

doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2019.034



# 基于改进迟滞阻尼模型的混合结构 抗震分析 SRSS 法

孙攀旭<sup>1a</sup>, 杨红<sup>1a,b</sup>, 刘庆林<sup>2</sup>

(1. 重庆大学 a. 土木工程学院; b. 山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045;  
2. 深圳信息职业技术学院 交通与环境学院, 广东 深圳 518172)

**摘要:**混合结构的阻尼矩阵不再满足经典阻尼条件,无法直接采用模态叠加法。迟滞阻尼模型具有每周期耗散能量与外激励频率无关的优点,且时域计算结果稳定收敛,但不满足能量守恒原则。利用结构每周期耗散能量与阻尼做功相等,对迟滞阻尼模型的阻尼系数进行修正,得到了改进迟滞阻尼模型,并提出了对应的混合结构模态叠加法。在此基础上,分析改进迟滞阻尼模型的反应谱特点,计算最不利地震作用效应组合,提出了基于改进迟滞阻尼理论的混合结构抗震分析 SRSS 法。算例分析表明,改进迟滞阻尼模型计算的地震作用效应比粘性阻尼模型计算的地震作用效应更大,其增大幅度约为 15%~20%。

**关键词:**混合结构;迟滞阻尼;模态叠加法;反应谱;SRSS

**中图分类号:**TU311.3 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2019)02-0093-06

## SRSS method for seismic analysis of mixed structure based on improved hysteretic damping model

Sun Panxu<sup>1a</sup>, Yang Hong<sup>1a,b</sup>, Liu Qinglin<sup>2</sup>

(1a. School of Civil Engineering; 1b. Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area of the Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 3. School of Traffic and Environment, Shenzhen Institute of Information Technology, Shenzhen 518172, Guangdong, P. R. China)

**Abstract:** Damping matrix of mixed structure no longer satisfies the classical damping condition. In such a case, the modal superposition method may become invalid. The advantage of hysteretic damping model is that energy consumption is related to external excitation frequencies in each cycle. At the same time, the calculation results of time-domain are stable. However, it does not meet the principle of energy conservation. By the equivalence of energy dissipation and damping power in each cycle, damping coefficient of hysteresis damping model can be modified. Subsequently, an improved hysteretic damping model and its own modal superposition method of mixed structure are proposed in this paper. The characteristics of improved hysteretic damping model response spectrum are firstly analyzed. Then, the most unfavorable combination of seismic effects could be calculated. Based on the improved hysteretic

**收稿日期:**2018-05-12

**基金项目:**国家自然科学基金(51578343)

**作者简介:**孙攀旭(1990-),男,主要从事结构抗震分析及计算,E-mail:sunpanxu@163.com。

杨红(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:yangh@cqu.edu.cn。

**Received:**2018-05-12

**Foundation item:**National Natural Science Foundation of China (No. 51578343)

**Author brief:**Sun Panxu (1990-), main research interests: structural seismic analysis and calculation, E-mail: sunpanxu@163.com.

Yang Hong (corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail: yangh@cqu.edu.cn.

damping model, SRSS method for seismic analysis of mixed structure is performed. Results show that seismic effects of the improved hysteretic damping model are more significant than that of viscous damping model, and the increase is about 15%~20%.

**Keywords:** mixed structure; hysteretic damping; modal superposition method; response spectrum; SRSS

混合结构的地震响应计算方法与单一材料结构采用的常用方法不同。由于不同材料的阻尼比不同,混合结构的阻尼矩阵并不与质量矩阵或刚度矩阵保持比例关系,故混合结构无法直接采用基于粘性阻尼模型的实模态叠加法,抗震计算时也无法直接采用 SRSS 法。

目前,常用的阻尼模型为粘性阻尼模型和复阻尼模型<sup>[1]</sup>。对于混合结构,选择结构的重要振型,可得到相应的 Rayleigh 阻尼矩阵,进而实现模态叠加法<sup>[2-4]</sup>,但其结果不具有唯一性,高阶振型地震作用效应亦偏小<sup>[5]</sup>;采用等效阻尼比的思路,将阻尼矩阵等价于比例矩阵,同样可实现模态叠加法<sup>[6-7]</sup>,但计算出局部结构的地震效应偏小或偏大<sup>[8]</sup>;汪梦甫<sup>[9]</sup>、Neugebauer 等<sup>[10-11]</sup>利用状态空间法,提出了基于粘性阻尼模型的复模态叠加法,但矩阵维度增加了一倍,计算量较大;刘庆林等<sup>[12]</sup>基于复阻尼模型的复模态叠加法可直接适用于混合结构,但计算较为复杂,且直接剔除复阻尼运动方程通解中发散项的做法存在理论缺陷<sup>[13]</sup>。Wang<sup>[14]</sup>采用 Rayleigh 阻尼矩阵等效复阻尼矩阵,Reggio 等<sup>[15]</sup>将 Maxwell-Wiechert 本构模型等效于复阻尼本构模型,进而解决了发散问题,但上述方法得到的计算结果与复阻尼理论存在一定的误差。迟滞阻尼模型计算结果唯一,且克服了粘性阻尼模型中每周期耗散能量与外激励频率相关的缺点。同时,迟滞阻尼模型的时域计算结果稳定收敛,避免了复阻尼模型的发散现象<sup>[16]</sup>。

迟滞阻尼模型克服了粘性阻尼模型和复阻尼模型的缺陷,但不满足能量守恒的原则。本文利用结构每周期耗散能量与阻尼做功相等的特性,对迟滞阻尼模型的阻尼系数进行修正,得到改进迟滞阻尼模型,并提出了对应的混合结构模态叠加法。同时,分析改进迟滞阻尼模型的反应谱特点,计算最不利地震作用效应组合,并提出了基于改进迟滞阻尼模型的混合结构抗震分析 SRSS 法。

## 1 基于改进迟滞阻尼模型的 SRSS 法

### 1.1 改进迟滞阻尼模型

迟滞阻尼模型假定阻尼力与结构的位移大小成正比,与结构的速度方向相反<sup>[16-17]</sup>。单自由度体系的迟滞阻尼运动方程为

$$m\ddot{x}(t) + \eta\tau kx(t) + kx(t) = -mg(t) \quad (1)$$

式中:  $m$  为质量;  $k$  为刚度;  $\eta$  为损耗因子,即  $\eta = 2\xi^{[12]}$ ,  $\xi$  为阻尼比;  $g(t)$  为地震加速度。

$$\tau = \begin{cases} 1 & x(t) \cdot \dot{x}(t) \geq 0 \\ -1 & x(t) \cdot \dot{x}(t) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

设单自由度系统响应  $x = X\sin\theta t$ , 一个振动周期内结构的耗散能量为

$$\Delta E = \pi\eta kX^2 \quad (3)$$

一个振动周期内阻尼力做的功为

$$\Delta W = -2\eta kX^2 \quad (4)$$

由式(3)和式(4)可知,阻尼力做功与结构每周期耗散能量的大小不相等,需要对迟滞阻尼模型进行修正。定义迟滞阻尼模型下,单自由度体系的阻尼力为

$$f_d = -\lambda\tau kx(t) \quad (5)$$

式中:  $\lambda$  为阻尼系数。

由式(5)计算出每周期阻尼力做功为

$$\Delta W = -2\lambda kX^2 \quad (6)$$

利用每周期耗散能量与阻尼力做功大小相等,得

$$2\lambda kX^2 = \pi\eta kX^2 \quad (7)$$

进一步计算出阻尼系数为

$$\lambda = \frac{\pi\eta}{2} \quad (8)$$

从而得到改进的迟滞阻尼运动方程为

$$m\ddot{x}(t) + \frac{\pi\eta}{2}\tau kx(t) + kx(t) = -mg(t) \quad (9)$$

### 1.2 基于迟滞阻尼模型的混合结构抗震分析 SRSS 法

改进迟滞阻尼模型下阻尼力为

$$f_d = -\frac{\pi\eta}{2}\tau kx(t) \quad (10)$$

由式(10)可得到改进迟滞阻尼模型的阻尼力-位移变化曲线(见图 1),阻尼力不随位移的变化而连续变化,因此,改进迟滞阻尼系统不再保持整体线性特征,而是具有局部非线性特征,导致多自由体系不能直接采用模态叠加法。

对于混合结构,多自由度体系的改进迟滞阻尼运动方程为

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + \frac{\pi}{2}\mathbf{\Omega}\mathbf{K}_\tau\mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{I}g(t) \quad (11)$$

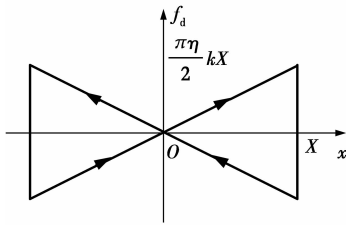


图 1 阻尼力-位移变化曲线

Fig. 1 The change curve between damping force and displacement

式中:  $\mathbf{M}$  为质量矩阵;  $\mathbf{K}$  为刚度矩阵;  $\mathbf{K}_\eta = \sum_e \eta_e \mathbf{K}_e$  为结构阻尼矩阵,  $\mathbf{K}_e$  为单元  $e$  的刚度矩阵,  $\eta_e$  为单元  $e$  的损耗因子;  $\mathbf{I}$  为与地震动输入有关的向量 ( $N \times 1$ ), 与  $g(t)$  方向相同的位移自由度元素为 1;  $\mathbf{\Omega}$  为符号矩阵。

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} \tau_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tau_2 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \tau_N \end{bmatrix} \quad (12)$$

符号矩阵为对角矩阵, 对角元素  $\tau_n$  仅依赖于第  $n$  个质点的位移  $x_n(t)$  和速度  $\dot{x}_n(t)$ , 即

$$\tau_n = \begin{cases} 1 & x_n(t) \cdot \dot{x}_n(t) \geq 0 \\ -1 & x_n(t) \cdot \dot{x}_n(t) < 0 \end{cases} \quad (13)$$

利用材料的损耗因子可确定结构的阻尼矩阵,

令  $\mathbf{K}_f = \mathbf{K} + \frac{\pi}{2} \mathbf{\Omega} \mathbf{K}_\eta$ , 则混合结构的运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_f \mathbf{x}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{I}g(t) \quad (14)$$

式(14)对应的齐次方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_f \mathbf{x}(t) = 0 \quad (15)$$

由式(15)可计算出对应的自振频率和特征向量, 采用改进迟滞阻尼模型时,  $\mathbf{K}_f$  可视为结构的动态刚度矩阵, 结构的振动过程将是刚度不断变化的过程。由式(15)可知, 方程的特征值和特征向量不仅与结构的质量、刚度和阻尼有关, 还与运动过程中的符号矩阵有关。对于  $n$  自由度结构, 符号矩阵的个数为  $2^n$ , 因此, 需要计算对应的  $2^n$  个特征值和特征向量。当符号矩阵确定时, 利用每个符号矩阵对应的特征向量, 可对式(11)进行解耦计算, 进而实现改进迟滞阻尼模型的模态叠加法。

利用特征向量和加速度反应谱, 可计算每个符号矩阵对应下的地震作用效应, 但为了保证结构设计的安全性, 用于设计的地震作用效应应选择最不利情况, 即多种地震作用效应中的最大值, 从而可实现改进迟滞阻尼模型的抗震分析 SRSS 法。

## 2 基于改进迟滞阻尼模型的加速度反应谱

采用改进迟滞阻尼模型时, 单自由度体系的时

域积分计算仍按照时间步长  $\Delta t$  进行离散, 任意时刻可表示为  $t_k = k\Delta t (k = 0, 1, 2, \dots)$ 。当  $\Delta t$  取值足够小时, 可利用  $t_k$  时刻结构的动力响应确定  $t_{k+1}$  时刻的符号矩阵, 并得到  $t_{k+1}$  时刻的运动方程, 由此进行时域迭代计算。利用单自由度的加速度响应, 可得到基于改进迟滞阻尼模型的加速度反应谱。

加速度反应谱是结构抗震分析 SRSS 法的重要依据。以两条地震波为例, 分析了改进迟滞阻尼模型加速度反应谱和粘性阻尼模型反应谱之间的差异。

在图 2 和图 3 中, 计算所得的两条地震波作用下改进迟滞阻尼模型 (CZ) 的加速度谱值和粘性阻尼模型 (NZ) 的加速度谱值表明: 在短周期段, CZ 计算的加速度谱值小于 NZ 计算结果; 在中周期段和长周期段, CZ 计算的加速度谱值大于 NZ 计算结果。

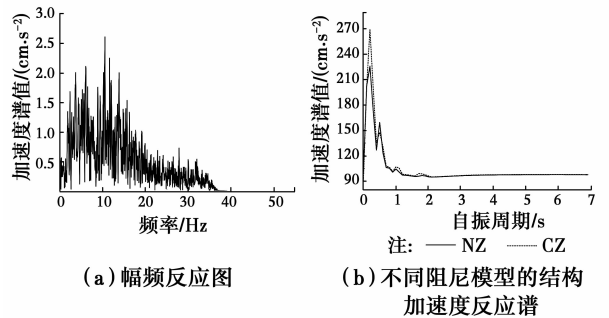


图 2 迁安波东西分量加速度反应谱

Fig. 2 The acceleration response spectrum of east-west Qian-an wave

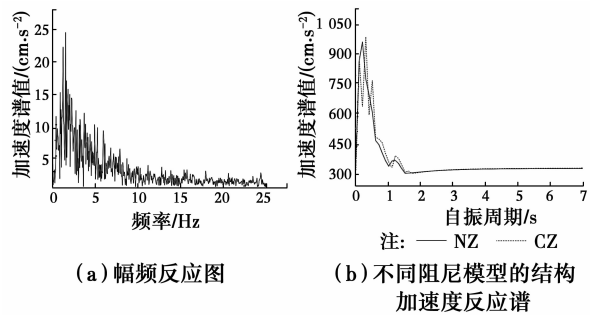


图 3 El Centro 波南北分量加速度反应谱

Fig. 3 The acceleration response spectrum of south-north El Centro wave

由于本文的重点在于研究迟滞阻尼理论的改进以及混合结构 SRSS 法的实现方法, 对于迟滞阻尼理论反应谱的深入分析以及两种阻尼模型对应的设计反应谱的差异和对地震响应计算结果的影响, 有待后续研究进一步澄清。与此同时, 考虑到基于粘性阻尼理论的规范设计反应谱存在人为抬高拉平的做法<sup>[18]</sup>, 故在后续算例中采用改进迟滞阻尼模型进行 SRSS 计算时, 仍暂时借用规范的设计反应谱。

### 3 算例分析

如图 4 所示,以不同材料组成的 3 层剪切型框架结构为例,其具体参数为:抗震设防烈度为 8 度,设计基本地震加速度为 0.20g,设计地震分组为第 2 组,场地类别为 II 类,钢结构的阻尼比为 0.02,钢筋混凝土结构的阻尼比为 0.05。

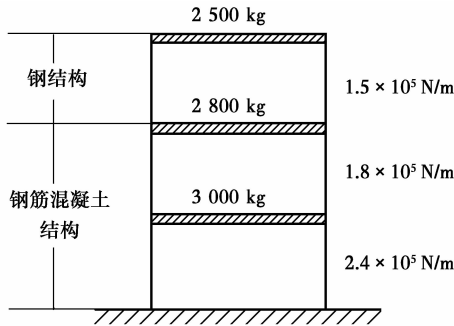


图 4 竖向混合结构框架的质量和刚度分布图  
Fig. 4 The mass and stiffness distribution of vertical mixed structure frame

质量矩阵为

$$M = 1\ 000\ \text{kg} \times \begin{bmatrix} 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.8 & 0 \\ 0 & 0 & 3.0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

刚度矩阵为

$$K = 10^5\ \text{N/m} \times \begin{bmatrix} 1.5 & -1.5 & 0 \\ -1.5 & 3.3 & -1.8 \\ 0 & -1.8 & 4.2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

阻尼矩阵为

$$K_{\eta} = 10^5\ \text{N/m} \times \begin{bmatrix} 0.06 & -0.06 & 0 \\ -0.06 & 0.24 & -0.18 \\ 0 & -0.18 & 0.42 \end{bmatrix} \quad (18)$$

对于 3 层框架,其符号矩阵共有 8 个,因此,需要计算每个符号矩阵对应运动方程下的框架层间剪力。如上文所述,基于改进迟滞阻尼模型的 SRSS 法可暂时采用规范反应谱,据此可计算出 8 个符号矩阵对应下的层间剪力,其结果如表 1 和图 5 所示。

在图 5 中,绘制了层间剪力的散点图,可得到最大剪力包络线,即选择最不利地震作用效应组合,从而计算出改进迟滞阻尼模型下的框架层间剪力。

表 1 采用改进迟滞阻尼模型计算的层间剪力  
Table 1 Calculated story shear forces by improved hysteretic damping model

组合类型	第 1 层 剪力/N	第 2 层 剪力/N	第 3 层 剪力/N
迟滞阻尼 1	3 470.7	2 857.7	1 868.6
迟滞阻尼 2	3 277.8	2 888.1	1 870.5
迟滞阻尼 3	3 867.9	3 034.8	2 053.4
迟滞阻尼 4	3 674.2	3 083.1	2 155.2
迟滞阻尼 5	3 670.2	2 987.4	1 841.5
迟滞阻尼 6	3 473.8	3 025.1	1 867.6
迟滞阻尼 7	4 131.5	3 196.1	2 031.4
迟滞阻尼 8	3 947.3	3 274.4	2 164.6

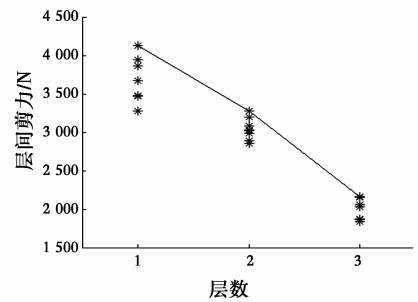


图 5 基于改进迟滞阻尼模型的层间剪力  
Fig. 5 Story shear forces based on improved hysteretic damping mode

混合结构基于粘性阻尼模型的 SRSS 法可采用等效阻尼比  $\xi_d$  计算层间剪力。选择等效阻尼比时,若直接取阻尼比的平均值,可得等效阻尼比为 0.035;若采用复频率法<sup>[6]</sup>确定混合结构振型阻尼比,将质量参与系数作为权系数进行加权平均,得到的混合结构等效阻尼比为 0.038 9。分别采用粘性阻尼模型的 SRSS 法(NZ\_SRSS)和改进迟滞阻尼模型的 SRSS 法(CZ\_SRSS)计算框架的层间剪力,其结果见表 2。

表 2 不同方法计算的层间剪力  
Table 2 Story shear forces with different methods

层数	$V_{NZ\_SRSS}/N$ ( $\xi_d=0.035$ )	$V_{NZ\_SRSS}/N$ ( $\xi_d=0.0389$ )	$V_{CZ\_SRSS}/N$	$\frac{(V_{CZ\_SRSS}-V_{NZ\_SRSS})}{V_{NZ\_SRSS}}/\%$ ( $\xi_d=0.035$ )	$\frac{(V_{CZ\_SRSS}-V_{NZ\_SRSS})}{V_{NZ\_SRSS}}/\%$ ( $\xi_d=0.0389$ )
第 1 层	3 598.5	3 533.6	4 131.5	14.81	16.92
第 2 层	2 849.2	2 798.6	3 274.4	14.92	17.00
第 3 层	1 854.0	1 816.9	2 164.6	16.75	19.14

CZ\_SRSS 的计算结果较 NZ\_SRSS( $\xi_d=0.035$ ) 计算的层间剪力增加幅度为 14.81%~16.75%,表明 CZ\_SRSS 的计算结果普遍较大,且顶层剪力增幅最大,达到 16.75%;CZ\_SRSS 的计算结果较 NZ\_SRSS( $\xi_d=0.0389$ ) 计算的层间剪力增加幅度为 16.92%~19.14%,其增幅规律类似,且顶层剪力增幅达到 19.14%。

对于  $N$  层剪切型框架,第  $k$  层结构在符号矩阵中对应的对角元素为 1,其他层结构对应的对角元素为 -1,即

$$\tau_n = \begin{cases} 1 & n = k \\ -1 & n \neq k \end{cases} \quad (n = 1, 2, \dots, N) \quad (19)$$

此时,相比粘性阻尼模型下原结构的刚度分布情况,第  $k$  层结构对应的刚度增大,其他层对应的刚度减小,进而导致计算结果中第  $k$  层结构对应的地震作用效应增大。

基于改进迟滞阻尼模型的 SRSS 法选择每个符号矩阵对应下的最大地震作用效应,进而形成最不利地震作用效应组合,使得改进迟滞阻尼模型计算的地震作用效应大于粘性阻尼模型。

## 4 结论

经理论推导和算例分析,得以下结论:

1)改进迟滞阻尼模型具有每周周期耗散能量与外激励频率无关的优点,但改进迟滞阻尼系统不再保持线性特征,具有局部的非线性特征。

2)与粘性阻尼模型相比,基于改进迟滞阻尼模型的模态叠加法可适用于非比例阻尼矩阵的混合结构。

3)基于改进迟滞阻尼模型的混合结构抗震分析 SRSS 法需要计算每种符号矩阵下的地震作用效应,计算量相对较大;若选择最不利地震作用效应组合,改进迟滞阻尼模型计算的地震作用效应比粘性阻尼模型计算的地震作用效应更大,其增大幅度约为 15%~20%。

### 参考文献:

[1] 梁超锋,刘铁军,邹笃建,等. 材料黏滞系数与损耗因子的频率相关性研究[J]. 力学学报, 2012, 44(5): 933-937.  
LIANG C F, LIU T J, ZOU D J, et al. The frequency-dependent study on viscosity coefficient and loss tangent of viscoelastic materials [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2012, 44(5): 933-937. (in Chinese)

[2] 潘旦光,高莉莉. Rayleigh 阻尼系数解法比较及对结构地震反应影响[J]. 工程力学, 2015, 32(6): 192-199.

PAN D G, GAO L L. Comparison of determination methods for Rayleigh damping coefficients and effects on seismic responses of structures [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(6): 192-199. (in Chinese)

[3] 黄维,钱江,周知. 基于 Rayleigh 阻尼模型的竖向混合结构设计阻尼比研究[J]. 工程力学, 2015, 32(10): 60-67.  
HUANG W, QIAN J, ZHOU Z. Research on equivalent damping ratio of vertically mixed structures based on Rayleigh damping model [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(10): 60-67. (in Chinese)

[4] HUANG W, QIAN J, ZHOU Z, et al. An approach to equivalent damping ratio of vertically mixed structures based on response error minimization [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 72: 119-128.

[5] 刘庆林,傅学怡. 基于复阻尼假定的不同材料阻尼特性混合结构抗震分析反应谱 CCQC 法[J]. 土木工程学报, 2011, 44(3): 61-71.  
LIU Q L, FU X Y. A response spectrum CCQC method for seismic analysis of structures of multiple material damping characteristics based on complex damping assumption [J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(3): 61-71. (in Chinese)

[6] 黄本才. 组合结构振动的等效阻尼比[J]. 上海力学, 1998, 19(2): 141-145.  
HUANG B C. Equivalent modal damping ratios of vibration in composite structures [J]. Shanghai Journal of Mechanics, 1998, 19(2): 141-145. (in Chinese)

[7] 薛彦涛,韦承基,孙仁范,等. 采用不同材料加层时结构阻尼比计算方法(应变能法)[J]. 工程抗震与加固改造, 2008, 30(2): 91-95.  
XUE Y T, WEI C J, SUN R F, et al. Calculation method for damping ration of different story added structures (strain energy method) [J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2008, 30(2): 91-95. (in Chinese)

[8] 梁仁杰,吴京,孟少平. 能力谱法中等效阻尼比的误差分析及假设检验[J]. 土木工程学报, 2010, 43(Sup1): 33-36.  
LIANG R J, WU J, MENG S P. Error analysis and assumption test on the equivalent damping ratio in capacity spectrum method [J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(Sup1): 33-36. (in Chinese)

[9] 汪梦甫. 非比例阻尼线性体系地震反应计算的振型分解反应谱法[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(1): 31-37.  
WANG M F. On seismic response analysis methods of non-proportional damped linear MDOF systems [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering

- Vibration, 2007, 27(1): 31-37. (in Chinese)
- [10] NEUGEBAUER R, SCHEFFLER C, WABNER M, et al. Advanced state space modeling of non-proportional damped machine tool mechanics [J]. CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology, 2010, 3(1): 8-13.
- [11] NEUGEBAUER R, SCHEFFLER C, WABNER M, et al. State space modeling of non-proportional passive damping in machine tools [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, 53: 945-952.
- [12] 刘庆林,傅学怡,孙占琦. 基于复阻尼假定的不同材料阻尼特性混合结构抗震分析复模态叠加法[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(9): 27-33.  
LIU Q L, FU X Y, SUN Z Q. A complex mode superposition method for seismic analysis of structures of multiple material damping characteristics based on complex damping assumption [J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(9): 27-33. (in Chinese)
- [13] 何钟怡,廖振鹏,王小华. 关于复阻尼理论的几点注记 [J]. 地震工程与工程振动, 2002, 22(1): 1-6.  
HE Z Y, LIAO Z P, WANG X H. Some notes on theory of complex damping [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2002, 22(1): 1-6. (in Chinese)
- [14] WANG J. Rayleigh coefficients for series infrastructure systems with multiple damping properties [J]. Journal of Vibration and Control, 2015, 21(6): 1234-1248.
- [15] REGGIO A, DE ANGELIS M. Modelling and identification of structures with rate-independent linear damping [J]. Meccanica, 2015, 50(3): 617-632.
- [16] CHEN L Y, CHEN J T, CHEN C H, et al. Free vibration of a SDOF system with hysteretic damping [J]. Mechanics Research Communications, 1994, 21(6): 599-604.
- [17] 朱镜清. 频率相关粘性阻尼理论及有关问题的解 [J]. 振动与冲击, 1992, 11(4): 1-7.  
ZHU J Q. Frequency dependant viscous damping theory and some related problems [J]. Journal of Vibration and Shock, 1992, 11(4): 1-7. (in Chinese)
- [18] 朱镜清,朱敏. 复阻尼地震反应谱的计算方法及其它 [J]. 地震工程与工程振动, 2000, 20(2): 19-23.  
ZHU J Q, ZHU M. Calculation of complex damping response spectra from earthquake records [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2000, 20(2): 19-23. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)