

Doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2019.162

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



# 考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土轴压本构模型

金浏, 李平, 杜修力

(北京工业大学 城市减灾与防灾防护教育部重点实验室, 北京 100124)

**摘要:**已有箍筋约束混凝土轴压本构关系模型大多未考虑尺寸效应的影响,或通过采用强度折减系数法来粗糙反映尺寸的影响。为研究大尺寸箍筋约束混凝土柱轴心受压性能及尺寸效应规律,根据已有箍筋约束混凝土圆柱和方柱轴压破坏试验结果,分析了体积配箍率、箍筋形式(方箍及圆箍)及试件尺寸对箍筋约束混凝土应力-应变曲线的影响。考虑体积配箍率及箍筋形式的影响,建立了箍筋约束混凝土峰值应变尺寸效应公式,并结合前期箍筋约束混凝土名义轴压强度(峰值应力)尺寸效应公式,提出了可考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土轴向压缩全应力-应变关系模型。与试验及模拟结果进行对比发现,建立的可考虑强度和峰值应变尺寸效应的本构关系与已有试验结果吻合较好,模型计算曲线与试验曲线接近。

**关键词:**约束混凝土;箍筋;尺寸效应;压缩强度;应力-应变关系

**中图分类号:**TU375.3 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2020)01-0081-09

## Compressive stress-strain model for stirrup-confined concrete columns considering the effect of structural size

Jin Liu, Li Ping, Du Xiuli

(The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, P. R. China)

**Abstract:** Most of the existing constitutive models of stirrup-confined concrete do not consider the size effect. A few consider the size effect using a strength reduction coefficient. In order to investigate the mechanical properties and size effect behaviors of the large-sized stirrup-confined RC columns under axial compressive load, the influence of volume stirrup ratio, the arrangement of stirrups as well as the specimen size on stress-strain curves of confined RC columns were analyzed based on the experimental results of the circular and squared concrete columns. The size effect formula of peak strain for stirrup-confined RC columns was established considering the influence of volumetric stirrup ratio and stirrup type. Moreover, combined with the size effect formula of peak stress in the previous study, the stress-strain model considering the size effect for stirrup-confined RC columns was proposed. Through comparison with the experimental and simulation data, it is demonstrated that the size effect formula of peak stress and peak strain showed good consistency with the experimental results, and the stress-strain model provided satisfactory predictions in

**收稿日期:**2019-05-23

**基金项目:**国家重点研发计划(2016YFC0701100,2018YFC1504302);国家自然科学基金(51822801,51421005)

**作者简介:**金浏(1985-),男,教授,博士生导师,主要从事混凝土结构工程研究,E-mail:jinliu@bjut.edu.cn.

杜修力(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:duxuli@bjut.edu.cn.

**Received:**2019-05-23

**Foundation items:** National Key Research and Development Program (No. 2016YFC0701100, 2018YFC1504302); National Natural Science Foundation of China (No. 51822801, 51421005)

**Author brief:** Jin Liu (1985-), professor, doctoral supervisor, main research interest: concrete structure engineering, E-mail: jinliu@bjut.edu.cn.

Du Xiuli (corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail: duxuli@bjut.edu.cn.

large-sized stirrup-confined RC columns.

**Keywords:** confined concrete; stirrup; size effect; compressive strength; stress-strain

约束混凝土力学性能的研究表明,箍筋的约束作用能够显著改善混凝土的强度和延性。学者们对箍筋约束混凝土柱轴心受压性能开展了大量研究,并提出了考虑箍筋间距、箍筋形式及混凝土强度等多种参数影响的本构模型。Kent 等<sup>[1]</sup>提出的应力-应变曲线的上升段采用分数方程,下降部分采用线性函数表示。Saatcioglu 等<sup>[2]</sup>提出的应力-应变模型包括抛物线形式的上升段,线性下降段和等于 20% 峰值强度的残余强度。Mander 等<sup>[3]</sup>、Razvi 等<sup>[4]</sup>、Chung 等<sup>[5]</sup>、赵作周等<sup>[6]</sup>、史庆轩等<sup>[7]</sup>也分别提出了不同的约束混凝土本构模型。然而,上述箍筋约束混凝土应力-应变关系模型多针对试件尺寸小于工程中实际应用的构件,难以考虑试件尺寸对混凝土力学性能的影响。

在证实混凝土材料存在尺寸效应的基础上<sup>[8-12]</sup>,研究者也对箍筋约束混凝土构件的轴心受压性能进行了试验研究<sup>[13-17]</sup>,结果表明:箍筋约束混凝土的轴压强度存在明显的尺寸效应,且随约束作用的增强而减弱。另外, Kim 等<sup>[13]</sup>基于试验提出了箍筋约束混凝土尺寸效应公式,并且得出尺寸效应的强弱受体积配箍率的影响,即随着体积配箍率的增加而逐渐减弱,当体积配箍率达到某一临界值时,混凝土尺寸效应将消失。Du 等<sup>[17]</sup>也得出了相同的研究结论,他们还研究了不同箍筋形式下约束混凝土抗压强度的尺寸效应,结果表明:由于圆形箍筋约束作用较方形箍筋强,圆形箍筋约束混凝土柱的尺寸效应较弱。实际上,一些传统的本构模型对尺寸效应已有考虑,如 Park 等<sup>[18]</sup>和 Legeron 等<sup>[19]</sup>的工作,采用强度折减系数(如取值为 0.85)的方式来考虑试件尺寸的影响。这是一种粗糙的处理方法,不能科学地体现构件的承载力、变形能力随尺寸变化而产生的非线性变化特性。宋佳等<sup>[20]</sup>在 Kim 等<sup>[21]</sup>提出的峰值应力(强度)尺寸效应公式基础上,建立了可考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土轴压本构关系模型。尽管如此, Kim 等<sup>[20]</sup>的强度模型不能描述箍筋约束作用对约束混凝土柱轴压强度尺寸效应的定量影响。

近年来, Jin 等<sup>[22]</sup>结合材料层次经典的尺寸效应律及箍筋约束作用机制,建立了约束混凝土柱轴压强度(峰值应力)的半经验-半理论公式。笔者在该研究工作的基础上,进一步考虑试件尺寸、体积配箍率、箍筋形式对箍筋约束混凝土峰值压缩应变的

定量影响,并建立考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土峰值应变的计算公式。进而,结合峰值应力(强度)和峰值应变计算公式,建立能考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土轴压应力-应变关系模型。与现有的考虑尺寸效应的箍筋约束混凝土本构模型相比,模型中峰值应力公式的力学机理清晰,能够定量地描述箍筋率以及结构尺寸对峰值应力及峰值应变的影响。

## 1 箍筋约束混凝土的受压性能及尺寸效应分析

### 1.1 箍筋约束混凝土轴压力学性能

文献[22-23]在箍筋约束混凝土轴压破坏试验<sup>[17,24]</sup>的基础上,深入开展了三维细观数值模拟与研究,考虑了试件尺寸、体积配箍率及箍筋约束形式的影响,分析了箍筋约束混凝土柱轴压破坏力学性能及尺寸效应规律,最终建立了能反映箍筋率定量影响的约束混凝土轴压强度尺寸效应半理论-半经验公式。表 1 为箍筋约束混凝土圆柱<sup>[22]</sup>及方柱<sup>[23]</sup>的试件几何参数及部分模拟结果。试件编号如 Y-0-S、F-0-S 中,首字母为箍筋约束形式,“Y”代表圆形,“F”代表方形;0 为体积配箍率;“S”、“M”、“L”、“U”分别表示小、中、大、特大 4 种尺寸,圆柱及方柱的模型尺寸见表 1。试件详细设计参数见文献<sup>[22-23]</sup>。其中,混凝土试件的峰值应力  $\sigma_{cc}$  定义为

$$\sigma_{cc} = \frac{P_u - A_s f_y}{A_c} \quad (1)$$

式中:  $P_u$ 、 $A_s$ 、 $A_c$  分别为峰值荷载、纵筋截面面积及混凝土截面面积。

### 1.2 应力-应变曲线影响因素

1.2.1 试件尺寸 图 1 为文献[22-23]模拟获得的具有相同体积配箍率、不同试件尺寸的圆形及方形箍筋约束混凝土柱应力-应变曲线。图 1 中,方形截面柱所采用的材料参数(骨料、砂浆及界面过渡区等细观组分的本构模型力学参数,详见文献[22-23])比圆柱大,所以,方柱的峰值强度比圆柱高。由图 1 可知,不同尺寸试件的曲线上上升段几乎重合,初始切线模量基本一致,然而峰值应力、峰值应变以及峰值后软化曲线有较大差别。随着试件尺寸增大,约束混凝土柱的峰值应力显著降低,峰值应变也有所减小,但变化不明显。同时,随着试件尺寸增大,箍筋对混凝土的约束作用减弱,混凝土试件破坏脆性增强,应力-应变曲线下下降段越来越陡。

表 1 试件几何参数及模拟结果  
Table 1 Physical parameters of the specimens  
and simulation results

试件 编号	直径×高	峰值应力 $\sigma_{cc}/\text{MPa}$	峰值应变 $\epsilon_{cc}/10^{-3}$
Y-0-S	256 mm×768 mm	31.27	2.33
Y-0-M	384 mm×1 152 mm	27.98	2.40
Y-0-L	576 mm×1 728 mm	25.51	2.49
Y-0-U	864 mm×2 592 mm	24.86	2.40
Y-1.26-S	256 mm×768 mm	42.16	5.55
Y-1.26-M	384 mm×1 152 mm	39.47	4.99
Y-1.26-L	576 mm×1 728 mm	37.48	4.60
Y-1.26-U	864 mm×2 592 mm	35.68	4.50
Y-2.89-S	256 mm×768 mm	53.79	16.60
Y-2.89-M	384 mm×1 152 mm	52.54	13.21
Y-2.89-L	576 mm×1 728 mm	51.78	13.04
Y-2.89-U	864 mm×2 592 mm	49.03	11.43
F-0-S	241 mm×801 mm	38.20	2.32
F-0-M	360 mm×1 200 mm	34.35	2.33
F-0-L	540 mm×1 800 mm	32.00	2.20
F-0-U	720 mm×2 400 mm	30.51	2.21
F-1.26-S	241 mm×801 mm	49.24	2.64
F-1.26-M	360 mm×1 200 mm	45.98	2.52
F-1.26-L	540 mm×1 800 mm	43.99	2.58
Y-1.26-U	720 mm×2 400 mm	41.93	2.54
F-2.89-S	241 mm×801 mm	52.62	3.45
F-2.89-M	360 mm×1 200 mm	50.12	3.41
F-2.89-L	540 mm×1 800 mm	48.27	3.22
F-2.89-U	720 mm×2 400 mm	46.82	3.03

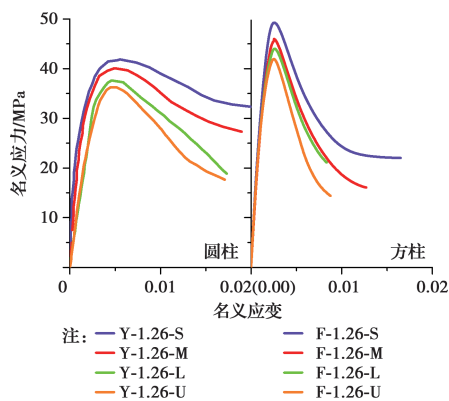


图 1 试件尺寸对应力-应变曲线的影响

Fig.1 Effect of the structure size on stress-strain curves

1.2.2 体积配箍率 图 2 为文献[22-23]模拟获得的圆形及方形箍筋约束混凝土柱在相同尺寸不同配箍率下的应力-应变曲线。从图 2 中可以看出,随体

积配箍率的增大,约束混凝土的峰值应力增大,下降段的坡度变缓,试件破坏时延性有所提高。这是因为体积配箍率的增大,箍筋对混凝土的约束作用增强,混凝土的脆性程度降低。

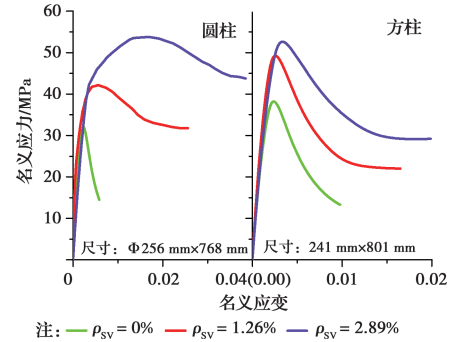


图 2 配箍率对应力-应变曲线的影响

Fig.2 Effect of the stirrup ratio on stress-strain curves

1.2.3 箍筋约束形式 由图 2 中的曲线可知,箍筋约束形式对约束混凝土的应力-应变曲线有显著影响。两种曲线的区别主要体现在峰值点附近以及曲线的下降段。圆形箍筋约束混凝土柱的峰值点附近曲线比方形箍筋约束试件更加圆滑,没有明显的尖峰。另外,圆形箍筋约束混凝土柱的应力-应变曲线下降段较平缓。这是因为方形箍筋在四个角部处的约束力较大,截面边长中部的箍筋约束力小,对混凝土的约束不均匀,而圆形箍筋对混凝土的约束力分布均匀,约束作用较强。

## 2 考虑尺寸影响的峰值应力和峰值应变

### 2.1 峰值应力

文献[22-23]分别基于圆形和方形箍筋约束混凝土柱轴心受压试验,结合三维细观数值模拟分析,探讨了箍筋的约束作用对混凝土柱轴压破坏及尺寸效应的影响机制。归纳总结出箍筋的约束作用一方面可以提高混凝土的强度,另一方面可以削弱混凝土的尺寸效应,这两方面的作用分别由强度提高系数  $\varphi$  和尺寸效应削弱系数  $\beta$  来表征。

此外,文献[22-23]基于 Bažant 材料层次尺寸效应律,提出了可反映箍筋约束作用的钢筋混凝土柱轴压破坏峰值应力(强度)尺寸效应公式,见式(2)。

$$\sigma_{cc} = \frac{Bf_c}{\sqrt{1 + D/D_0}} \cdot \varphi \cdot \beta \quad (2)$$

式中:对于圆柱,  $f_c$  为  $\Phi 150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$  混凝土圆柱体试件的轴心抗压强度,对于方柱  $f_c$  取  $150 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$  混凝土棱柱体试件的轴压强度;  $B$ 、 $D_0$  为依赖于结构的几何常数,通过对不同

尺寸素混凝土试件的抗压强度模拟值进行回归分析得到,对于圆柱  $B=1.017$ 、 $D_0=800$ ,对于方柱,  $B=1.176$ 、 $D_0=714$ ;  $D$  为试件尺寸(圆柱为截面直径,方柱为截面边长);  $\varphi$  为箍筋对混凝土强度的提高作用,  $\beta$  为箍筋对混凝土尺寸效应的削弱作用。由于约束机理不同,方形及圆形箍筋对核心混凝土的约束应力分布存在较大区别,式(2)中  $\varphi$  和  $\beta$  的确定也有所不同。

2.1.1 强度提高系数  $\varphi$  Mander 等<sup>[3]</sup>考虑体积配箍率、箍筋形式、箍筋间距等因素建立了箍筋约束混凝土的应力-应变关系模型。模型中包含的核心混凝土峰值强度的计算方法常被后人借鉴,如 Mirmiran 等<sup>[25]</sup>、Fam 等<sup>[26]</sup>在研究 FRP 约束混凝土时采用了该方法。该模型用有效约束系数  $k_e$  来表征箍筋的有效约束力,  $k_e$  为横截面有效约束面积与混凝土核心区面积的比值。

对于圆形截面,根据 Mander 等<sup>[3]</sup>的理论研究可知,约束混凝土柱强度提高系数为

$$\varphi = -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f_1}{f_c}} - 2 \frac{f_1}{f_c} \quad (3)$$

$$f_1 = 0.5k_e \rho_{sv} f_{yh} \quad (4)$$

$$k_e = \left(1 - \frac{s'}{2d_s}\right)^2 / (1 - \rho_{cc}) \quad (5)$$

式中:  $f_c$  为混凝土的轴心抗压强度;  $f_1$  为箍筋对混凝土的侧向压应力;  $f_1/f_c$  表示约束应力比;  $f_{yh}$  为箍筋的屈服强度;  $s'$  为相邻箍筋净距;  $\rho_{cc}$  为核心区纵筋配筋率;  $d_s$  为箍筋中心线包围的截面直径。

对于方形截面,强度提高系数可通过图 3 查得。其中,箍筋对核心混凝土区域的有效侧向约束力计算公式为

$$f_1 = k_e \frac{A_s f_{yh}}{sc} \quad (6)$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \rho_{sv} \leq \rho_{sv, \min} \\ \left(\frac{\sqrt{1+D/D_0}}{B} - 1\right) \tan h[\alpha(\rho_{sv} - \rho_{sv, \min})] + 1 & \rho_{sv} > \rho_{sv, \min} \end{cases} \quad (8)$$

式中:  $\alpha$  为调节系数,反映削弱系数  $\beta$  随箍筋率变化的快慢。根据《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)<sup>[27]</sup>,体积配箍率下限值  $\rho_{sv, \min}$  建议取为 0.25%。对于圆形箍筋约束混凝土柱,  $\alpha$  建议取值为 8.0;对于方形箍筋约束试件,  $\alpha$  建议的值取为 1.0。具体确定方法详见文献[22-23]。

2.1.3 峰值应力公式的验证 为了验证所提出的箍筋约束混凝土峰值应力尺寸效应计算公式的准确性,选取了文献[16,28-30]中 15 根圆形箍筋约束混凝土柱试件和 36 根方形箍筋约束混凝土柱试件,对

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{\tau w_i^2}{6c^2}\right) \left(1 - 0.5 \frac{s'}{c}\right)^2}{1 - \rho_{cc}} \quad (7)$$

式中:  $c$  为边缘箍筋中心间距;  $A_s$  为箍筋各肢在柱边长方向投影面积之和;  $\tau w_i$  为第  $i$  个相邻纵筋的净距。对于方形截面柱,分别计算截面  $x$ 、 $y$  方向上的有效侧向压应力,  $f_{11}$ 、 $f_{12}$  分别为方形截面  $x$ 、 $y$  两个方向有效侧向约束力的较小值和较大值,强度提高系数可通过图 3 查得。

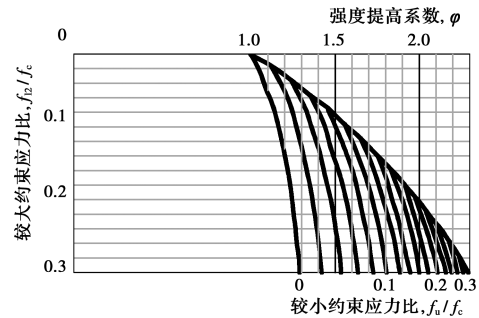


图 3 方形箍筋约束混凝土强度提高系数的确定  
Fig.3 Determination of strength improvement coefficient of squared column

2.1.2 尺寸效应削弱系数  $\beta$  由于箍筋的约束作用,柱的延性能力增强,脆性程度降低,约束混凝土柱的尺寸效应逐渐削弱,该行为可用尺寸效应削弱系数  $\beta$  来表示。当箍筋率很小时,箍筋的存在对柱轴压破坏尺寸效应无影响,此时  $\beta=1$ ;箍筋率  $\rho_{sv}$  越大,强度尺寸效应的削弱作用越显著,削弱系数  $\beta$  越大。

图 4 给出了削弱系数  $\beta$  随配箍率  $\rho_{sv}$  变化的近似关系曲线,图中 3 条曲线表示  $\beta$  随  $\rho_{sv}$  变化的快慢,且曲线上限和下限具有明确的物理意义和力学意义。尺寸效应削弱系数  $\beta$  表达式为

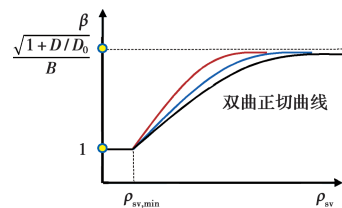


图 4 尺寸效应削弱系数  $\beta$  的确定

Fig.4 Determination of the weakening coefficient  $\beta$

试验数据进行了整理,如表 2 所示。统计试件的截面尺寸范围为 200~600 mm,抗压强度范围为 25~51 MPa,配箍率范围为 0.6%~4.5%。图 5 分析了

搜集的 Mander 等<sup>[28]</sup>、Li 等<sup>[16]</sup>、钱稼茹等<sup>[29]</sup>、胡海涛等<sup>[30]</sup>的试验峰值应力值与本文公式计算值的对比情况,可以看出,峰值应力公式能较好地预测约束混凝土的峰值应力。此外,关于圆形箍筋约束混凝土柱的轴压试验较少,已有的试验数据显示峰值应力的计算值略显保守。总体来说,所提出的峰值应力计算公式具有较高的精确度。

表 2 箍筋约束混凝土柱轴压试验数据

Table 2 Test data of stirrups-confined RC columns under axial compression

年份	研究者	截面类型	$\rho_{sv}/\%$	$f_c/\text{MPa}$	试件尺寸/mm
1988	Mander	圆形	0.6~2.0	27~31	$\Phi 500$
2002	钱稼茹	方形	0.7~2.2	49~51	250
1993	胡海涛	方形	1.1~4.5	25~48	200
2016	Li 等	方形	1.31	33.2	200~600

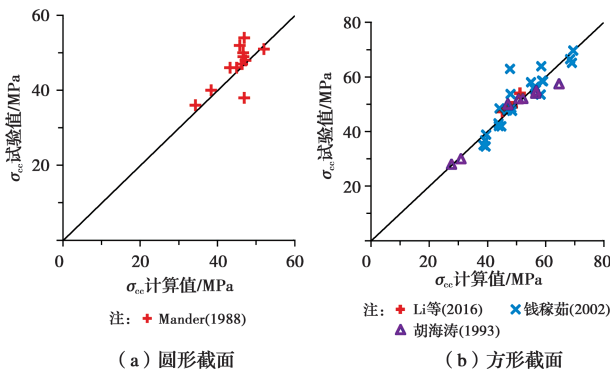


图 5 峰值应力公式计算值与其他试验值对比  
Fig.5 Comparison between calculated and test values of peak stress

2.2 峰值应变

箍筋约束混凝土柱试件在轴心受压破坏时,除峰值应力存在尺寸效应外,对应的峰值应变也在一定程度上受试件尺寸的影响,其尺寸效应问题不容忽视。然而,目前约束混凝土尺寸效应的研究主要集中于峰值应力,约束混凝土的峰值应变尺寸效应的研究相对较少。因此,关于箍筋约束混凝土的峰值应变尺寸效应的研究,缺少相关的试验数据及理论分析模型。

鉴于无法通过理论分析得到峰值应变的尺寸效应规律,考虑约束比( $f_1/f_c$ )和试件尺寸的影响,采用非线性最小二乘法对文献<sup>[22-23]</sup>模拟结果进行回归分析,得到圆形箍筋约束混凝土和方形箍筋约束混凝土的峰值应变计算公式。

圆形箍筋约束混凝土柱

$$\frac{\epsilon_{cc,圆形}}{\epsilon_{co}} = \left[ 1 + 2.3 \left( \frac{D}{150} \right)^{-0.5} \right] \left[ 1 + 0.36 \left( \frac{10f_1}{f_c} \right)^4 \right] \quad (9)$$

方形箍筋约束混凝土柱

$$\frac{\epsilon_{cc,方形}}{\epsilon_{co}} = \left[ 1 + 0.45 \left( \frac{D}{150} \right)^{-0.5} \right] \left[ 1 + 0.21 \left( \frac{10f_1}{f_c} \right)^4 \right] \quad (10)$$

式中: $\epsilon_{co}$ 为非约束混凝土的峰值应变,取为 0.002; $f_1$ 为侧向压应力,圆形箍筋混凝土试件通过式(4)和式(5)计算,方形箍筋混凝土试件根据式(6)和式(7)计算。

从式(9)和式(10)中可以看出,约束混凝土的峰值应变与试件尺寸成反比,即随着试件尺寸的增大,峰值应变逐渐减小,这与试验结果一致。此外,还可以看出,随着约束比的增大,峰值应变也增大,即混凝土变形能力增强。

图 6 为式(9)和式(10)计算值与文献<sup>[22-23]</sup>中部分箍筋约束混凝土试验及模拟结果的对比。从图 6 可以看出,当体积配箍率相同时,随着截面尺寸的增大,试件的峰值应变逐渐变小,箍筋约束混凝土柱的峰值应变存在明显的尺寸效应。总的来说,式(9)和式(10)能够较好的预测文献<sup>[22-23]</sup>中约束混凝土试件的峰值应变尺寸效应规律。

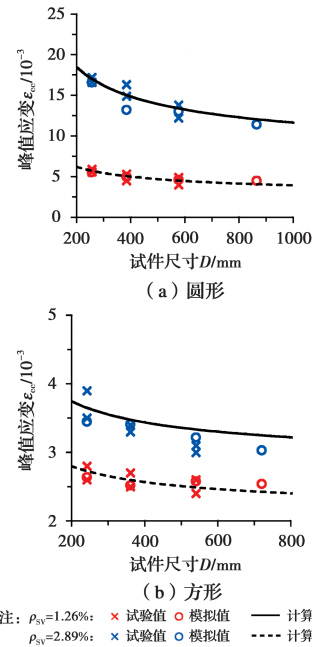


图 6 峰值应变计算值与文献<sup>[22-23]</sup>试验及模拟值对比  
Fig.6 Comparison between calculated and measured values<sup>[22-23]</sup> of peak strain

另外,图 7 分析了箍筋约束混凝土峰值应变公式计算值与文献<sup>[16, 28-30]</sup>中试验结果的对比情况。由图 7 可见,大部分峰值应变的计算值与文献中试验值拟合较好,圆柱峰值应变计算值与试验值之比的平均值为 0.94,变异系数为 0.15;方柱峰值应变计算值与试验值之比的平均值为 0.93,变异系数为 0.20。由于应变测量的敏感性,相较于峰值应力,

峰值应变试验结果具有较大的离散性。

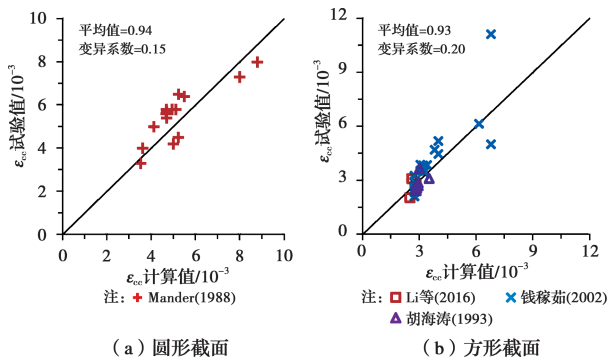


图 7 峰值应变公式计算值与其他试验值<sup>[16,28-30]</sup>对比

Fig.7 Comparison between calculated and test values<sup>[16,28-30]</sup> of peak strain

### 3 箍筋约束混凝土轴心受压本构模型

在箍筋约束混凝土柱轴压试验及模拟结果的基础上,通过考虑尺寸对约束混凝土峰值应力和峰值应变的影响,提出考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土轴压本构模型。

#### 3.1 上升段

Hsu 等<sup>[31]</sup>、Cusson 等<sup>[32]</sup>以及 Hoshikuma 等<sup>[33]</sup>建立的箍筋约束混凝土应力-应变模型均采用 Popovics<sup>[34]</sup>方程形式, Mander<sup>[3]</sup>约束混凝土应力-应变模型也采用了该方程,该公式预测准确度高,应用性较好,因此,上升段采用式(11)表示。

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cc}} = \frac{r(\epsilon/\epsilon_{cc})}{r-1+(\epsilon/\epsilon_{cc})^r} \quad \epsilon \leq \epsilon_{cc} \quad (11)$$

式中: $\sigma_{cc}$ 和 $\epsilon_{cc}$ 分别为约束混凝土峰值应力及峰值应变; $r$ 为混凝土脆性相关系数,表达式为

$$r = E_c / (E_c - \sigma_{cc} / \epsilon_{cc}) \quad (12)$$

$$E_c = 4700\sqrt{f_c} \quad (13)$$

式中: $E_c$ 为混凝土的初始弹性模量, N/mm<sup>2</sup>。

#### 3.2 下降段

在《混凝土结构设计规范》<sup>[27]</sup>素混凝土本构模型基础上,考虑箍筋的约束作用对曲线下下降段趋势的影响,根据试验及模拟结果对混凝土应力-应变曲线下下降段的相关参数进行了调整,下降段曲线的表达式为

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cc}} = \frac{\epsilon/\epsilon_{cc}}{b(\epsilon/\epsilon_{cc}-1)^2 + \epsilon/\epsilon_{cc}} \quad \epsilon > \epsilon_{cc} \quad (14)$$

$$b = (1 - \lambda_t^{0.15})(0.1f_c^{0.86} - 1) \quad (15)$$

$$\lambda_t = \rho_{sv}f_{yh}/f_c \quad (16)$$

#### 3.3 计算步骤

根据提出的峰值应力、峰值应变尺寸效应计算公式,建立考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土应力-应变关系模型,主要计算步骤如下:

- 1) 指定箍筋约束混凝土柱的初始应变 $\epsilon^i$ ;
- 2) 采用式(2)~(5)、式(8)或式(2)、式(6)~式(8)计算出约束混凝土圆柱或方柱的峰值应力 $\sigma_{cc}$ ;
- 3) 采用式(9)或式(10)计算出约束混凝土圆柱或方柱的峰值应变 $\epsilon_{cc}$ ;
- 4) 当 $\epsilon^i \leq \epsilon_{cc}$ 时,由式(11)~式(13)计算得到应力-应变曲线上一点;
- 5) 不断增大 $\epsilon^i$ ,重复步骤(4),当 $\epsilon^i > \epsilon_{cc}$ 时,由式(14)~式(16)计算得到应力-应变曲线上一点。

#### 3.4 模型验证

采用本文模型计算箍筋约束混凝土的应力-应变曲线,并与文献[17,22-23]中部分试验及模拟曲线进行了比较,如图8、图9所示。从图8、图9可以看出,不论是箍筋约束混凝土圆柱还是方柱,建议的应力-应变模型与试验及模拟曲线吻合较好,能够反映不同设计参数的箍筋约束混凝土柱的应力-应变规律。另外,从图8(c)、(d)及图9(c)、(d)可以看出,本文理论模型曲线的软化下降段与试验曲线还存在差异,这是由于未考虑约束混凝土极限应变及破坏应变的影响所造成的。

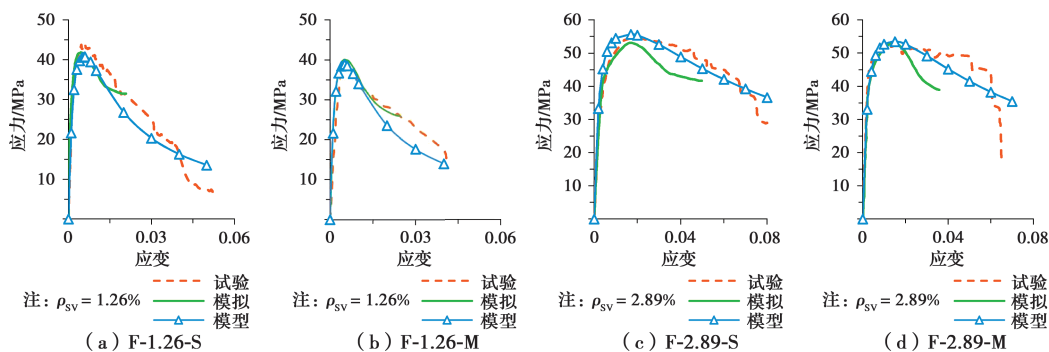


图 8 模型计算曲线与圆柱试验<sup>[17]</sup>及模拟<sup>[22]</sup>曲线的对比

Fig.8 Comparison between calculated and test results for circular RC column

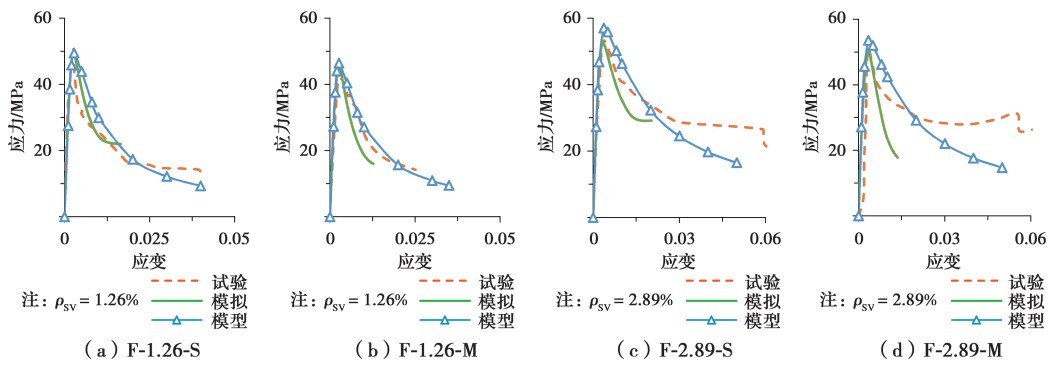


图 9 模型计算曲线与方柱试验<sup>[24]</sup>及模拟<sup>[23]</sup>曲线的对比

Fig.9 Comparison between calculated and test results for squared RC column

图 10 中同时给出了本文模型对文献[22]中试件的预测曲线与 Mander 模型预测曲线(未考虑尺寸的影响),可知:本文模型考虑了尺寸的影响,不同尺寸试件的峰值应力和峰值应变有较大差别。试件尺寸较小时,本文模型与 Mander 模型相差较小,但随着试件尺寸的增大,考虑尺寸影响的模型与传统本构模型差别愈发显著。总体来说,考虑尺寸影响的轴压本构模型能够更加准确地预测大尺寸约束混凝土试件的轴压性能,而未考虑尺寸影响的应力-应变模型高估了大尺寸试件的峰值应力和峰值应变,这大大降低了工程设计的可靠度。

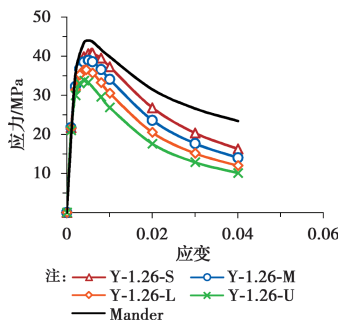


图 10 模型计算曲线与 Mander 模型<sup>[3]</sup>的对比

Fig.10 Comparison of stress-strain curves

## 4 结论

在前期研究的基础上,分析箍筋约束混凝土柱轴心受压应力-应变曲线的影响因素,提出了考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土本构关系模型,主要结论如下:

1) 试件尺寸是箍筋约束混凝土柱轴压力学性能的重要影响因素,随着试件尺寸的增大,峰值应力和峰值应变均有减小的趋势,在建立箍筋约束混凝土本构关系时应考虑试件尺寸的影响。

2) 对箍筋约束混凝土轴压试验中峰值应变数据进行回归分析,提出了约束混凝土的峰值应变计算

公式,该公式能够较好地描述试件尺寸及约束比对峰值应变的影响。

3) 建立了考虑尺寸影响的箍筋约束混凝土本构关系模型,该模型与试验及模拟曲线吻合较好,能够较准确地反映大尺寸试件的应力-应变关系。

本文仅探讨了箍筋率、箍筋形式(方形箍筋及圆形箍筋)和试件尺寸对约束混凝土轴压力学性能的影响,尚未考虑箍筋间距、混凝土强度及长细比等因素的影响,后续仍需对此进行深入的分析。若要提出具有更广泛适用性的计算方法,尚需根据更多参数的试验数据调整已有模型。

## 参考文献:

[1] KENT D C, PARK R. Flexural members with confined concrete [J]. Journal of the Structural Division, 1971, 97(7): 1969-1990.

[2] SAATCIOGLU M, RAZVI S R. Strength and ductility of confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1992, 118(6): 1590-1607.

[3] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Theoretical stress-strain model for confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8): 1804-1826.

[4] RAZVI S, SAATCIOGLU M. Confinement model for high-strength concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(3): 281-289.

[5] CHUNG H S, YANG K H, LEE Y H, et al. Stress-strain curve of laterally confined concrete [J]. Engineering Structures, 2002, 24(9): 1153-1163.

[6] 赵作周, 张石昂, 贺小岗, 等. 箍筋约束高强混凝土受压应力-应变本构关系[J]. 建筑结构学报, 2014, 35(5): 96-103.

ZHAO Z Z, ZHANG S A, HE X G, et al. Stress-strain relationship of stirrup-confined high-strength concrete [J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(5): 96-103. (in Chinese)

- [7] 史庆轩, 王南, 田园, 等. 高强箍筋约束高强混凝土轴心受压应力-应变全曲线研究[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(4): 144-151.  
SHI Q X, WANG N, TIAN Y, et al. Study on stress-strain relationship of high-strength concrete confined with high-strength stirrups under axial compression [J]. Journal of Building Structures, 2013, 34(4): 144-151.(in Chinese)
- [8] BAŽANT Z P. Size effect in blunt fracture: concrete, rock, metal [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1984, 110(4): 518-535.
- [9] MANSUR M A, ISLAM M M. Interpretation of concrete strength for nonstandard specimens [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 2002, 14(2): 151-155.
- [10] KRAUTHAMMER T, ELFAHAL M M, LIM J, et al. Size effect for high-strength concrete cylinders subjected to axial impact [J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(9): 1001-1016.
- [11] SIM J I, YANG K H, KIM H Y, et al. Size and shape effects on compressive strength of lightweight concrete [J]. Construction and Building Materials, 2013, 38: 854-864.
- [12] MUCIACCIA G, ROSATI G, DI LUZIO G. Compressive failure and size effect in plain concrete cylindrical specimens [J]. Construction and Building Materials, 2017, 137: 185-194.
- [13] KIM J K, YI S T, PARK C K, et al. Size effect on compressive strength of plain and spirally reinforced concrete cylinders [J]. ACI Structural Journal, 1999, 96: 88-94.
- [14] NĚMEČEK J, BITTNAR Z. Experimental investigation and numerical simulation of post-peak behavior and size effect of reinforced concrete columns [J]. Materials and Structures, 2004, 37(3): 161-169.
- [15] 车轶, 王铁东, 班圣龙, 等. 箍筋约束混凝土轴心受压性能尺寸效应研究[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(3): 118-123.  
CHE Y, WANG T D, BAN S L, et al. Size effect on behavior of concrete confined by stirrups under axial compression [J]. Journal of Building Structures, 2013, 34(3): 118-123.(in Chinese)
- [16] LI D, JIN L, DU X L, et al. Size effect tests of normal-strength and high-strength RC columns subjected to axial compressive loading [J]. Engineering Structures, 2016, 109: 43-60.
- [17] DU M, JIN L, DU X L, et al. Size effect tests of stocky reinforced concrete columns confined by stirrups [J]. Structural Concrete, 2017, 18(3): 454-465.
- [18] PARK R, PRIESTLEY M J, GILL W D. Ductility of square-confined concrete columns [J]. Journal of the Structural Division, 1982, 108(4): 929-950.
- [19] LÉGERON F, PAULTRE P. Uniaxial confinement model for normal- and high-strength concrete columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129(2): 241-252.
- [20] 宋佳, 李振宝, 王元清, 等. 考虑尺寸效应影响的箍筋约束混凝土应力-应变本构关系模型[J]. 建筑结构学报, 2015, 36(8): 99-107.  
SONG J, LI Z B, WANG Y Q, et al. Stress-strain constitutive model of concrete confined by hoops with considering size effect [J]. Journal of Building Structures, 2015, 36(8): 99-107.(in Chinese)
- [21] KIM J K, EO S H, PARK H K. Size effect in concrete structures without initial crack. [J] ACI Special Publication, 1990, 118(9): 179-196.
- [22] JIN L, LI P, DU X L, et al. Size effect on nominal strength of circular stirrup-confined RC columns under axial compression: meso-scale study [J]. Journal of Structural Engineering, 2020, 146(3): 04019213.
- [23] 李平. 箍筋约束混凝土柱轴压性能尺寸效应数值研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2019.  
LI P. Simulation of size effect on stirrup confined concrete columns under axial compression [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2019.(in Chinese)
- [24] JIN L, DU M, LI D, et al. Effects of cross section size and transverse rebar on the behavior of short squared RC columns under axial compression [J]. Engineering Structures, 2017, 142: 223-239.
- [25] MIRMIRAN A, SHAHAWY M. A new concrete-filled hollow FRP composite column [J]. Composites Part B: Engineering, 1996, 27(3/4): 263-268.
- [26] FAM A Z, RIZKALLA S H. Confinement model for axially loaded concrete confined by circular fiber-reinforced tubes [J]. ACI Structural Journal, 2001, 98(4): 451-461.
- [27] 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.  
Code for design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010.(in Chinese)
- [28] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Observed stress-strain behavior of confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(8): 1827-1849.
- [29] 钱稼茹, 程丽荣, 周栋梁. 普通箍筋约束混凝土柱的中心受压性能 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2002, 42(10): 1369-1373.  
QIAN J R, CHENG L R, ZHOU D L. Behavior of



- axially loaded concrete columns confined with ordinary hoops[J]. *Journal of Tsinghua University(Science and Technology)*, 2002, 42(10): 1369-1373.(in Chinese)
- [30] 胡海涛, 叶知满. 轴心受压下高强约束混凝土强度和变形的试验研究[J]. *青岛建筑工程学院学报*, 1993, 14(1): 1-8.
- HU H T, YE Z M. A test research into strength and ductility of high-strength confined concrete under uniaxial compression [J]. *Journal of Qingdao Institute of Architecture and Engineering*, 1993, 14(1): 1-8.(in Chinese)
- [31] HSU L S, HSU C T T. Complete stress; strain behaviour of high-strength concrete under compression [J]. *Magazine of Concrete Research*, 1994, 46(169): 301-312.
- [32] CUSSON D, PAULTRE P. Stress-strain model for confined high-strength concrete [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1995, 121(3): 468-477.
- [33] HOSHIKUMA J, KAWASHIMA K, NAGAYA K, et al. Stress-strain model for confined reinforced concrete in bridge piers [J]. *Journal of Structural Engineering*, 1997, 123(5): 624-633.
- [34] POPOVICS S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete [J]. *Cement and Concrete Research*, 1973, 3(5): 583-599.

(编辑 胡玲)