

doi: 10.11835/j.issn.2096-6717.2019.170

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



低应变检测中振源及桩土相互作用的影响分析

丁玮, 柴华友, 刘思浩, 陈灿, 聂田, 胡哲

(武汉工程大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430073)

摘要: 敲击-回波法是基桩完整性检测的有效方法, 基于一维应力波理论, 可以根据桩顶反射波质点振动速度响应曲线(包括走时、幅值及相位)来确定桩体波阻抗变化范围及程度。然而, 在实际中, 桩是柱体而非杆件, 截面变形不均匀。通过点源激发的波分量及在桩顶侧面的反射波, 分析了桩顶近场三维波动现象, 并基于圆柱中纵向波对远场波进行分析。结果表明, 在测点位置及激振频率满足一定的要求时, 三维波动特性及纵向波频散特性可以削弱, 桩的动测信号可近似用一维应力波理论来分析。在桩土相互作用下, 桩体中应力波随传播衰减, 分析了桩土剪切波速差异对应力波衰减影响规律, 结果表明, 应力波衰减不仅与桩土剪切波速比值有关, 而且还与桩土剪切波速绝对值有关, 桩体剪切波速越低、土体剪切波速越高, 应力波衰减越快。

关键词: 强度准则; 粗粒土; 强度参数; 卸载; 加载

中图分类号: TU473.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2020)02-0073-07

Analysis of influence of source and pile-soil interaction in low strain pile integrity testing

Ding Wei, Chai Huayou, Liu Sihao, Chen Can, Nie Tian, Hu Zhe

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430073, P. R. China)

Abstract: The impact-echo method is an effective method for pile integrity testing. Based on the one dimensional (1-D) stress wave theory, the range and the extent of the changes in pile impedance can be determined from the vibration curve of reflected wave at the top of pile (including travel time, amplitude and phase). However, in practice, a pile is a cylinder rather than a rod for the induced waves, and the section deformation is not uniform. In this study, the three-dimensional wave phenomena exhibited in the wave-field near the pile top are analyzed from the components of the wave excited by the point sources and the multiple reflections from the side of the pile top. The propagation behavior of the waves in the far-field, which is far from the top, is analyzed based on the longitudinal waves in cylinders. The results show that the three-dimensional wave in the near field and the dispersive characteristics of the waves in the far field can be mitigated, and the signals measured at the top can be approximately analyzed using 1-D stress wave theory when the receiver position and source frequency content meet some conditions. Under the interaction

收稿日期: 2019-07-01

基金项目: 国家自然科学基金(41474113)

作者简介: 丁玮(1995-), 女, 主要从事表面波及应力波的测试研究, E-mail: yueyinding@outlook.com。

柴华友(通信作者), 博士, 副研究员, E-mail: chy_rsm@hotmail.com。

Received: 2019-07-01

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 41474113)

Author brief: Ding Wei (1995-), main research interest: test research on surface wave and stress wave, E-mail: yueyinding@outlook.com.

Chai Huayou (corresponding author), PhD, associate professor, E-mail: chy_rsm@hotmail.com.

theory when the receiver position and source frequency content meet some conditions. Under the interaction between the pile and the soil, the stress waves in the pile decay with propagation. The effects of shear wave velocities of pile and soil on the attenuation of stress wave are analyzed. It is shown that the stress wave attenuation is not only related to the shear wave velocity ratio of the pile and soil, but also related to the absolute values of the shear wave velocity of the pile and soil. The lower the shear wave velocity of the pile is, the higher the shear wave velocity of the soil is, and the faster the stress waves decay.

Keywords: strength criterion; coarse-grained soils; strength parameter; unloading; loading

低应变反射波法又称锤击-回波法,其基本原理为一维弹性杆应力波理论。通过在桩顶施加一敲击荷载,激发的弹性波沿桩身传播,当遇到桩身波阻抗变化截面时(如扩颈、缩颈、断桩等),应力波会发生反射及透射现象。通过安装在桩顶位置处的加速度传感器可以接收到反射波质点速度响应,基于一维波动理论可以得到应力波沿桩身传播的平均速度、缺陷类型及位置,从而对桩身完整性进行判定。

实际上桩体是柱体,在应力波作用下,截面变形不均匀^[1],同时,应力波在传播过程中受桩土相互作用影响,这样,基于一维波动理论分析就有局限性,一些学者探讨了桩身应力波传播三维效应及桩周土对其传播的影响。Liao 等^[2]通过对比一维波动理论和三维数值模拟结果,研究了桩顶的三维效应,结果表明三维效应主要受频率影响,高频时表现更为强烈。陈凡等^[3]分析了叠加在响应中的振荡,并将这种振荡解释为由于 S 波和 R 波在桩侧面的多次反射所致。Chow 等^[4]用轴对称有限元分析研究了源半径与桩半径比率对结果的影响,认为源和接收器之间的距离应大于 0.5R,可以最大限度地减少第 1 个峰值后的反向(负向)过冲分量。Zheng 等^[5]通过理论分析认为,在 0.6R 处侧面反射波干扰影响最小。王雪峰等^[6]基于应力波理论,系统地研究了桩顶不同部位质点速度响应的振荡程度以及应力波视速度等随锤桩比、波长桩径比、长径比的变化规律,给出了三维效应的动测规避方式。陈安国等^[7]建立了以桩的连续杆件模型和土的线弹性模型为基础的低应变数值计算模型,并利用行波理论求解出波动方程。岳向红^[8]基于理论、数值分析和工程实践,对基桩中应力波传播三维效应和衰减做出了探讨。陈辉等^[9]对不同缺陷基桩的低应变反射波曲线进行数值模拟,得出反射波质点速度响应曲线,为实际基桩检测提供了理论参考。Chai 等^[10-12]分析了测点布置、振源特征波长与桩径比值对测试信号的影响。

此外,桩土相互作用会影响波传播衰减及桩土系统动力响应^[13],研究桩土相互作用对应力波衰减的影响对基桩动测也非常重要。

由于桩是柱体,波在桩中传播不满足一维波动理论,因此,研究桩中波场对提高基桩结构完整性分析的精度非常必要。笔者将桩体波场分为距桩顶较近的近场及距桩顶较远的远场,基于波场成份及传播路径分析桩侧多次反射波影响较小的位置,基于柱体中纵向波传播特性,分析频率成份对远场波传播特性的影响,探讨了桩顶测试信号的一维近似条件。在桩土相互作用下,桩体应力波部分能量会向周围土体辐射,导致沿桩体向下能量不断衰减,笔者分析了桩土剪切波速等参数对桩土相互作用的影响。

1 桩中波场分析

1.1 桩顶近场

在均匀半空间表面上施加竖直向冲击源时,向下的 P 波和 S 波将会以半球形波前的形式传播,在介质体内遵循 r^{-1} 的几何衰减定律,其中, r 是距离源中心的径向距离。沿表面传播的直达 P 波和 S 波以 r^{-2} 形式衰减;R 波以圆柱形波阵面传播,并且遵循 $r^{-1/2}$ 的几何衰减定律。在 P 波、S 波和 R 波中,R 波的波速最慢,几何衰减最慢,所以,R 波将主导远离源的表面场。S 波和 R 波速度之间的回归关系可以近似表示为^[14-15]

$$c_R \approx \frac{0.87 + 1.12v}{1 + v} c_S \quad (1)$$

式中: c_S 、 c_R 分别为 S 波速度和 R 波速度; v 为泊松比。

桩顶中心振源作用下近场及远场波传播如图 1 所示,在到达桩的圆周侧面之前,桩中波与均匀无限体中波有相同的传播特性。在完整桩桩顶面中心区域用半正弦脉冲激振,数值模拟得到的不同时刻应力波竖直向质点速度幅值云图如图 2 所示,图中中

间黑色矩形框表示脉冲作用区,白色虚线表示波前。可以看出,激发的球面 P、S 波与柱面 R 波相互叠加,无法识别出各类型波。

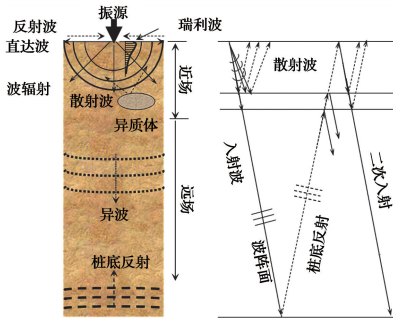


图 1 桩中波的传播路径
Fig. 1 Ray paths of waves in piles

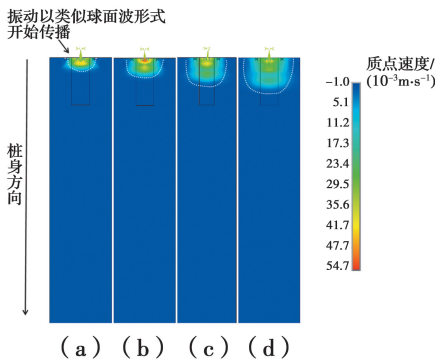


图 2 桩侧面反射之前桩身质点纵向振动速度幅值云图
Fig. 2 Pile body particle longitudinal vibration velocity amplitude contour before pile side reflection

当波遇到桩侧面沿面传播的波在圆周侧来回反射,直到它们的能量消散。由于 P 波的垂直运动在桩顶的波场中相对较小,因此,垂直表面运动由 S 波和 R 波主导,多次反射波的基阶共振频率在式(2)所示范围^[3]。

$$\frac{c_R}{2R} < f_r < \frac{c_S}{2R} \quad (2)$$

式中: R 为桩半径,由于 c_R 接近剪切波速 c_S ,多次反射的共振频率约等于 $c_S/2R$ 。

1.2 桩顶远场

桩顶激振产生的下行波一部分在桩侧边界来回反射,反射波和向下传播波的相互叠加会在距桩顶较远处形成一种新的波,即导波。图 3 给出了 P 波和 S 波在边界反射,相互叠加在圆柱体形成导波的过程。取桩径为 0.2 m、桩长为 5 m 的完整单桩,进行低应变数值模拟分析,图 4 为桩顶以下不同位置竖向向质点速度幅值云图。由质点速度沿截面分布可以看出,距桩顶较近波阵面是曲面(图中白色虚

线),桩轴线附近质点速度相对两侧较大,随着与桩顶距离增加,波阵面趋于平面,波阵面上质点速度分布也较均匀,表明波在远场近似一维杆波,在远场,下行波传播特性可以基于圆柱中纵向波传播分析。

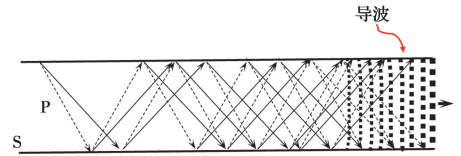


图 3 桩中纵向导波形成过程
Fig. 3 Formation of the guided waves

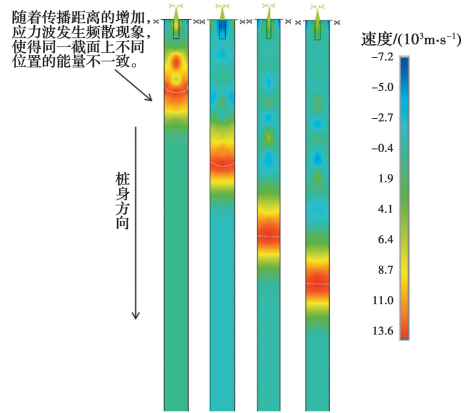


图 4 远场桩身质点纵向振动速度幅值云图
Fig. 4 Pile body particle longitudinal vibration velocity amplitude contour far from source

圆柱体中的导波有 3 种可能的传播模式:纵向、扭转和弯曲。纵向模式的位移纵向轴对称;扭转模式的位移主要在圆周方向上;弯曲模式是非轴对称的。当振源沿轴向施加于桩顶时,扭转和弯曲模式可以被忽略。圆柱体中,纵向导波呈现出多阶模态和频散特征。纵向模式的频散由 Pochhammer 频率方程表示^[1]。

$$\frac{2\alpha}{R}(\beta^2 + \xi^2)J_1(\beta R) - (\beta^2 - \xi^2)J_0(\alpha R) \times J_1(\beta R) - 4\xi^2\alpha\beta J_1(\alpha R)J_0(\beta R) = 0 \quad (3)$$

式中: J_0 为第一类零阶贝塞尔函数; J_1 为第 1 类一阶贝塞尔函数。

ξ 、 α 和 β 定义为

$$\xi = 2\pi/\lambda_L \quad (4)$$

$$\alpha^2 = \omega^2/c_p^2 - \xi^2 \quad (5)$$

$$\beta^2 = \omega^2/c_s^2 - \xi^2 \quad (6)$$

式中: ω 和 λ_L 分别为纵向导波的圆频率和波长。模态截面位移分布与频率有关。在给定频率下,较高模态以较高的速度行进并具有较复杂的位移分布。

引入无量纲波数 $k=Rf/c_p$, 其中, R 是圆柱半径; f 是频率; c_p 是纵波波速。对 $\nu=0.29$, 归一化基阶模态的频散和截面变形形状如图 5 所示^[16]。

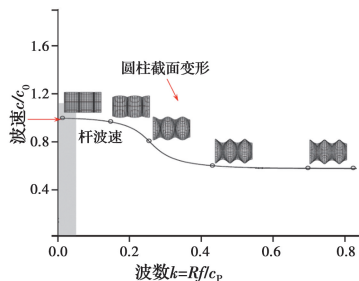


图 5 圆柱中纵向波传播特性

Fig. 5 Longitudinal wave propagation characteristics in a cylinder

图中颜色较深的部分表示纵向位移。可以看出, 当 k 足够小时 (譬如 $k < 0.1$), 导波大致表现为平面波。也就是说, 不同频率的波以几乎相同的速度行进, 并且每个横截面变形近似均匀 (参见图 5 中的阴影区域)。

2 一维波动近似条件

在实际低应变检测中, 敲击脉冲可以近似用半正弦脉冲模拟, 假设 T_d 是半正弦脉冲的持续时间, 脉冲的最大频率 $f_{\max} \approx 1/T_d$ 。桩顶敲击激发的近场是三维的, 波场含 P、S、R 波成份, 可以用这些波的传播特性及在桩顶侧面反射来分析桩顶激发波响应。在远场, 波传播特性可以用基阶模态纵向导波分析, 由于图 5 频散仅与无量纲波数有关, 为了建立敲击脉冲宽度 T_d 与无量纲波数的联系, 引入脉冲特征波长参数, 脉冲的特征波长定义为

$$W_p = T_d \times c_0 \quad (7)$$

式中: $c_0 = \sqrt{E/\rho}$ 是杆波速, E 、 ρ 分别为杨氏模量及密度。半正弦脉冲的无量纲波数 k_{\max} 的最大值可近似重写为

$$k_{\max} = Rf_{\max}/c_{R0}/(W_p c_p) \quad (8)$$

通过 Ls-Dyna 数值模拟方法分析敲击脉冲宽度及桩侧面反射波对桩顶不同位置质点速度响应及远场波传播的影响, 并验证以上理论分析。缩颈桩模型如图 6 所示, 桩直径 ($D=2R$, R 为半径) 为 0.5 m, 桩长 L 为 10 m, 桩材料的杨氏模量 E 、密度 ρ 、泊松比 ν 、分别取为 40 GPa、2 500 kg/m³、0.25, 侧面及桩底取为自由边界。 a 是桩顶圆形加载区域的半径, 取 $a/R=1/8$ 。在 3 个不同位置 $r/R=0.4$ 、0.6、0.8 处, 无量纲脉冲特征波长 W_p/R 取 4 和 8 时, 质

点响应分别如图 7(a)、(b) 所示, r 为测点与桩中心轴的径向距离。

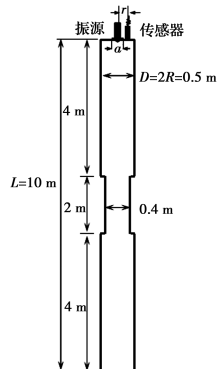
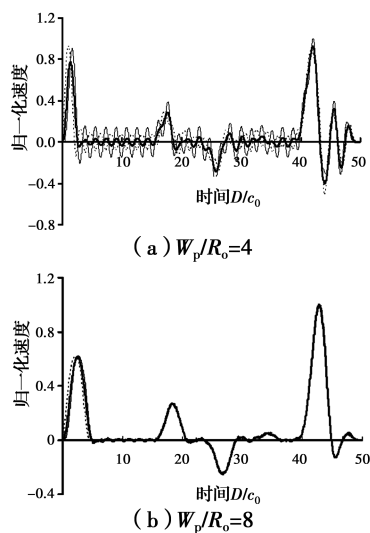


图 6 缩颈桩模型

Fig. 6 Sizes of a neck pile



注: $r/R=0.4$ — $r/R=0.6$ — $r/R=0.8$

图 7 桩顶不同位置质点速度响应

Fig. 7 Responses at different radial positions for

$W_p/R=4$ and $W_p/R=8$

图 7 中, 第 1 个波峰是对应于冲击脉冲的响应 (即直达 S 波和 R 波), 波峰后的振荡是来自桩圆周侧的多次反射, 多次反射波共振频率满足式 (2)。桩底反射后强烈的振荡是由基阶纵向波不同频率的波以不同的速度传播引起, 即频散现象, 圆柱中基阶纵向波频散曲线如图 5 所示。通过对比图 7(a)、(b) 可以发现, 增大 W_p/R 的比例, 可以抑制多次反射强度, 特别当传感器放到离中心约 0.6R 的位置时, 多次反射波在此位置范围出现相消干涉现象, 多次反射波影响较小。

对于 $W_p/R=4$ 的情况, $k_{\max} \approx 0.25$, 由脉冲产生的波分布在较宽的波数 k 范围内, 频散现象较为明显, 基阶模态在该范围内的频散导致尖端反射之后

的强烈振荡,当比率增加到 8 时, $k_{\max} \approx 0.125$, 在此范围内,频散曲线较为平坦,相速度趋于一维杆中波速,截面变形后仍近似平面,在此情况下,圆柱中远场波近似为杆中波。图 8 为 $W_p/R=4, 8$ 情况下,位置 $r/R=0.6$ 处桩顶质点速度响应与基于一维杆理论得到的响应比较。可以看出,当桩顶测点布置在 $r/R=0.6$ 附近且敲击脉冲特征波长与桩径比值 W_p/R 较大时,远场反射信号可近似基于一维波动理论分析。

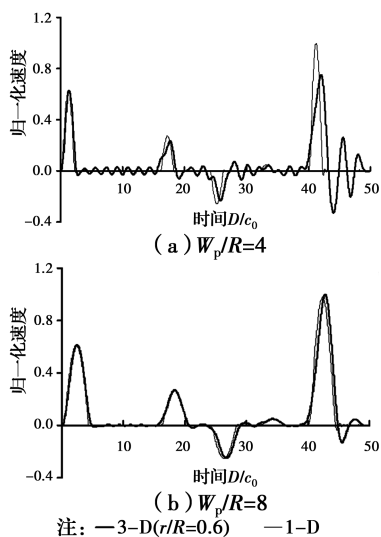


图 8 $W_p/R=4$ 和 8 情况下,三维和一维结果比较

Fig. 8 Comparison of 3D and one-dimensional results for $W_p/R=4$ and $W_p/R=8$

3 桩土相互作用影响分析

上述分析表明,当敲击脉冲特征波长相对半径较大时,远场波传播可近似用一维应力波来分析,桩体向下传播应力波在桩土相互作用下,部分能量向周围土体散射,部分能量沿桩体向上传播,这导致向下传播的波不断衰减,衰减与桩几何参数及桩土剪切波速有关。通过数值模拟侧重研究桩土剪切波速对波传播影响,数值模拟桩长为 5 m,桩身直径为 0.2 m,桩周土外径为 1 m,为模拟水平无限土体,避免人工土边界反射波影响,在土的外侧施加无反射边界。对低应变测试,桩土之间采用弹性接触。根据以上分析,为避免近场三维波动现象,对距桩轴线 $2R/3$ 、桩顶 1.5 m 以下不同位置质点纵向振动速度幅值进行分析,为了比较桩土相互作用影响,以 1.5 m 位置的质点速度幅值为基础,对其他位置点质点速度幅值进行归一化处理。

3.1 桩身波速与土体波速

3.1.1 桩身波速 取土的剪切波速为 50 m/s,密度为 1580 kg/m^3 ,泊松比为 0.44。桩身材料波速分别取为 2500、2000、1500 m/s,通过对数值模拟计算得到的响应分析,得到桩身质点纵向振动速度衰减曲线,如图 9 所示。

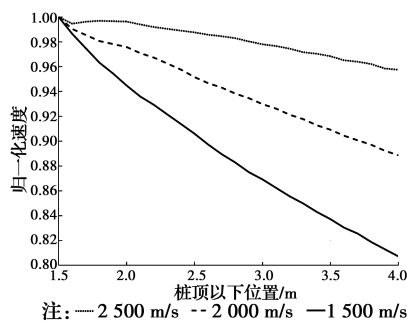


图 9 桩体剪切波速对桩土相互作用影响

Fig. 9 Influence of shear wave velocity of pile on pile-soil interaction

由图 9 可以看出,桩身剪切波速不同,其桩身质点纵向振动速度衰减速率也随之发生变化,且随着桩体材料剪切波速的减小,衰减越快。即认为桩体材料剪切波速越小,应力波在桩身传播时的衰减速率越快。

3.1.2 土体波速 取土的密度为 1580 kg/m^3 ,泊松比为 0.44,桩体材料波速为 3000 m/s,改变桩周土体剪切波速,分别取 50、60、100 m/s。衰减规律如图 10 所示。

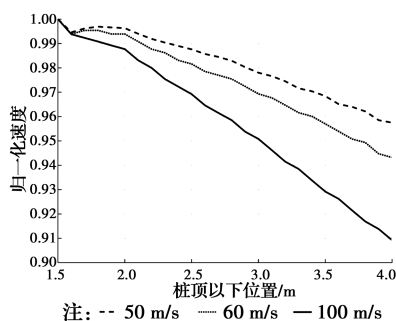


图 10 土体波速对桩土相互作用影响

Fig. 10 Influence of soil wave velocity on pile-soil interaction

桩周土体剪切波速不同,其桩身质点纵向振动速度衰减速率也不同,且随着土体剪切波速的增大,衰减越快。即认为桩周土体剪切波速越大,应力波在桩身传播时的衰减越快。

3.1.3 保持剪切波速比值不变 取土的密度为 1580 kg/m^3 ,泊松比为 0.44,桩身剪切波速分别取

2 500、2 000、1 500 m/s,对应的桩周土体剪切波速分别取为 100、80、60 m/s,从而保证 3 种情况下剪切波速比值为 25,进行数值模拟分析,如图 11。

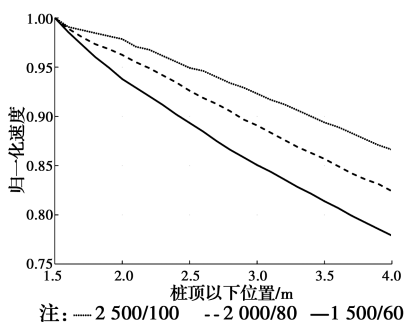


图 11 桩土剪切波速比值不变情况下桩土相互作用的影响

Fig. 11 Pile-soil interaction under constant pile-soil shear wave velocity ratio

从图 11 中可以看出,虽然桩土剪切波速比值不变,但不同桩土剪切波速导致衰减不同,桩体剪切波速越低,则衰减越快,这表明桩土剪切波速比值并不是应力波衰减的决定性参数。

3.2 土体泊松比

取土的剪切波速为 50 m/s,密度为 $1\ 580\ \text{kg/m}^3$;桩身材料波速为 3 000 m/s。改变桩周土体泊松比,分别为 0.43、0.40、0.35,进行低应变数值模拟分析,得到曲线如图 12 所示。

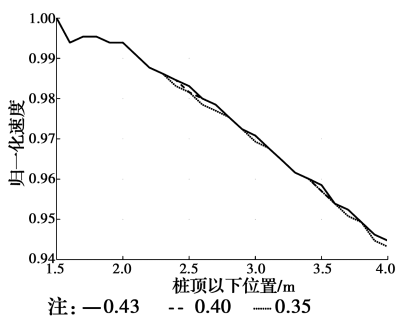


图 12 土体泊松比对桩土相互作用影响

Fig. 12 Influence of soil Poisson's ratio on pile-soil interaction

从图 12 可以看出,桩周土体泊松比不同,其桩身质点纵向振动速度衰减速率几乎一致。即认为桩周土体泊松比对应力波在桩中的传播衰减速率几乎无影响。

以上分析表明,桩体剪切波速与应力波的衰减速率负相关,桩周土体剪切波速与应力波的衰减速率正相关,土体泊松比对应力波衰减速率几乎无影响。

4 模型实验

缩径模型桩长 3.3 m,几何参数见图 13,缩径处完整系数为 0.36。按设计尺寸将模型桩制作好,然后埋入预先挖好的坑中,经过一段时间固结后,进行低应变测试,测试信号见图 14,桩体平均波速为 3 654 m/s,为了考虑桩土相互作用的影响,取土的密度 $1\ 800\ \text{kg/m}^3$,剪切波速 150 m/s。基于一维波动理论,当完整系数取 0.45 时,测试与计算曲线达到最佳匹配,如图 14 所示。由于土体挤入模型桩缩径处导致完整系数比预设值大。这表明,可近似采用一维波动理论对远场反射波进行分析。

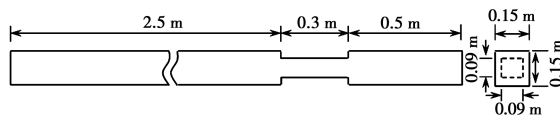


图 13 缩径桩模型

Fig. 13 Neck pile model

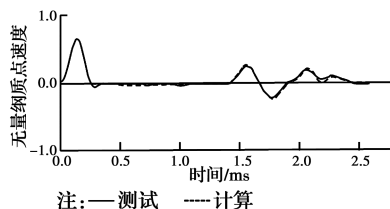


图 14 测试与计算曲线比较

Fig. 14 Comparison of measured and calculated curves

5 结论

1) 在桩顶处施加脉冲作用,距源较近,桩顶附近波场呈三维波动效应,波场中含 P、S、R 成份,通过对这些波的波阵面、能量以及波在桩侧面反射分析可以研究近场波动响应;距振源较远的远场,可以用圆杆中纵向波传播特性进行分析,当敲击脉冲特征波长相对桩径较大时,远场纵向波相速度趋于杆波速,截面变形均匀,在此情况下,远场波近似于一维杆中波。

2) 桩顶距振源约 $0.6R$ 处,侧面反射波相消相干,侧面多次反射波影响程度最小,当测点布置在此位置,且敲击脉冲特征波长相对桩径较大,可以近似基于一维波动理论对远场反射波信号进行分析,但不适合对近场桩体反射波进行分析。

3) 应力波在桩土相互作用下衰减不只与桩土剪切波速比值有关,更重要的是与桩体、土体剪切波速

具体值有关,桩体剪切波速越低,土体剪切波速越高,应力波衰减越快。

参考文献:

- [1] GRAFF K F. Wave motion in elastic solids [M]. Columbus: Ohio State University Press, 1976: 245.
- [2] LIAO S T, ROESSET J M. Dynamic response of intact piles to impulse loads [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, 21(4): 255-275.
- [3] 陈凡, 王仁军. 尺寸效应对基桩低应变完整性检测的影响[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(5): 95-99.
CHEN F, WANG R J. Dimension effect on low strain integrity testing of piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1998, 20(5): 95-99. (in Chinese)
- [4] CHOW Y K, PHOON K K, CHOW W F, et al. Low strain integrity testing of piles: Three-dimensional effects [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(11): 1057-1062.
- [5] ZHENG C J, KOURETZIS G P, DING X M, et al. Three-dimensional effects in low-strain integrity testing of piles: analytical solution [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, 53(2): 225-235.
- [6] 王雪峰, 陈培, 甘轶. 桩顶动测三维效应分析[C]//第二届全国岩土与工程学术大会论文集, 武汉, 2006: 506-513.
WANG X F, CHEN P, GAN Y. Three-dimensional effect analysis of pile top dynamic measurement[C] // Proceedings of the 2nd National Conference on Geotechnical and Engineering, Wuhan, 2006: 506-513.
- [7] 陈安国, 刘东甲. 基桩低应变检测的波动方程数值计算[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2007, 30(10): 1336-1340.
CHENA G, LIU D J. Numerical computation of the wave equation for low strain test piles [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2007, 30(10): 1336-1340. (in Chinese)
- [8] 岳向红. 基于三维导波理论的基桩和锚杆无损检测技术研究[D]. 武汉: 中国科学院研究生院(武汉岩土力学研究所), 2008.
YUE X H. Research of pile and bolt's non-destructive test technology based on 3D guided-wave theory [D]. Wuhan: Graduate School of Chinese Academy of Sciences (Wuhan Institute of Rock and Soil Mechanics), 2008. (in Chinese)
- [9] 陈辉, 董承全, 张佰战, 等. 低应变法检测中几种典型缺陷桩的理论模型分析[J]. 工程地球物理学报, 2012, 9(3): 342-345.
CHENH, DONG C Q, ZHANG B Z, et al. Theoretical model analysis of defective piles in low strain method [J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2012, 9(3): 342-345. (in Chinese)
- [10] CHAI H Y, PHOON K K. Detection of shallow anomalies in pile integrity testing [J]. International Journal of Geomechanics, 2013, 13(5): 672-677.
- [11] CHAI H Y, WEI C F, PHOON K K, et al. Some observations on the performance of the signal matching technique in assessment of pile integrity [J]. Journal of Nondestructive Evaluation, 2011, 30(4): 246-258.
- [12] CHAI H Y, PHOON K K, ZHANG D J. Effects of the source on wave propagation in pile integrity testing [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2010, 136(9): 1200-1208.
- [13] 吴文兵, 蒋国盛, 王奎华, 等. 土塞效应对管桩纵向动力特性的影响研究[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(6): 1129-1141.
WU W B, JIANG G S, WANG K H, et al. Influence of soil plug effect on vertical dynamic response of pipe piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(6): 1129-1141. (in Chinese)
- [14] CHAMMAS R, ABRAHAM O, COTE P, et al. Characterization of heterogeneous soils using surface waves: Homogenization and numerical modeling [J]. International Journal of Geomechanics, 2003, 3(1): 55-63.
- [15] UENISHI K. On a possible role of Rayleigh surface waves in dynamic slope failures [J]. International Journal of Geomechanics, 2010, 10(4): 153-160.
- [16] PAVLAKOVIC N B. Leaky guided ultrasonic waves in NDT [D]. London: Imperial College London, UK, 1998.