doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2019.045



无黏性有限土体主动破坏及土压力 离散元分析

万励1,张兴周2,王宇峰2,徐立明4,徐长节1,3

(1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心;浙江省城市地下空间开发工程技术研究中心,杭州 310058;
2. 浙江交工集团股份有限公司,杭州 310000;3. 华东交通大学 土木建筑学院;江西省岩土工程基础设施 安全与控制重点实验室,南昌 330013;4. 浙江杭海城际铁路有限公司,浙江 嘉兴 314000)

摘要:建立在半无限土体假定上的朗肯土压力理论和库伦土压力理论,在挡土墙后填土有限的情况下不再适用。针对墙后无黏性填土,采用离散元方法分别对光滑、粗糙墙面平动模式下墙后有限宽度土体主动破坏的过程进行研究,分析了挡土墙运动过程中滑裂带发展、土体位移规律以及墙后水平土压力分布的情况。研究结果表明,墙体光滑情况下,滑裂带呈直线,墙后填土宽高比较小时,可以观察到滑裂带的反射,墙后土体呈多折线破坏模式,滑裂带倾角基本与库伦理论滑裂带倾角相等,且与土体宽高比无关,水平土压力合力受土体宽高比影响亦不大。墙体粗糙情况下,滑裂带呈曲线,反射现象随墙体粗糙程度增加而减弱,滑裂带倾角随土体宽高比增大而减小,最终落于库伦理论滑裂带内侧。此时,存在一临界宽高比,当墙后土体宽高比小于此值时,主动土压力随宽高比增大而增大,大于此值时,主动土压力不受宽高比影响。而无论墙体粗糙与否,墙后土体宽高比越小,达到极限状态所需墙体位移均越小。

关键词:挡土墙;有限土体;土压力;主动破坏;离散元 中图分类号:TU432 文献标志码:A 文章编号:2096-6717(2019)03-0019-08

DEM study on active failure and earth pressure of cohesionless soil with limited width behind retaining wall

Wan Li^1 , Zhang Xingzhou², Wang Yufeng², Xu Liming⁴, Xu Changjie^{1,3}

 Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering; Engineering Research Center of Urban Underground Development of Zhejiang Province, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China; 2. Zhejiang Communications Construction Group Co., Ltd, Hangzhou 310000, P. R. China; 3. School of Civil Engineering and Architecture; Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China; 4. Zhejiang Hanghai Intercity Railway Co., Ltd, Jiaxing 314000, Zhe jiang, P. R. China)

徐长节(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:xucj@zju.edu.cn。

Received: 2018-11-07

- Foundation item: National Program on Key Basic Research Project of China(No. 2015CB057801); National Natural Science Foundation of China(No. 51878276); National Science Foundation for Distinguished Young Scholars(No. 51725802)
- Author brief: Wan Li(1994-), main research intrests: foundation pit engineering, E-mail:21612188@zju.edu.cn. Xu Changjie(correspording author), professor, doctoral supervisor, E-mail:xucj@zju.edu.cn.

收稿日期:2018-11-07

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2015CB057801);国家自然科学基金(51878276);国家杰出青年科学基金(51725802)

作者简介:万励(1994-),女,主要从事基坑工程研究,E-mail:21612188@zju.edu.cn。

Abstract: The classical Coulomb and Rankine earth pressure theories are based on the assumption that the soil near a retaining wall are semi-infinite. It is obvious that these theories are no longer suitable for the narrow backfill behind a retaining wall. A series of numerical simulations are conducted by DEM to study the active failure process of limited cohesionless soil with finite width behind a rough and smooth walls. The development of the failure surface, the displacement field of the soils and the distribution of active earth pressure are analyzed. The results show that multiple slip surfaces occur in the backfill if the region behind the smooth wall is narrow enough. The slip surface angle is close to the Coulomb's theoretical solution, which shows no relation with the width height ratio. This ratio also has little influence on the active earth pressure in this case. In another case, when the wall is rough, the actual shape of failure surface is a curve rather than a straight line. The rougher the wall, the weaker the reflection. The angle of failure surface decreases along with the width height ratio of soils increases. And the failure surface is finally located inside the Coulomb's failure surface. There exists a critical width height ratio of soils behind the rough wall. The active earth pressure decreases with increases of the ratio if it is smaller than the critical value, but the active earth pressure is independent from the ratio if it is larger than the critical ratio. The smaller the width height ratio is, the smaller displacement of the ultimate equilibrium state will be, regardless of roughness of the retaining wall.

Keywords: retaining wall; limited soils; earth pressure; active failure; DEM

随着城市建设的不断推进,建筑密度逐渐加大, 临近既有建筑开挖深基坑的工程案例(如边坡挡土 墙、临近地铁车站基坑工程等)也越来越多。这种情 况下,基坑围护结构后方填土为有限宽度的情况也 越来越普遍(图1)。目前,经典的朗肯及库伦土压 力理论,均假定墙后填土为半无限体。而在此类工 程中,由于临近建筑物的影响,墙后土体范围有限, 而库伦或朗肯土压力理论滑裂面在贯穿土体表面之 前先交于既有建筑外墙,因此,在这种情况下,用这 一类经典土压力理论进行计算往往会使土压力计算 结果偏大,造成安全系数偏小,设计偏保守。





目前,针对墙后有限土体土压力问题,已有不少 学者对此展开研究。Frydman等^[1]进行了离心机模 型试验研究,并将试验结果与 Handy^[2]理论公式进 行对比。应宏伟等[3]采用颗粒图像测试技术,研究 挡墙平动模式下有限土体被动破坏的滑裂面发展规 律。杨明辉等[45]针对墙后有限宽度的无粘性填土, 进行了挡土墙平动、绕墙底转动和绕墙顶转动3种 不同变位模式下的主动土压力试验,探讨了填土的 土压力分布以及破坏模式,指出墙后土体破坏面为 一对数螺旋线,且始终位于库伦破坏面内侧,并结合 薄层单元法,得到墙后有限宽度土体的土压力分布。 马平等^[6]、王洪亮等^[7]、Chen等^[8]以及王闫超等^[9] 视墙后滑裂体为梯形,分别采用极限平衡法和薄层 单元法推导了墙后不同宽度土体的主动土压力计算 公式。Greco^[10]以及应宏伟等^[11]分别通过理论分析 以及数值模拟的方法,提出有限土体多折线的破坏 模式,并给出了主动土压力系数的计算方法、土压力 分布公式以及合力作用点。分析发现,目前,有限土 体土压力问题的理论分析多种多样,但其对于滑裂 面形状所作假设的合理性仍需推敲。其原因是,在 不同墙土摩擦角情况下,对墙后填土破坏模式缺乏 系统和深入的研究。室内试验可以从一定程度上揭 示墙后有限土体的破坏规律,但由于无法对墙土摩 擦角进行精确控制(如墙土内摩擦角为0的情况), 故仍有一定局限性。随着计算机科学技术的发展, 数值模拟成为研究土体中应力一应变的变化过程、揭 示土体微观性质的有力手段。不同于有限元法连续 介质和小变形的限制,离散元法允许各个离散块体 发生平动、转动甚至分离,因此,在研究颗粒介质大 变形和破坏问题时有明显的优势[12]。曾庆友等[13] 采用 PFC2D 给出了各种移动模式下,刚性挡墙的被 动土压力分布以及其随墙体位移发展规律,并与 Fang 等^[14]室内试验结果进行对比。Lai 等^[15]采用 PFC2D 探究超载作用下土拱效应的发挥过程,揭示 了其微观机理。Jiang 等^[16]考虑颗粒间滚动阻力的 影响,采用 PFC2D 模拟刚性挡墙不同运动模式下, 主动和被动土压力的发展,并讨论了土体细观参数 的影响。但这些研究均不涉及有限土体情况。

由以上分析可知,目前针对墙后有限土体主动 破坏模式的研究尚处于起步阶段。本文针对无黏 性土(即土粒之间的粘结力很弱或无粘结,往往形 成单粒结构的土体),在前人的研究基础上,采用 离散元数值分析软件 PFC2D,对比研究墙体有、无 摩擦情况下刚性挡墙平动过程中滑裂面的发展以 及主动土压力的分布情况,探究墙后有限土体主动 破坏模式。

离散元模型及参数 1

分析模型挡墙高1m,采用圆形颗粒与刚性墙 单元,模型如图2所示。左侧挡墙分为10段墙体单 元,每段墙高 0.1 m;右侧挡墙始终保持静止,模拟 地下构筑物外墙。挡墙底部 0.25 m 部分模拟墙后 填土底部垫层,在模拟过程中保持静止。通过变化 墙后填土宽度,分别模拟有限至半无限状态的土体, 即取墙后土体宽度与高度比值(宽高比)n=B/H= 0.2、0.4、0.6、1.0进行模拟。其中,B为墙后填土 宽度;H为墙后填土高度。

离散元模拟分为生成和加载两个阶段。

为得到合理的初始应力,生成阶段分两个步骤 进行。第1步,采用Lai等^[15]提出的改进多层压实法



(IMCM),分10层生成颗粒,颗粒初始参数取值见表 1。颗粒级配为0.78~1.94mm,中值粒径 $d_{50} =$ 1.36 mm。在生成阶段,颗粒与颗粒以及颗粒与墙 体之间接触均保持光滑。初始颗粒生成后,在g=9.8 m/s²的重力场下固结平衡。第2步,将填土初 始参数修改为表1中的模拟参数取值,并再次平衡。 颗粒试验参数参考文献[15]。颗粒间的内摩擦角可 通过建立数值双轴压缩试验获得。采用相同方法分 别制备孔隙比 e=0.176、0.219、0.282 的试样,进行 双轴压缩试验数值模拟。模拟结果如图 3 所示,得 到残余应力比 $\tau/\sigma=0.41$,其中, $\tau=(\sigma_1-\sigma_3)/2,\sigma=$ $(\sigma_1 + \sigma_3)/2, \sigma_1, \sigma_3$ 分别为大、小主应力。根据式 (1)^[15]得颗粒间内摩擦角约为24°。

$$\sin \varphi = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \tag{1}$$

表1 颗粒试验参数取值 Initial particle parameters used in DEM analysis Table 1

	颗粒						墙体		
参数	密度/	初始孔	法向接触刚度/	切向接触刚度/	摩擦系数	内摩擦角/	法向接触刚度/	切向接触刚度	ɛ/ 摩擦系数
	$(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	隙比	$(N \cdot m^{-1})$	$(N \cdot m^{-1})$	$\mu_{ m p}$	(°)	$(N \cdot m^{-1})$	$(N \cdot m^{-1})$	μ
初始参数	2 600	0.176	2.25 $\times 10^{7}$	2.25 $\times 10^{7}$	0	0	2.25 $\times 10^{7}$	1.5×10^{7}	0
模拟参数	2 600	0.176	2.25 $\times 10^{7}$	1.5×10^{7}	0.7	24	2.25 $\times 10^{7}$	1.5×10^{7}	0,0.3,0.5,0.7

用此生成方法所得初始水平土压力与理论水平 土压力比较如图 4 所示。理论静止土压力采用公式 $\sigma = k_0 \gamma h$ 计算,式中 $k_0 = 1 - \sin \varphi, \varphi$ 为土体内摩擦 角^[17]。可见,模拟结果与理论计算结果基本吻合, 土体初始应力状态合理,可对试样进行加载。

加载阶段为保证墙后土体处于准静态模式,设 置挡墙移动速度为1×10⁻³ m/s。模拟过程中,对作 用在每段挡墙上的土压力水平分量和竖直分量进行 记录。当土压力合力随墙体位移变化量趋于稳定 时,视土体达到极限状态。由于颗粒粗糙,在滑裂带



Fig. 3 Relations between stress ratio and axial strain



出现的位置上,颗粒间的相对运动将使得颗粒发生 转动,故滑裂带位置可用颗粒转角表示^[18]。当墙土 无摩擦,墙后填土宽高比 n=2.0时(此时可视墙后 土体为半无限情形^[16]),数值模拟所得滑裂面近似 为平面,其与水平面夹角基本与库伦理论滑裂面倾 角(57°)相符,如图 5。因半无限模型的颗粒间、颗粒 与墙体间接触模型以及土体破坏机理与有限土体模 型一致,故这一结果也证明了数值分析模型的可靠 性。且由于离散元数值模拟直接对颗粒接触进行模 拟,在不同应力水平下,也能保证结果的准确性,因 此得出的结论也可推广使用。

2 墙后土体破坏分析

2.1 墙后土体宽高比影响

 2.1.1 粗糙墙面 挡土墙后摩擦可通过设置不同的墙体摩擦系数 μ 来实现,以 μ=0.7 为例,墙面墙 土摩擦角δ可通过式(2)获得^[19]。





$$\delta = \arctan \frac{F_{y}}{F_{x}} \tag{2}$$

式中:F_y和F_x分别为作用在整段挡墙上土压 力合力的竖直分量与水平分量。模拟过程中,通过 对这两个分量的记录,可以得到不同宽高比情况下 墙土摩擦角随挡墙位移的发展趋势,如图 6 所示。 其中 S 为挡墙移动距离。当墙体位移超过 1.2‰H 时,墙土摩擦角达到稳定值,约为 23°。



with the wall movement

图 7 为粗糙墙面不同宽高比下,墙体位移量与 墙高之比 S/H 达到 2.5×10⁻³时的土颗粒转角示 意图(在本模拟中,墙体位移量与墙高之比 S/H 达 到 2.5×10⁻³时,所有算例土压力合力随墙体位移 变化量趋于稳定,可视土体达到主动极限状态)。可 见,当土体宽高比较大时(n=1.0),达到极限状态 后,墙后土体由从墙踵出发的一条直线滑裂带 AB 和一条曲线滑裂带 AC 分割。直线滑裂带 AB 发生 于贴近墙体的土体之中,曲线滑裂带 AC 有一定宽 度,远离墙踵一侧较宽。

当土体宽高比较小时(n=0.6、0.4、0.2),土体 破坏面主要由三段滑裂带 BA、AD、DC 组成。曲线



滑裂带 AD 与右侧墙面交于点 D,随后沿墙体 DC 直线延伸至土体表面,无法观察到明显的滑裂带反射现象。

随着土体宽高比的减小,曲线滑裂带 AD 的倾斜程度逐渐增大,墙踵处滑裂带 AD 的切线倾角稍小于墙体粗糙情况下库伦理论所得到的滑裂面倾角(51°)^[8]。但随着滑裂带的发展,其切线倾角逐渐增大,且宽高比越小,增大越明显,最终滑裂带 AD 位于库伦理论滑裂带内侧(图7、图8 中黑色实线)。此滑裂带形状与文献[4]模型试验结果基本一致。

2.1.2 光滑墙面 图 8 为光滑墙面不同宽高比下, 墙后土体达到极限平衡状态下的颗粒转角示意图。 当宽高比 n=1 时(图 9(a)),随左侧挡墙的位移增 大,墙后土体向挡墙方向移动。达到极限状态后,墙 后土体出现两条从墙踵出发,直至贯穿土体表面的 直线滑裂带。滑裂带 AB 发生在墙体和土颗粒的界 面上,滑裂带 AC 位于土体内部,且有一定宽度,与 水平面夹角约为 57°,与库伦理论相一致。以滑裂带 AC 为界,上方土颗粒位移方向基本一致,下方土颗 粒基本保持静止(图 10(a))。



Fig. 8 Displacement vector field of soil behind the rough wall under the ultimate equilibrium state(S/H=2.5%)

随宽高比减小,滑裂带与水平面夹角基本不变

(56°~59°)。与粗糙墙面不同的是,若一道滑裂带 无法贯穿土体而是与另一侧墙面相交时,以相交点 为起点,向左上方反射形成另一道滑裂带,至贯穿土 体,如 n=0.4(图 9(c)),滑裂带 AD 上方土体被反 射滑裂带 DE 划分成两块滑动土体。如图 11 所示, ADEB 块体中颗粒向挡墙方向运动;DCE 块体中颗 粒竖直向下运动;滑裂带 AD 下方土颗粒基本静止 不动。同一滑动土楔体中颗粒速度大小相近,运动 方向一致,可近似将其视为刚体。不同滑块交界处 颗粒运动方向不同,且颗粒间存在摩阻,导致交界面 处颗粒搓动,产生转动,形成滑裂带。

若宽高比继续减小,如 *n*=0.2(图 9(d)),滑裂 面反射一次后仍不能贯穿土体,则在 *E* 点发生二次 反射,以此类推。



图 9 光滑墙面墙后填土颗粒转角示意图(S/H=2.5%)







由以上分析可见,当墙土间存在摩擦时,土颗粒 与移动墙体间的滑裂带发生在靠近墙体表面并与其 接触的土颗粒之中。此时,贴近墙体的土颗粒运动 将受到墙体的影响,发生转动,故无法简单地将包含 这些发生转动颗粒的土楔体 ABCD 整体视为刚体 进行分析。而墙体光滑的情况下,墙体对与其接触 的土颗粒的运动无任何切向约束,土颗粒与墙体之 间的滑裂面正好发生在墙土界面上,土楔体 ABCD 中靠近墙体的部分土颗粒将不发生转动。但此时若



Fig. 11 Partial transient velocity vector field (n=0, 4)

假设滑动土楔体 ABCD 为刚体,且不存在反射滑裂 带 DE,则随墙体位移的增大,滑动土楔体 ABCD (图 9(c))将与右侧墙体分离,右墙面上端将不受土 压力作用。为保证在墙后土体有限的情况下土体不 与右侧墙体分离,则必然推导出反射滑裂面 DE 的 存在^[10]。此破坏模式在理论分析中并不少见,然 而,室内试验中墙体摩擦不可忽略,难以模拟出光滑 墙面,因此,试验无法观察到多折线破坏模式,得出 的滑裂带通常为弧线^[45]。

2.2 墙土摩擦角影响

由以上分析可知,墙面是否粗糙对墙后土体破 坏模式影响显著。为探究墙面粗糙程度对模拟结果 的影响,以反射现象最为明显的一组宽高比 (n=0.4)为例,分别改变墙土摩擦系数 $\mu=0$ 、0.3、 0.5、0.7进行模拟,所得墙土摩擦角分别为:0°、15°、 20°、23°(图 12)。



Fig. 12 Sketches of soil-wall friction angles vary with soil-wall friction coefficients (n=0, 4)

不同墙土摩擦系数所得出的墙后有限土体破坏

模式如图 13 所示。随墙土摩擦系数增大,滑动土楔体内部更加破碎,滑裂带 AD 由直线变为曲线,反射 滑裂带 DE 越不明显,即滑裂带反射现象随墙土摩 擦系数增加而减弱。目前,不少解析解均基于墙后 土体多道滑裂面的假定进行^[10-11],本文研究结果表 明,只有当墙土摩擦角较小时,才可采取此假定。



Fig. 13 Sketches of particle rotations of soil behind retaining walls vary with soil-wall friction angle (S/H=2.5%)

3 土压力结果分析

在离散元数值模拟中,墙体位移量与墙高之比 S/H达到2.5×10⁻³时,所有算例中,土压力合力随 墙体位移变化量趋于稳定,可视土体达到主动极限 状态。图14为不同宽高比下,土压力沿挡墙的分布 规律随位移变化(S/H)示意图。



the depth of the wall

可见,随墙体位移增大,挡土墙上主动土压力逐 渐减小,由于土拱效应的影响,土压力在墙踵附近减 小较快。不论墙体是否有摩擦,土压力变化趋势基 本相同。但挡墙粗糙情况下,土压力减小更快,达到 极限状态时的土压力较小,且减小程度随宽高比 *n* 的减小而增大。

图 15、图 16 分别是光滑墙体和粗糙墙体各级位 移下,不同宽高比土体主动土压力合力随墙体位移的 变化情况。可见,当墙体光滑时,不同宽高比对极限 状态下主动土压力合力值的影响不大,但达到极限状 态所需的位移随宽高比增大而增大。其中 *n*=1.0 时,*S*/*H*=1.0×10⁻³;*n*=0.2 时,*S*/*H*=0.5×10⁻³。



Fig. 15 Total earth pressure against the smooth wall with the wall movement



Fig. 16 Total earth pressure against the rough wall with the wall movement

当墙体粗糙时,主动土压力合力随宽高比增大 而增大;墙后土体宽高比 n≥0.4 时,主动土压力合 力受宽高比影响不大,但其值始终小于光滑墙面土 压力。墙体粗糙情况下墙后土体达到极限状态所需 的墙体位移稍大于光滑墙面,当n=1.0时,S/H=1.5×10⁻³;n=0.2时, $S/H=0.6\times10^{-3}$ 。

4 结论

采用离散元数值分析方法,对平动模式下的墙 后有限宽度无黏性土体主动土压力问题进行了模 拟,探讨了墙面粗糙及光滑两种情况下,不同土体宽 高比及墙土摩擦角对土压力分布、土体破坏模式的 影响,根据研究所得的结论可推导出适用于墙后土 体有限情况下的土压力计算公式,更准确地指导类 似工程的挡墙设计。

1)光滑墙面墙后土体主动破坏时,滑裂带为通 过墙踵并贯穿土体的一道或反射成的多道直线。滑 裂带将土体分割成多块滑动土楔体,土楔体中颗粒 运动模式相似。滑裂带倾角与库伦理论解一致,且 与墙后土体宽高比无关。

2)粗糙墙面墙后土体主动破坏的滑裂带为曲 线,滑裂带与墙面相交后沿墙面贯穿土体表面,墙体 越粗糙,滑裂带反射现象越不明显。位于墙踵处滑 裂带的切线倾角稍小于库伦倾角,但随滑裂面的发 展,其切线倾角增长较快,最终落于库伦理论破坏线 内侧。

3)光滑墙面情况下墙后土体达到极限状态所需 的位移较小,土压力减小速度较慢,达到极限状态的 土压力大于粗糙墙面情况下的土压力,且土压力合 力大小与宽高比无关。

4)粗糙墙面情况下,墙后土体达到极限状态所 需的位移较大,土压力减小速度较快,且宽高比越小 减小的程度越大。存在一临界土体宽高比,当土体 宽高比小于此值时,主动土压力合力随宽高比增大 而增大,而当土体宽高比大于此值时,主动土压力合 力不再发生变化,墙后土体可视为半无限体。

参考文献:

- [1] FRYDMAN S, KEISSAR I. Earth pressure on retaining walls near rock faces [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1987, 113(6): 586-599.
- [2] HANDY R L. The arch in soil arching [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(3): 302-318.
- [3] 应宏伟, 张金红, 王小刚, 等. 有限土体刚性挡墙平动 模式被动土压力试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(6): 978-986.

YING H W, ZHANG J H, WANG X G, et al. Experimental analysis of passive earth pressure against rigid retaining wall under translation mode for finite soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(6): 978-986. (in Chinese)

[4]杨明辉,戴夏斌,赵明华,等.墙后有限宽度无黏性土 主动土压力试验研究[J].岩土工程学报,2016,38 (1):131-137.

YANG M H, DAI X B, ZHAO M H, et al. Experimental study on active earth pressure of cohesionless soil with limited width behind retaining wall [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(1): 131-137. (in Chinese)

[5]杨明辉,戴夏斌,赵明华,等.曲线滑裂面下有限宽度 填土主动土压力计算[J].岩土力学,2017,38(7): 2029-2035.

YANG M H, DAI X B, ZHAO M H, et al. Calculation of active earth pressure for limited soils with curved sliding surface [J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(7): 2029-2035. (in Chinese)

- [6] 马平,秦四清,钱海涛.有限土体主动土压力计算[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(Sup1):3070-3074.
 MA P, QIN S Q, QIAN H T. Calculation of active earth pressure for limited soils [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(Sup1): 3070-3074. (in Chinese)
- [7] 王洪亮, 宋二祥, 宋福渊. 紧邻既有建筑基坑有限土体 主动土压力计算方法[J]. 工程力学, 2014, 31(4): 76-81.

WANG H L, SONG E X, SONG F Y. Calculation of active earth pressure for limited soil between existing building and excavation [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(4): 76-81. (in Chinese)

- [8] CHEN J J, LI M G, WANG J H. Active earth pressure against rigid retaining walls subjected to confined cohesionless soil [J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(6): 06016041.
- [9]王闫超,晏鄂川,陆文博,等.无黏性有限土体主动土 压力解析解[J]. 岩土力学,2016,37(9):2513-2520.
 WANG Y C, YAN E C, LU W B, et al. Analytical solution of active earth pressure for limited cohesionless soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(9): 2513-2520. (in Chinese)
- [10] GRECO V. Active thrust on retaining walls of narrow backfill width [J]. Computers and Geotechnics, 2013, 50: 66-78.

[11] 应宏伟, 黄东, 谢新宇. 考虑邻近地下室外墙侧压力影

响的平动模式挡土墙主动土压力研究[J]. 岩石力学与 工程学报,2011,30(Sup1):2970-2978.

YING H W, HUANG D, XIE X N. Study of active earth pressure on retaining wall subject to translation mode considering lateral pressure on adjacent existing basement exterior wall [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30 (Sup1): 2970-2978. (in Chinese)

- [12] 刘凯欣,高凌天. 离散元法研究的评述[J]. 力学进展, 2003, 33(4): 483-490.
 LIU K X, GAO L T. A review on the discrete element method [J]. Advances in Mechanics, 2003, 33(4): 483-490. (in Chinese)
- [13] 曾庆有,周健.不同墙体位移方式下被动土压力的颗 粒流模拟[J]. 岩土力学,2005,26(Sup1):43-47.
 ZENG Q Y, ZHOU J. Analysis of passive earth pressure due to various wall movement by particle flow code (2D)[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26 (Sup1):43-47.(in Chinese)
- [14] FANG Y S, ISHIBASHI I. Static earth pressures with various wall movements [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 112(3): 317-333.
- [15] LAI H J, ZHENG J J, ZHANG J, et al. DEM analysis of "soil"-arching within geogrid-reinforced and unreinforced pile-supported embankments [J]. Computers and Geotechnics, 2014, 61: 13-23.
- [16] JIANG M J, HE J, WANG J F, et al. Distinct simulation of earth pressure against a rigid retaining wall considering inter-particle rolling resistance in sandy backfill [J]. Granular Matter, 2014, 16(5): 797-814.
- [17] JAKY J. The coefficient of earth pressure at rest [J]. Journal for Society of Hungarian Architects and Engineers, 1944, 78(22):355-358.
- [18] NITKA M, TEJCHMAN J, KOZICKI J, et al. DEM analysis of micro-structural events within granular shear zones under passive earth pressure conditions [J]. Granular Matter, 2015, 17(3): 325-343.
- [19] LI M G, CHEN J J, WANG J H. Arching effect on lateral pressure of confined granular material: numerical and theoretical analysis [J]. Granular Matter, 2017, 19(2): 20.