

doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2019.131



粘弹塑性土工格栅加筋尾矿流变模型研究

易富^{1a}, 杜常博^{1b}, 李军², 张利阳^{1b}, 张晋³

(1. 辽宁工程技术大学 a. 建筑与交通学院; b. 土木工程学院, 辽宁 阜新 123000;
2. 沈阳建筑大学 土木工程学院, 沈阳 110000; 3. 西南交通大学 土木工程学院 成都 610031)

摘要:分析土工格栅工程力学特性对加筋尾矿结构变形和长期稳定的影响,基于四参数粘弹塑性模型表征土工格栅长期低应力作用下的力学特性,提出了土工格栅加筋尾矿的流变模型,把加筋复合体受力分析分为两个阶段,分别对应尾矿处于弹性状态和塑性状态,将尾矿产生塑性变形的时间(塑性到达时间)作为两个阶段分界点,并给出了两个阶段的加筋复合体本构关系表达式。研究表明:四参数粘弹塑性模型能够准确反映土工格栅的衰减型蠕变和应力松弛特征;第 1 阶段,筋材中的应力随时间减小,导致尾矿中的微观应力重新分布,直到尾矿达到屈服条件进入第 2 阶段,筋材的应力开始保持不变,加筋复合体整体应变由于筋材的蠕变而增加;加筋复合体受力快速由第 1 阶段过渡到第 2 阶段,第 1 阶段变形很小,复合体整体应变主要由第 2 阶段导致;塑性到达时间受到土工格栅模型参数中 Kelvin 系数和尾矿强度参数内摩擦角的影响显著。

关键词:加筋尾矿复合体;粘弹塑性;蠕变;应力松弛;土工格栅

中图分类号:TU431 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2019)06-0052-09

Research on rheological model of tailings reinforced by viscoelasto-plastic geogrids

Yi Fu^{1a}, Du Changbo^{1b}, Li Jun², Zhang Liyang^{1b}, Zhang Jin³

(1. a. College of Architecture and Transportation; b. College of Civil Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin 123000, Liaoning, P. R. China; 2. College of Civil Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110000, P. R. China; 3. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chendu 610031, P. R. China)

Abstract: In order to investigate the influence of mechanical properties of geogrids on the deformation and long-term stability of reinforced tailings, a rheological model for tailings reinforced by geogrids has been proposed based on the viscoelasto-plastic model with four parameters for mechanical properties of geogrids under long-term low stress loading condition. In this model, the force analysis of reinforced complexus is divided into two stages, i. e., the elastic and plastic states. The time point when plastic deformation (plastic arrival time) occurs is taken as the dividing point of two stages, and then the constitutive relations

收稿日期:2019-05-25

基金项目:国家自然科学基金(51774163);辽宁省教育厅科研基金(LJYL054);鞍钢科研项目(2018~科 A19)

作者简介:易富(1978-),男,教授,博士,博士生导师,主要从事环境岩土工程及道路工程研究,E-mail:yifu9716@163.

杜常博(通信作者),男,博士,E-mail:duchangbo2839@163.com。

Received:2019-05-25

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51774163); Liaoning Provincial Education Department Research Fund Project (No. LJYL054); Scientific Research Project of Angang Group (No. 2018, Ke-A19)

Author brief: Yi Fu(1978-), professor, PhD, doctoral supervisor, main research interests: environmental geotechnical engineering and road engineering, E-mail: yifu9716@163.

Du Changbo(corresponding author), PhD, E-mail: duchangbo2839@163.com.

of the two stages of reinforced complex are put forward. Results show that the viscoelasto-plastic model with four parameters can accurately reflect attenuated creep and stress relaxation characteristics of geogrids. In the first stage, the stress of geogrids decreases with time, leading to the redistribution of micro-stress in tailings. This continues until the tailing yields and moves into the second stage. In this stage, the overall strain of reinforced composite increases as a result of creep of geogrids. The force of reinforced composite soon changes from first stage to second stage and the overall strain is mainly caused by the second stage. The plastic arrival time is significantly influenced by the Kelvin coefficient of geogrids model parameters and the internal friction angle.

Keywords: reinforced tailings complex; viscoelastic plastic; creep; stress relaxation; geogrids

加筋尾矿是由土工格栅和尾矿两部分组成的复合体,其中,土工格栅是高分子聚合物,变形表现出明显的应变软化特征^[1],尾矿是特殊的人工砂石材料。加筋尾矿结构中土工格栅处于受拉状态,在长期荷载作用下筋材的应力-应变会随着时间增长而变化,表现出特有的蠕变和应力松弛特性,将引起加筋结构内部应力状态的重新分布,对加筋尾矿结构的稳定性和变形产生较大影响。

最初常用弹塑性理论研究土工合成材料的本构关系,不考虑土工合成材料变形的时间效应,如线性、双曲线、多项式^[2-5]等经验模型;而近年来,考虑到土工合成材料的流变性能,一些学者提出了经验模型、元件模型和内时模型等流变模型^[6-9],表征加筋材料的粘弹塑性变形特征,并把筋材和土体看成宏观均匀的复合材料,认为筋土的相互作用表现为内力^[10-11];在此基础上,研究土工格栅加筋土的本构模型也考虑了加筋材料的流变特性,如 Sawicki 等^[12]、肖成志等^[13]、李丽华等^[14]、周志刚等^[15]均采用土工格栅三参数粘弹性模型,提出了考虑筋材蠕变性能的加筋土流变模型,但现有的三参数粘弹性模型没有考虑土工格栅的塑性特征,无法全面准确地反映加筋结构中土工格栅长期荷载作用下的力学特性。

在考虑土工格栅长期荷载作用下塑性特征的基础上,建立了适用于加筋尾矿的流变模型,假设土工格栅是粘弹塑性体,尾矿是弹塑性体,把加筋尾矿复合体看成一个整体,整个复合体受力分为尾矿处于弹性或塑性状态两个阶段,分别建立两个阶段的模型方程,推导出了这两个阶段加筋尾矿复合体的本构关系表达式。

1 加筋尾矿复合体流变模型推导

1.1 基本假定

假定加筋尾矿复合体是宏观均匀各项异性的复合材料,其中,土工格栅为粘弹塑性材料,尾矿是弹塑性材料,满足 Mohr-Coulomb 强度准则;假设土工格栅与尾矿之间完全粘结,没有相对滑动,格栅只是处于受拉状态,加筋复合体的剪应力、剪应变均由尾矿承担;把加筋尾矿复合体变形分成两个阶段进行分析,第1阶段尾矿表现为弹性,尾矿开始进入塑性状态为第2阶段;整个阶段加筋尾矿复合体均为粘弹塑性。

1.2 土工格栅粘弹塑性模型

目前,许多学者在研究土工格栅元件模型时大多采用三参数粘弹性模型,该模型由弹簧和 Kelvin 体两部分串联而成,能够反映土工格栅低应力下的蠕变规律。但是,大量土工合成材料的蠕变试验结果显示,三参数粘弹性模不能准确计算出土工格栅的起始蠕变点,也无法反映塑性变形规律,所以,此模型无法很好的应用于理论计算。文献[12]提出在三参数粘弹性模型的基础上增加一个线性塑性滑块,改进成四参数粘弹塑性模型(如图 1a 所示),定义这个塑性元件的单位宽度拉力与塑性应变呈线性关系,且塑性变形不可恢复,这样就能调整土工格栅蠕变的起始应变准确模拟蠕变情况,并能准确预测格栅的应力松弛变化规律。

经过受力与变形分析,在加载过程中,土工格栅的微分本构关系为

$$\left[1 + \frac{E_2}{E_{1R}}\right]T + \frac{\eta}{E_{1R}} \frac{dT}{dt} = E_2 \epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} \quad (1a)$$

$$\text{式中: } E_{1R} = \frac{E_1 R}{E_1 + R} \quad (1b)$$

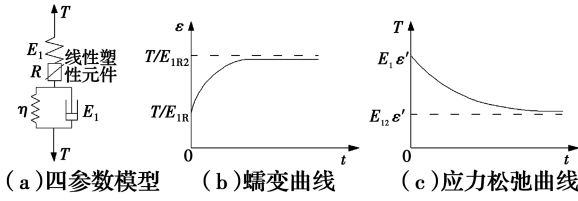


图1 土工格栅四参数粘弹塑性模型及其蠕变、应力松弛曲线

Fig. 1 Four-parameter viscoelasto plastic model of geogrids and its creep and stress relaxation curves

式中: E_1 为弹性元件的刚度系数, kN/m ; R 为线性塑性元件的塑性模量, kN/m ; E_2 为 Kelvin 体弹簧的刚度系数, kN/m ; η 为 Kelvin 体粘壶的粘滞系数, $\text{kN} \cdot \text{h/m}$; T 为筋材单位宽度上的拉力, kN/m ; ε 为对应应变, %; t 为蠕变时间, h 。

1.2.1 蠕变 令式(1)中荷载 T 为常数, 可得到土工格栅的蠕变方程(见图 1(b))为

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{T}{E_1} + \frac{T}{R} + \frac{T}{E_2} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta}\right) \right] \quad (2)$$

在 $t=0$ 时, 土工格栅的初始蠕变为

$$\varepsilon(t=0) = \frac{T}{E_{1R}} \quad (3)$$

在 $t \rightarrow \infty$ 时, 格栅的蠕变达到稳定状态, 此时

$$\varepsilon(t \rightarrow \infty) = \frac{T}{E_{1R}} + \frac{T}{E_2} = \frac{T}{E_{1R2}} \quad (4a)$$

$$\text{式中: } E_{1R2} = \frac{E_1 R E_2}{E_1 R + R E_2 + E_2 E_1} \quad (4b)$$

1.2.2 应力松弛 在 $t=0$ 时, 尚未发生流变变形, 筋材保持弹塑性应变不变, 即

$$\varepsilon(t=0) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \text{常数} \quad (5)$$

随着应力松弛的开始, 流变逐渐产生, 因塑性应变不可恢复, 那么弹性应变减少, 粘性应变增加, 二者之和依然为常数。

$$\varepsilon'(t > 0) = \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = \varepsilon - \varepsilon_2 = \text{常数} \quad (6)$$

式中: ε' 为部分应变的组合, %。

将式(6)代入式(1)可得土工格栅在恒定应变($\dot{\varepsilon}'=0$)情况下的应力松弛方程(见图 1(c))为

$$T = [E_1 - E_{12}] \varepsilon' \exp\left(-\frac{E_1 + E_2}{\eta} t\right) + E_{12} \varepsilon' \quad (7a)$$

$$\text{式中: } E_{12} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (7b)$$

在 $t=0$ 时, 对土工格栅应力松弛方程进行了瞬时响应计算, 从公式(7)中可表示为

$$T(t=0) = E_1 \varepsilon' \quad (8)$$

由方程(7)可得出土工格栅在恒定应变下渐进行为(即 $t \rightarrow \infty$)的应力松弛情况为

$$T(t \rightarrow \infty) = E_{12} \varepsilon' \quad (9)$$

1.3 加筋尾矿复合体模型的建立

宏观上将格栅和尾矿组成的加筋尾矿复合体视为均质各项异性材料, 其应力-应变为 σ_{ij} 、 ε_{ij} , 微观上加筋复合体的应力-应变由尾矿微观应力-应变 σ_{ij}^s 、 ε_{ij}^s 和筋材应力应变 σ_{ij}^r 、 ε_{ij}^r 分别承担, 加筋复合体中尾矿和筋材所占的体积比分别为 n_s 、 n_r , 则其关系式^[12]为

$$n_s + n_r = 1 \quad (10)$$

$$\sigma_{ij} = n_s \sigma_{ij}^s + n_r \sigma_{ij}^r; \quad (11)$$

$$\varepsilon_{ij} = n_s \varepsilon_{ij}^s + n_r \varepsilon_{ij}^r$$

式中: $n_r = e/\Delta h$, 其中, e 为格栅厚度, m ; Δh 为格栅层间距, m 。

本文研究平面应变状态下的加筋尾矿结构, 假定筋材只在 x 方向上工作, 图 2 所示为加筋复合体在平面应变状态下宏观应力与微观应力关系示意图, 假定格栅只处于受拉状态, 不考虑格栅在厚度方向的压缩和弯曲变形, 则式(11)可简化为

$$\sigma_z = \sigma_z^s = \sigma_z^r; \sigma_x = n_s \sigma_x^s + n_r \sigma_x^r; \quad (12)$$

$$\tau_{xz} = n_s \tau_{xz}^s + n_r \tau_{xz}^r \cong \tau_{xz} = \tau \quad (12)$$

$$\varepsilon_z \cong \varepsilon_z^s; \varepsilon_x = \varepsilon_x^s = \varepsilon_x^r; \varepsilon_{xz} \cong \varepsilon_{xz}^s \quad (13)$$

式(12)和式(13)中各参数为加筋复合体在平面应变状态下宏观和微观应力应变, 其中 $(\sigma_z, \sigma_x, \tau_{xz})$, $(\varepsilon_z, \varepsilon_x, \varepsilon_{xz})$ 为加筋复合体的宏观应力应变; $(\sigma_z^s, \sigma_x^s, \tau_{xz}^s)$, $(\varepsilon_z^s, \varepsilon_x^s, \varepsilon_{xz}^s)$ 为尾矿的微观应力应变; $(\sigma_z^r, \sigma_x^r, \tau_{xz}^r)$, $(\varepsilon_z^r, \varepsilon_x^r, \varepsilon_{xz}^r)$ 为筋材的微观应力-应变。

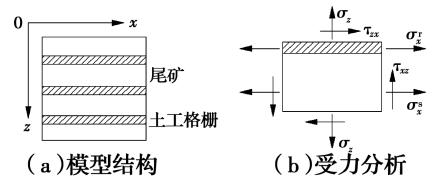


图2 加筋尾矿宏观微应力的关系示意图

Fig. 2 Sketch of relationship between macro- and micro stress of reinforced tailings

1.3.1 第1阶段: 尾矿处于弹性状态 当尾矿处于弹性状态而土工格栅为粘弹塑性材料时, 由平面应变条件下广义 Hooke 定律得

$$\varepsilon_x^s = \frac{1 + \nu_s}{E_s} [(1 - \nu_s) \sigma_x^s - \nu_s \sigma_z^s] \quad (14)$$

$$\varepsilon_z^s = \frac{1 + \nu_s}{E_s} [(1 - \nu_s) \sigma_z^s - \nu_s \sigma_x^s] \quad (15)$$

式中: E_s 为尾矿变形模量, MPa ; ν_s 为泊松比。

将式(10)~式(13)代入式(14), 整理得

$$\epsilon_x = \frac{1 + \nu_s}{E_s} \left[\frac{(1 - \nu_s)}{n_s} \sigma_x - \nu_s \sigma_z - \frac{(1 - \nu_s) n_r}{n_s} \sigma_r \right] \quad (16)$$

根据土工格栅在长度方向的平衡条件,得到格栅沿长度方向上的应力 $n_r \sigma_r$ 与单位宽度上的拉力 T 的关系为

$$n_r \sigma_r = \frac{T}{\Delta h} \quad (17)$$

结合式(16)和式(17),并考虑筋材在加筋复合体中所占的体积比很小($n_s \cong 1$),可得

$$\epsilon_x = \frac{1 + \nu_s}{E_s} [(1 - \nu_s) \sigma_x - \nu_s \sigma_z] - \frac{(1 - \nu_s^2)}{E_s \Delta h} T \quad (18)$$

将式(18)代入式(1),得

$$\frac{dT}{dt} + qT = p \quad (19a)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{E_2 + E_{1R}(1 + AE_2)}{\eta(1 + AE_{1R})} \\ p &= \frac{E_{1R}E_2(1 + \nu_s)}{\eta E_s(1 + AE_{1R})} [(1 - \nu_s) \sigma_x - \nu_s \sigma_z] \end{aligned} \right\} A = \frac{1 - \nu_s^2}{E_s \Delta h} \quad (19b)$$

假定土工格栅的初始应力为 T_0 , 求解方程式(19)可得

$$T = \left(T_0 - \frac{p}{q} \right) \exp(-qt) + \frac{p}{q} \quad (0 < t < t_p) \quad (20a)$$

$$\text{式中: } \frac{p}{q} = \frac{E_{1R}E_2(1 + \nu_s)}{E_s[E_2 + E_{1R}(1 + AE_2)]} [(1 - \nu_s) \sigma_x - \nu_s \sigma_z] \quad (20b)$$

式中: t_p 为塑性到达时间(加筋复合体达到第2阶段所需要的时间), h 。

根据式(10)和式(17)可得尾矿水平应力为

$$\sigma_x^s = \sigma_x - n_r \sigma_r = \sigma_x - \frac{T}{\Delta h} \quad (21)$$

为求得加筋尾矿复合体的塑性到达时间 t_p , 假定尾矿为弹塑性材料, 满足 Mohr-Coulomb 准则, 所以有^[14]

$$f = (\sigma_z - \sigma_x^s)^2 - (\sigma_z + \sigma_x^s) \sin \varphi + 4\tau^2 \quad (22)$$

当考虑 σ_z, σ_x^s 为主应力时, 式(22)可写成

$$f = (\sigma_z - \sigma_x^s) - (\sigma_z + \sigma_x^s) \sin \varphi \leq 0 \quad (23)$$

不等式(23)定义了对应尾矿弹性行为 σ_x^s 的范围, 即

$$\sigma_x^s \geq \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_z \quad (24)$$

当式(24)取等号时, 为尾矿弹性状态结束塑性状态开始的临界点。令 $\Phi = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_z$, 将式(21)与式(24)代入式(20), 可求得加筋复合体的塑性到达时间 t_p 为

$$t_p = -\frac{1}{q} \ln \frac{(\sigma_x - \Phi) \Delta h - p/q}{T_0 - p/q} \quad (25)$$

1.3.2 第2阶段:尾矿进入塑性状态 当尾矿进入塑性状态时, 尾矿符合屈服条件式(23)。根据与破坏条件相关联的流动法则, 塑性应变的表达式为^[14]

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_x^{pl} &= -2\lambda [\sigma_z(1 + \sin^2 \varphi) - \sigma_x^s \cos^2 \varphi] \\ \dot{\epsilon}_z^{pl} &= 2\lambda [\sigma_z \cos^2 \varphi - \sigma_x^s(1 + \sin^2 \varphi)] \\ \dot{\epsilon}_r^{pl} &= 2\lambda [4\tau] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式中: λ 为塑性阶段的变形。

此时, 尾矿处于塑性状态, 应满足条件

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}^s} d\sigma_{ij}^s = 0 \quad (27)$$

将式(23)代入上述流动法则得

$$-[\sigma_z(1 + \sin^2 \varphi) - \sigma_x^s \cos^2 \varphi] d\sigma_x^s + [\sigma_z \cos^2 \varphi - \sigma_x^s(1 + \sin^2 \varphi)] d\sigma_z + 4\tau d\tau = 0 \quad (28)$$

假定加筋复合体的宏观应力不变, 即 $d\sigma_x = d\sigma_z = d\tau = 0$, 由式(21)得

$$d\sigma_x^s = -\frac{dT}{\Delta h} \quad (29)$$

再将式(29)代入到式(28), 得

$$[\sigma_z(1 + \sin^2 \varphi) - \sigma_x^s \cos^2 \varphi] dT = 0 \quad (30)$$

要使等式(30)成立, 则有 $dT = 0$ 或 $\sigma_z(1 + \sin^2 \varphi) - \sigma_x^s \cos^2 \varphi = 0$, 所以, 这两种情况下的结果都相同, 即 T 为常数。

因此, 当尾矿进入塑性状态后, 加筋复合体的应力保持不变, 尾矿的塑性流动由加筋复合体粘弹塑性变形决定, 此时土工格栅加筋尾矿的流变模型为

$$\frac{d\epsilon_x}{dt} + \frac{E_2}{\eta} \epsilon_x = \frac{E_{1R} + E_2}{\eta E_{1R}} T \quad (31)$$

求解式(31)微分方程, 得到尾矿塑性状态时加筋复合体的水平变形方程为

$$\epsilon_x = \left(\epsilon_p - \frac{T}{E_{1R2}} \right) \exp\left(-\frac{E_2 t}{\eta}\right) + \frac{T}{E_{1R2}} \quad (32)$$

式中: ϵ_p 为加筋复合体在弹性结束时、塑性开始时的应变, %。

由于塑性阶段加筋复合体应力恒定, 塑性流动

由筋材粘弹塑性变形控制,说明塑性流动取决于时间,即: $\epsilon_x^{pl} = \frac{d\epsilon_x^{pl}}{dt}$ 。所以,根据式(26)中第1个方程和式(32)得

$$\lambda = \frac{E_2 \left(\epsilon_p - \frac{T}{E_{1R2}} \right) \exp \left(-\frac{E_2 t}{\eta} \right)}{2[\sigma_c (1 + \sin^2 \varphi) - \sigma_x^s \cos^2 \varphi]} \quad (33)$$

通过上述推导可得尾矿处于弹性和塑性状态两个阶段的加筋尾矿复合体的本构关系:第1阶段尾矿处于弹性状态时,式(20)描述了筋材应力的降低,导致在尾矿中的微观应力重新组合,直到尾矿达到屈服条件,方程式(18)给出了此阶段加筋复合体的应变关系式,式(17)和式(21)分别给出了加筋复合体中筋材和尾矿的应力关系式;第2阶段尾矿达到屈服条件进入塑性状态时,塑性到达时间可由式(25)确定,此阶段加筋复合体的应力恒定,整个加筋尾矿复合体应变由于筋材的蠕变而增大,第2阶段的变形函数可由式(33)给出,再结合式(26)和式(32)可得出第2阶段的水平和竖向变形方程。

以上分析可知,加筋复合体的受力不仅与土工格栅和尾矿的应力有关,还与土工格栅材料特性、尾矿物理特性、加筋层间距及时间有关。

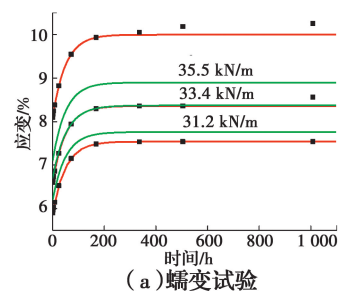
2 模型参数求解

2.1 土工格栅模型参数求解

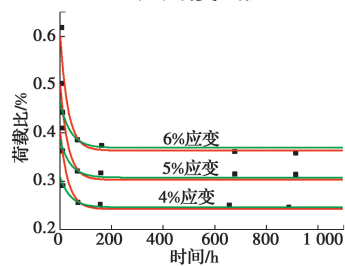
采用栾茂田^[6]的试验,他对不同规格的单向土工格栅进行了蠕变试验,选取型号 EG65R 的土工格栅的试验数据。EG65R 土工格栅的极限荷载为 65 kN/m,蠕变数据选取荷载作用为 31.2、33.4、35.5 kN/m,而应力松弛选取应变为 4%、5%、6%,具体数据如图 3 所示。

首先,求取土工格栅模型中弹簧刚度系数 E_1 ,参照杨广庆等^[16]对土工格栅不同荷载速率下的试验数据,取其中 C 型 HDPE 格栅也就是 EG65R 格栅在 50 mm/min 荷载速率作用下初始应力-应变的斜率做的 E_1 值,然后,根据上述试验数据并结合方程(3)和 aa(4)可求得粘弹塑性模型参数 E_2 和 R ,粘滞系数 η 可由蠕变曲线拟合得到,计算结果见表 1。将求解出的粘弹塑性模型参数分别代入式(2)蠕变方程和式(7)应力松弛方程,然后与试验数据对比。由图 3 可知,粘弹塑性模型能够较真实地反映土工格栅衰减型蠕变和应力松弛规律,而在实际工程中,土工格栅所受荷载一般不大于其极限应力的 55%,所以,本模型对于现场加筋工程设计具有一定

的指导意义。而 Sawicki 提出的三参数模型的预测结果与试验数据相差较大,尤其对于蠕变模拟,由于不考虑格栅的塑性,认为土工格栅起始蠕变为弹性应变(可得出 $E_1 = 500$ kN/m),造成不同荷载下格栅起始蠕变和最终蠕变成比例增长;而对应力松弛模拟则在起点相差较大,之后与本文模型模拟基本一致,这是由于不考虑筋材不可恢复的塑性变形。



(a) 蠕变试验



(b) 应力松弛

注: ■ 文献[6]试验数据 — 本文模型预测
— Sawicki三参数模型

图 3 试验数据与本文模型对比

Fig. 3 Comparison between experimental data and the model of this paper

表 1 土工格栅粘弹塑性模型的四参数值

Table 1 Four parameter values of viscoelasto plastic model of geogrids

$T/$ (kN · m ⁻¹)	$E_1/$ (kN · m ⁻¹)	$R/$ (kN · m ⁻¹)	$E_2/$ (kN · m ⁻¹)	$\eta/$ (kN · h · m ⁻¹)
31.2	1.3×10^3	0.92×10^3	2.0×10^3	100×10^3
33.4	1.3×10^3	0.86×10^3	2.0×10^3	100×10^3
35.5	1.3×10^3	0.67×10^3	2.0×10^3	100×10^3

分析 EG65R 格栅在发生蠕变时其塑性应力-应变的关系,由于认为塑性元件是过原点的线性关系,所以,对 EG65R 格栅在荷载为 31.2、33.4、35.5 kN/m 及其对应塑性应变 3.4%、3.9%、5.3% 的数据进行线性拟合,可发现塑性应力-应变关系为: $T = 7.8\epsilon_2$,即认为在蠕变过程中塑性元件的塑性模量为 $R = 0.78 \times 10^3$ kN/m。

2.2 加筋复合体模型参数求解

假定有一座采用本文土工格栅加筋的尾矿坝,坝体中土工格栅处于 3.25 kN/m 的应力状态下(即

应力水平为 5%)^[15],取尾矿堆积坝深度 z 方向 3 m 的某加筋尾矿单元为研究对象,尾矿具有的物理性质指标见表 2。

表 2 尾矿物理参数取值

Table 2 The physical parameter value of tailings

深度 z/m	重度 $\gamma/$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$)	泊松比 ν_s	变形模量 E_s/MPa	粘聚力/ kPa	内摩擦 角 $\varphi/(\circ)$
3	17.4	0.25	30	15.7	33.4

定义受压的应力-应变为正,受拉的应力-应变为负,尾矿坝体的侧压力系数 $K_0 = \nu_s / (1 - \nu_s) = 1/3$ 。

尾矿单元应力为:竖直方向 $\sigma_z^s = \gamma z = 52.2 \text{ kPa}$,水平方向 $\sigma_x^s = K_0 \sigma_z^s = 17.4 \text{ kPa}$;土工格栅初始应力 $T_0(t=0) = -3.25 \text{ kN/m}$,取土工格栅层间距 Δh 为 0.5 m,则格栅水平向单元应力为 $n_r \sigma_x^r = -3.25 / 0.5 = -6.5 \text{ kPa}$ 。所以,加筋尾矿复合体单元宏观应力为:竖直方向 $\sigma_z = \sigma_z^s = 52.2 \text{ kPa}$,水平方向 $\sigma_x = \sigma_x^s + n_r \sigma_x^r = 17.4 - 6.5 = 10.9 \text{ kPa}$ 。

EG65R 土工格栅处于 5% 应力水平时,塑性元件的模量为 $R = 0.78 \times 10^3 \text{ kN/m}$,再将表 1 中土工格栅的弹簧的刚度系数 E_1, E_2 、粘滞系数 η 及格栅层间距 Δh 和尾矿参数代入式(25),得到加筋尾矿复合体的塑性到达时间 $t_p = 16.8 \text{ h}$ 。第 1 阶段加筋尾矿复合体的宏观与微观状态如图 4 所示。

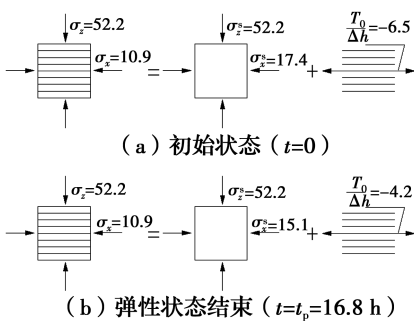


图 4 加筋尾矿复合体第 1 阶段宏微观状态(单位:kPa)
Fig. 4 Macro-and micro stress state of reinforced tailings complex in the first stage(unit:kPa)

2.2.1 第 1 阶段 由式(20)得出尾矿中格栅处于 3.25 kN/m 应力状态下的应力松弛表达式为

$$T = (-3.1768e^{-0.0263t} - 0.0732) \times 10^3 \quad (0 < t < 16.8\text{h}) \quad (34)$$

将式(34)代入式(18)得到加筋复合体的弹性应变为

$$\epsilon_x = 0.1986 \times 10^{-3} \times (e^{-0.0263t} - 1) \quad (0 < t < 16.8\text{h}) \quad (35)$$

此时,当尾矿处于弹性状态下,土工格栅和尾矿的应力分别为

$$n \sigma_x^r = -6.3536 \times 10^3 e^{-0.0263t} - 0.1464 \times 10^3 \quad (36)$$

$$\sigma_x^s = 6.3536 \times 10^3 e^{-0.0263t} + 11.0464 \times 10^3 \quad (37)$$

如图 5 所示,根据式(36)和式(37)计算可得到加筋复合体中尾矿达到塑性状态前格栅和尾矿单元的应力随时间变化情况。由图 5 可知,当尾矿处于弹性状态时,由于应力松弛,土工格栅和尾矿的应力都随时间逐渐减小,当接近临界时间 t_p ,二者的应力开始趋于平缓。

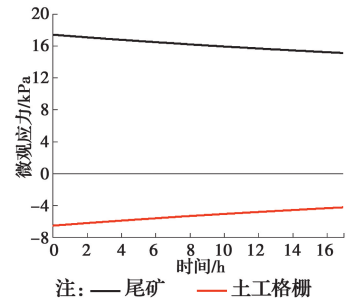


图 5 第 1 阶段筋材和尾矿的微观应力变化

Fig. 5 Variation of micro stress of geogrids and tailings in the first stage

2.2.2 第 2 阶段 将 $t_p = 16.8 \text{ h}$ 代入式(35),得到加筋复合体第 1 阶段结束第 2 阶段开始时的应变 ϵ_p 。

$$\epsilon_p = 0.1986 \times 10^{-3} \times (e^{-0.0263t} - 1) = -0.0709 \times 10^{-3} \quad (38)$$

再将 ϵ_p 和得到的格栅模型参数代入式(33),得到尾矿在塑性状态时加筋复合体水平变形方程为

$$\epsilon_x = 5.3255 \times 10^{-3} e^{-0.02t} - 5.3964 \times 10^{-3} \quad (t > 16.8\text{h}) \quad (39)$$

综上所述,可知土工格栅处于 5% 应力水平时,塑性到达时间很小,即加筋尾矿复合体受力很快进入第 2 阶段,且第 1 阶段变形比较小,可以忽略不计,整个加筋阶段复合体的应变主要由第 2 阶段导致,故在进行变形计算时,以第 2 阶段的变形为主。

由式(26)、式(32)和式(33)结合式(39)可得第 2 阶段的塑性变形方程式为

$$\begin{cases} \epsilon_x^{\text{pl}} = 5.3255 \times 10^{-3} e^{-0.02t} - 5.3964 \times 10^{-3} \\ \epsilon_z^{\text{pl}} = -1.3063 \times 10^{-3} e^{-0.02t} + 1.3237 \times 10^{-3} \end{cases} \quad (40)$$

图6所示为第2阶段的塑性应变发展情况,时间 t 是加筋复合体在第2阶段开始时开始计量的,第2阶段塑性应变在开始时迅速增加,在 $t=300$ h后趋于稳定。

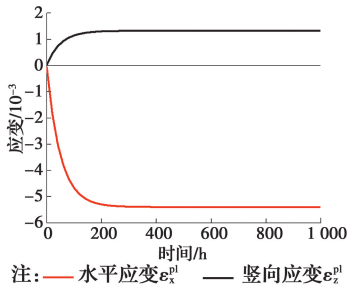


图6 由筋材蠕变引起的塑性应变变化

Fig. 6 Variation of plastic strains due to creep of geogrids

2.2.3 空气和尾矿中格栅应力松弛的对比情况
由式(7)可得格栅处于3.25 kN/m 应力状态下的应力松弛表达式为(此时格栅保持应变0.25%不变)

$$T = (1.280 3e^{-0.033t} + 1.969 7) \times 10^3 \quad (41)$$

由式(34)可得尾矿中格栅处于3.25 kN/m 应力状态下的应力松弛表达式为

$$T = (3.176 8e^{-0.026 3t} + 0.073 2) \times 10^3 \quad (42)$$

$(0 < t < 16.8 \text{ h})$

图7所示为置于空气和尾矿中土工格栅应力松弛的对比情况。置于空气中土工格栅应力松弛在时间为200 h左右时,应力将稳定在1.9 kN/m 状态下;而置于尾矿中的格栅应力松弛在塑性到达时间时处于2.2 kN/m 状态下,之后,尾矿进入塑性状态,格栅应力松弛完成,应力将保持不变;同时,对比空气和尾矿中的格栅应力松弛可知,室内条件下的应力松弛比实际条件下的要大,但实际条件下的应力松弛要比室内条件下的快。当格栅置于尾矿中,由于格栅与尾矿的相互作用,土工格栅应力松弛将快速完成,进而随着尾矿进入塑性状态,加筋复合体的应力保持不变。

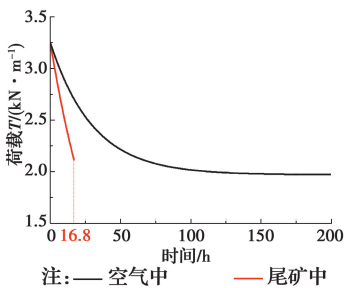


图7 空气和尾矿中格栅应力松弛的对比

Fig. 7 Comparison of stress relaxation of geogrid in air and tailings

2.3 流变模型参数对塑性到达时间 t_p 的影响分析
为了探讨土工格栅粘弹塑性模型参数和尾矿强

度参数对加筋复合体塑性到达时间 t_p 的影响规律,结合以上分析给定各参数基准值见表3。

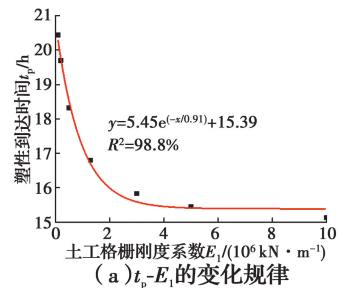
表3 各参数的基准值

Table 3 Baseline values of each parameter

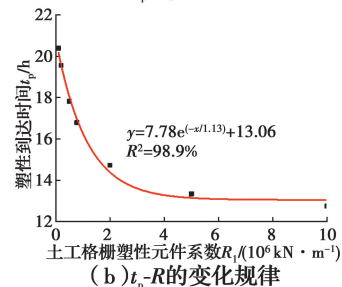
$E_1/$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	$R/$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	$E_2/$ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	$\eta/$ ($\text{kN} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$)	E_s/kPa	$\varphi/(\text{°})$
1.3×10^3	0.78×10^3	2.0×10^3	100×10^3	30×10^3	33.4

如图8所示,根据式(25)计算得到加筋尾矿复合体塑性到达时间 t_p 随土工格栅粘弹塑性模型参数 E_1 、 E_2 、 R 、 η 和尾矿变形模量 E_s 及内摩擦角 φ 的变化规律。由图8可知: t_p 与 E_1 和 t_p 与 R 都呈负指数关系减小,变化不大,在10~20 h之间变化,最后都趋于稳定; t_p 与 E_2 也呈负指数关系减小,变化相对较大,在0~60 h之间变化; t_p 与粘滞系数 η 呈线性正相关,变化较大; t_p 与 E_s 呈负指数关系增大,变化幅度不大,当量 E_s 超过30 MPa, t_p 达到稳定状态; t_p 与 φ 呈指数关系增大,增大幅度较大。

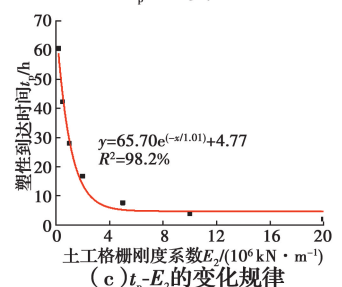
进一步分析可知,加筋尾矿复合体塑性到达时间 t_p 受土工格栅粘弹塑性模型中 Kelvin 系数 E_2 、 η 和尾矿内摩擦角 φ 的影响显著,受格栅模型内弹性元件系数 E_1 和塑性元件系数 R 及尾矿变形模量 E_s 影响不明显。



(a) t_p - E_1 的变化规律



(b) t_p - R 的变化规律



(c) t_p - E_2 的变化规律

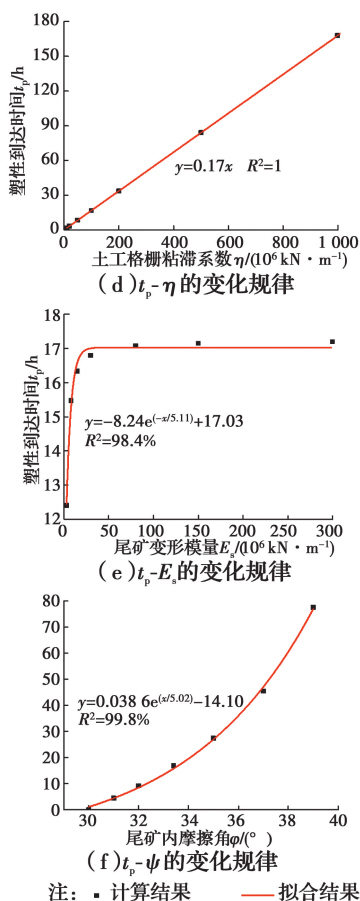
图8 塑性到达时间 t_p 随不同参数的关系

Fig. 8 The relationship between the plastic arrival time and different parameters

3 结论

1) 土工格栅四参数粘弹塑性模型能够准确反映土工格栅在低应力水平下的两阶段衰减型蠕变和应力松弛变化规律。

2) 提出了粘弹塑性土工格栅加筋弹塑性尾矿的简化模型, 将加筋复合体受力分析分为两个阶段, 分别对应尾矿处于弹性状态和塑性状态, 第1阶段, 对于承受恒定应力的加筋尾矿复合体, 筋材中的应力随时间减小, 导致尾矿中的微观应力重新组合, 直到尾矿达到屈服条件进入第2阶段, 筋材的应力开始保持不变, 整个加筋复合体的应变会随着筋材的蠕变而增加。

3) 加筋尾矿结构中格栅处在低应水平力时, 加筋尾矿复合体受力会很快进入第2阶段, 且第1阶段变形较小, 整个加筋阶段复合体的应变主要由第2阶段导致。

4) 加筋尾矿复合体的塑性到达时间 t_p , 受土工

格栅粘弹塑性模型中 Kelvin 元件系数 E_2 、 η 和尾矿内摩擦角 φ 的影响显著, 受模型内其他参数 E_1 、 R 和尾矿变形模量 E_s 影响较小。

参考文献:

- [1] 刘飞禹, 林青松. 动荷载作用下土工格栅应变软化特性[J]. 土木建筑与环境工程, 2012, 34(6): 62-66.
LIU F Y, LIN Q S. Degradation of geogrids under cyclic tensile load [J]. Journal of Civil, Architectural & Environment Engineering, 2012, 34(6): 62-66. (in Chinese)
- [2] LING H I, LIU H. Finite element studies of asphalt concrete pavement reinforced with geogrid [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129(7): 801-811.
- [3] 李明飞, 郑效峰, 那达慕, 等. 土工合成材料界面应变软化特性的一种本构新模型[J]. 沈阳工业大学学报, 2015, 37(1): 97-101.
LI M F, ZHENG X F, NA D M, et al. A new constitutive model for strain softening behavior in geosynthetic interface [J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2015, 37(1): 97-101. (in Chinese)
- [4] SIRIWARDANE H, GONDLE R, KUTUK B. Analysis of flexible pavements reinforced with geogrids [J]. Geotechnical & Geological Engineering, 2010, 28(3): 287-297.
- [5] 赖丰文, 李丽萍, 陈福全. 土工格栅筋土拉拔界面的弹性-指数软化模型与性状[J]. 工程地质学报, 2018, 26(4): 852-860.
LAI F W, LI L P, CHEN F Q. Elastic-exponential softening model for behavior of interface between geogrid reinforcement and soil against pullout [J]. Journal of Engineering Geology, 2018, 26(4): 852-860. (in Chinese)
- [6] 栾茂田, 肖成志, 杨庆, 等. 土工格栅蠕变特性的试验研究及粘弹性本构模型[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 187-192.
LUAN M T, XIAO C Z, YANG Q, et al. Experimental study on creep properties and viscoelasticity constitutive relationship for geogrids [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(2): 187-192. (in Chinese)
- [7] 刘华北. 土工合成材料循环受载、蠕变和应力松弛特性的统一本构模拟[J]. 岩土工程学报, 2008, 28(7): 823-828.
LIU H B. Unified constitutive modeling of the cyclic, creep and stress relaxation behavior of geosynthetics [J].

- Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 28(7): 823-828. (in Chinese)
- [8] 彭芳乐, 李福林, 江智森, 等. 任意加载条件下土工合成材料的弹粘塑性及本构模型[J]. 工程力学, 2009, 26(8): 50-58.
- PENG F L, LI F L, KONGKITKUL W, et al. Elastoviscoplastic behavior and constitutive modeling of geosynthetic reinforcements under arbitrary loading [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(8): 50-58. (in Chinese)
- [9] HUANG B Q, BATHURST R J, HATAMI K. Numerical study of reinforced soil segmental walls using three different constitutive soil models [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(10): 1486-1498.
- [10] 陈群, 朱分清, 何昌荣. 加筋土本构模型研究进展[J]. 岩土工程技术, 2003(6): 360-363.
- CHEN Q, ZHU F Q, HE C R. Developments in constitutive model of reinforced soil [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2003 (6): 360-363. (in Chinese)
- [11] 成浩, 王晖, 张家生, 等. 加筋粗粒土筋土界面剪切特性与统计损伤软化模型研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2018, 15(11): 2780-2787.
- CHENG H, WANG X, ZHANG J S, et al. Shear behavior of geogrid-soil interface and its statistical damage softening model [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2018, 15(11): 2780-2787. (in Chinese)
- [12] SAWICKI A. Rheological model of geosynthetic reinforced soil [J]. Geotextiles and Geomembranes, 1999, 17(1): 33-49.
- [13] 肖成志, 栾茂田, 杨庆. 考虑格栅流变性的加筋挡土墙格栅等效应力计算[J]. 岩土工程技术, 2004, 18(1): 23-27.
- XIAO C D, LUAN M T, YANG Q. Equivalent stress calculation considering rheology of geogrids for reinforced walls [J]. Geotechnical Engineering Technique, 2004, 18(1): 23-27. (in Chinese)
- [14] 李丽华, 王钊, 陈轮. 考虑筋材蠕变特性的加筋土流变模型[J]. 岩土力学, 2007, 28(8): 1687-1690.
- LI L H, WANG Z, CHEN L. Rheological model considering creep of geosynthetics for reinforced soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(8): 1687-1690. (in Chinese)
- [15] 周志刚, 李雨舟. 基于土工格栅黏弹特性的加筋土本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30(4): 850-857.
- ZHOU Z G, LI Y Z. Research on constitutive model of reinforced soil considering viscoelasticity of geogrids [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30(4): 850-857. (in Chinese)
- [16] 杨广庆, 庞魏, 吕鹏, 等. 塑料土工格栅拉伸特性试验研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(8): 2387-2391.
- YANG G Q, PANG W, LV P, et al. Experimental study of tensile properties of geogrids [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(8): 2387-2391. (in Chinese)

(编辑 胡玲)