因此,本文选用 I_{se} 作为描述 E_{Imax} 的地震动参数。基 于式(5)的形式进行非线性回归,得到 $\xi=0.05$ 时的 弹性输入能量谱峰值表达式。

$$\overline{E_{\rm Imax}} = 1.789 I_{\rm se}^{2.056} \tag{6}$$

式中: I_{se} 的单位取 m/s; $\overline{E_{Imax}}$ 单位为 J。



为确定不同震级、震中距和场地条件下 I_{se}取 值,针对 I_{se}的衰减规律展开进一步研究。参考文献 [15-16]对输入能量谱衰减规律的衰减模型与研究 成果,基于 259 条地震动数据,利用最小二乘法进行 I_{se}衰减规律的回归,结果为

$$lg I_{se} = 0.158 + 0.463(M - 6) - 0.088(M - 6)^{2} - 0.345 lg(R_{rup}^{2} + (7))$$

$$51.552 + 0.150G_{e} + 0.294G_{d}$$

式中:M为矩震级; R_{rup} 为断层距; G_c 和 G_d 分别为考虑场地影响而引入的已知函数,当场地条件为 C 类时, G_c =1,其他场地条件时, G_c =0;当场地条件为 D 类时, G_d =1,其他场地条件时,则 G_d =0。其他常数项均为回归分析的结果,其中,随机误差的均方差 $\sigma(\lg I_{sc})=0.198$ 。

5 弹性输入能量谱的建立与验证

场地条件是影响输入能量谱频谱特性的重要因素,整理不同场地条件下的分布情况,结果如图 8 所示。3 种场地条件下的分布存在明显差异,随场地条件变软,平均值逐渐增大(A、B类场地为0.776 s, C 类场地为1.027 s, D 类场地为1.185 s),总体分布有向长周期移动的趋势,因此,有必要考虑场地条件对输入能量谱的影响。



为准确分析输入能量谱曲线分布特征,利用 E_{lmax} 对各条输入能量谱进行归一化,基于归一化输入能量谱进行研究分析。基于场地条件的划分,输入 259 条地震动记录,统计阻尼比为 0.05 的单自由 度弹性体系的平均归一化输入能量谱曲线,并基于 式(4)的形式,利用最小二乘法进行曲线拟合,拟合 谱相关参数见表 2,拟合谱曲线如图 9 所示。由表 2 可见,随场地变软,输入能量谱卓越区段向长周期移 动, T_1 和 T_2 逐渐增加,下降段衰减系数 r 逐渐增 大。将由式(6)计算得到的能量谱峰值与归一化输入能量谱拟合谱相乘,即可得到本文建议的弹性设 计输入能量谱。



表 2 拟合弹性能量谱参数

Table 2 The factors of fitted input energy spectrum

场地类别	T_1	T_2	t	NE_{Imax}
A、B类场地	0.12	1.25	0.82	0.33
C类场地	0.45	1.45	1.27	0.40
D类场地	0.52	1.67	1.30	0.40

为检验研究成果的有效性,基于式(7),在 NGA 数据库中另行随机选取 C、D 类场地纪录 15 条和 21 条,其强度指标 lg I_{se}分布区间为[-0.067,-0.064]。 图 10 为两种场地条件下抽样记录平均输入能量谱 与本文拟合谱计算结果的对比,由图可见,本文提出 的拟合谱与平均输入能量谱曲线吻合良好,其中,C 类场 地 平均 相 对 误 差 为 19.78%, D 类场地 为 15.03%。抽样验算的结果表明,本文弹性设计输入 能量谱能较准确地反映不同场地条件下平均输入能 量谱的统计特征。



6 结论

基于 3 种场地条件下 259 条地震动记录,利用 时程分析和归一化方法,研究分析了 SDOF 弹性输 入能量谱的基本特征。结论如下:

1)通过相关性分析,提出作为评价输入能量谱 幅值的地震动参数指标是合适的,并采用最小二乘 法确定了 *I*_{se}、*E*_{lmax}的表达式。

2)SDOF 弹性平均输入能量谱曲线受场地条件 影响显著,依据 NEHRP 推荐的场地划分准则,3 种 场地条件下平均输入能量谱曲线均具有三段式函数 形式;经回归分析,得到结构阻尼比为 0.05 时,各种 场地条件下平均输入能量谱曲线特征参数的具体取 值,确定了平均输入能量谱表达式。计算结果表明, 随场地变软,平均输入能量谱卓越区段向长周期移 动,拟合谱的平台起止点和逐渐增大,下降段的衰减 系数逐渐提升。

3)通过 I_{se}、E_{lmax}表达式、归一化输入能量谱拟 合谱曲线组合,即可得到不同震级、断层距与场地条 件下建议的平均输入能量谱,算例结果表明,本文建 议表达式能较准确地反映不同场地条件下平均输入 能量谱的统计特征。

参考文献:

[1]魏新磊,周云,于敬海,等. 基于结构能量分析的抗震设 计新方法的研究[J]. 世界地震工程,2003,19(3): 62-67.

WEI X L, ZHOU Y, YU J H, et al. Researches on new methods of aseismic design of structures based on energy concept [J]. World Earthquake Engineering, 2003, 19(3): 62-67. (in Chinese)

- [2] AKIYAMA H. Earthquake resistant limit state design for buildings [M]. Tokyo: University of Tokyo Press, 1985.
- [3] BENAVENT-CLIMENT A, LÓPEZ-ALMANSA F, BRAVO-GONZÁLEZ D A. Design energy input spectra for moderate-to-high seismicity regions based on Colombian earthquakes [J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2010, 30(11): 1129-1148.
- [4]程光煜,叶列平. 弹塑性 SDOF 系统的地震输入能量谱 [J]. 工程力学,2008,25(2): 28-39. CHENG G Y,YE L P. Earthquake input energy spectrum for inelastic SDOF systems [J]. Engineering Mechanics, 2008,25(2): 28-39. (in Chinese)
- [5]陈清军,袁伟泽.基于长周期地震动记录的 SDOF 体系 能量谱探讨[J].振动与冲击,2013,32(10):36-42.
 CHENG Q J, YUAN W Z. Energy spectrum of SDOF system based on long-period ground motion records [J].
 Journal of Vibration and Shock,2013,32(10): 36-42. (in Chinese)
- [6] 屠冰冰. 弹塑性 SDOF 体系地震输入归一化等效速度谱 [J]. 北京工业大学学报,2016,42(6): 902-911.

TU B B. Earthquake input normalized equivalent velocity spectrum for inelastic SDOF systems [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2016, 42(6): 902-911. (in Chinese)

[7]陶云芳,杨会伟,曹瑞东,等.等效线性化方法在地震输入能量谱中的应用[J].地震工程与工程振动,2016,36
 (3):193-202.
 TAO Y F, YANG H W, CAO R D, et al. Application of aquiralant linearization method in the combould input

equivalent linearization method in the earthquake input energy spectrum [J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics,2016,36(3): 193-202. (in Chinese)

- [8] 屠冰冰,赵冬. SDOF 体系地震输入能量谱的简化问题 研究[J]. 应用力学学报,2015,32(1):151-157. TU B B,ZHAO D. Simplified methods of earthquake input energy spectra for SDOF systems [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics,2015,32(1):151-157. (in Chinese)
- [9]李敏.考虑场地地震动影响的场地分类方法研究[D]. 北京:中国地震局地球物理研究所,2015.
 LI M. Study on the site classification method based on seismic site effects [D]. Beijing: Institute of Geophysics, China Earthquake Administration,2015. (in Chinese)
- [10] YU Y,SILVA W J,DARRAGH B,et al. V_{s30} estimate for southwest China [J]. International Journal of Geophysics, 2016(1): 1-11.
- [11] PARK Y, ANG A, WEN Y. Seismic damage analysis of reinforced concrete buildings [J]. Journal of Structural Engineering, 1985, 111(4): 740-757.
- [12] RIDDELL R,GARCIA J. Hysteretic energy spectrum and damage control [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics,2010,30(12): 1791-1816.
- [13] FAJFAR P, VIDIC T, FISCHINGER M. A measure of earthquake motion capacity to damage medium-period structures [J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 1990,9(5): 236-242.
- [14] BRADLEY B A. Correlation of Arias intensity with amplitude, duration and cumulative intensity measures [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 78: 89-98.
- [15] 公茂盛,谢礼立,章文波. 地震动输入能量衰减规律的研究[J]. 地震工程与工程振动,2003,23(3):15-24.
 GONG M S,XIE L L,ZHANG W B. Attenuation of input energy of strong ground motion [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2003, 23(3):15-24. (in Chinese)
- [16] CHOU C C, UANG C M. Establishing absorbed energy spectra-an attenuation approach [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2000, 29 (10): 1441-1455.