

doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2019.185

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



# 基于极限平衡法的砂土中条形基础 极限承载力计算方法

赵志峰, 马青, 方舟

(南京林业大学 土木工程学院, 南京 210037)

**摘要:**通过理论计算确定浅基础的极限承载力是岩土研究的基本课题。由于推导中对滑动面以及承载力系数间的关系假定不同,已有理论计算出的承载力系数的数值并不完全相同。根据极限承载力分析的经典理论模型,采用极限平衡法力矩平衡条件,推导出砂土中条形基础的极限承载力计算公式,并整理得到承载力系数  $N_q$  和  $N_\gamma$  的表达式。与已有常用计算方法相比,推导出的承载力系数  $N_q$  和  $N_\gamma$  的计算公式相互独立,避免了承载力系数相互影响的不足,并减少了计算的不确定性。为验证公式的准确性,将计算结果与极限分析法的理论解答以及文献中的试验结果进行对比,结果表明,相比几种经典理论,用该公式计算出不同内摩擦角时的系数  $N_\gamma$  与极限分析法的计算值更加接近;用该公式计算出的极限承载力与室内试验实测的承载力也更加接近。

**关键词:**极限承载力;砂土;条形基础;极限平衡法;承载力系数

**中图分类号:** TU447      **文献标志码:** A      **文章编号:** 2096-6717(2020)03-0010-07

## Ultimate bearing capacity analysis of strip footing on sand based on the limit equilibrium method

Zhao Zhifeng, Ma Qing, Fang Zhou

(College of Civil Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, P. R. China)

**Abstract:** Ultimate bearing capacity analysis of shallow foundations has been extensively studied by geotechnical scholars. Since different hypotheses exist in the slip surface and relationship between bearing capacity factors, the value of bearing capacity factors is not same depending on the theory used. Based on the classical analytical model, a limit equilibrium method of moment equilibrium is used to deduce the bearing capacity formula of strip footing on sand, and the equations of bearing capacity factors  $N_q$  and  $N_\gamma$  are given. Compared to commonly used theoretical models, the equations of factors  $N_q$  and  $N_\gamma$  are independent thus avoid the interplay of two factors and reduce the uncertainty in calculation. In order to verify the accuracy of the equations, the calculation is compared with the theory solution of limit analysis and laboratory test results in literature. Results indicate that the  $N_\gamma$  values calculated by the proposed equations of different internal friction angle are closer to solution of limit analysis than other theoretical

**收稿日期:** 2019-08-19

**基金项目:** 国家自然科学基金(51508279)

**作者简介:** 赵志峰(1978-),男,副教授,博士,主要从事城市地下工程、微生物岩土工程研究, E-mail: zzf0911@163.com。

**Received:** 2019-08-19

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (No. 51508279)

**Author brief:** Zhao Zhifeng (1978-), associate professor, PhD, main research interests: urban underground engineering and microbial geotechnical engineering, E-mail: zzf0911@163.com.

models. Furthermore, the bearing capacity calculated by equations in this paper shows good agreement with the data of laboratory test.

**Keywords:** ultimate bearing capacity; sand; strip footing; limit equilibrium method; bearing capacity factor

天然地基极限承载力作为岩土力学中的基本问题,受到了学术界和工程界的重视。Terzaghi、Meyerhof等采用不同的方法,推导出了地基极限承载力的计算公式并给出了相应的承载力系数。

目前常用的分析方法有:塑性极限分析法、滑移线法和极限平衡法<sup>[1]</sup>。这3种承载力理论计算方法各有特点:极限分析法理论上比较严密、推导相对比较复杂;滑移线理论能求得无重土极限承载力精确解<sup>[2]</sup>,但对有重土需要结合其他方法求解;极限平衡法由于推导简便而得到了普遍应用。以 Terzaghi 为代表的学者分析了基底以上堆载  $q$ 、基础宽度  $b$  和黏聚力  $c$  对承载力的影响,给出了被广泛应用的地基承载力计算公式

$$p_u = cN_c + qN_q + 0.5\gamma bN_\gamma \quad (1)$$

式中:承载力系数  $N_c$ 、 $N_q$ 、 $N_\gamma$  均为内摩擦角的函数。

对于砂土,黏聚力为零,式(1)改写为

$$p_u = qN_q + 0.5\gamma bN_\gamma \quad (2)$$

由于理论推导中会采取不同的简化,因此,各学者得到的承载力系数表达式有所不同。文献[3]中列出了当基底完全粗糙时 Terzaghi 理论的承载力系数<sup>[3]</sup>

$$N_q = \frac{e^{(1.5\pi-\varphi)\tan\varphi}}{2\cos^2(\pi/4+\varphi/2)} \quad (3a)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{K_p}{\cos^2\varphi} - 1 \right) \tan\varphi \quad (3b)$$

式中: $K_p$  为被动土压力系数。Terzaghi 和 Peck 建议由半经验公式计算  $N_\gamma$

$$N_\gamma = 1.8(N_q - 1)\tan\varphi \quad (4)$$

Lyamin 等<sup>[4]</sup>总结了 Hansen、Bolton 等学者关于承载力系数的研究成果。承载力系数  $N_q$  可表示为

$$N_q = e^{\pi\tan\varphi} \cdot \tan^2(\pi/4+\varphi/2) \quad (5)$$

对于承载力系数  $N_\gamma$ ,由于很难给出严密的推导,所以,不同学者给出了各自的经验公式,这给使用者带来了困难<sup>[5-6]</sup>。其中,比较有代表性的有

$$\text{Hansen 等提出的 } N_\gamma = 1.5(N_q - 1)\tan\varphi \quad (6a)$$

$$\text{Vesic}^{[7]} \text{ 提出的 } N_\gamma = 2(N_q + 1)\tan\varphi \quad (6b)$$

$$\text{Lyamin 等}^{[4]} \text{ 提出的 } N_\gamma = (N_q - 1)\tan(1.32\varphi) \quad (6c)$$

需要指出的是, Terzaghi 采用叠加方法计算承载力系数  $N_c$ 、 $N_q$ 、 $N_\gamma$ ,由于计算时采用不同破坏模式的叠加,因此,推导出的承载力与真实值存在差异<sup>[8-9]</sup>。模型试验和现场试验也表明,采用某些经典模型计算出的极限承载力偏于保守。

随着有限元等数值计算方法的普及,很多学者倾向于采用数值模拟方法研究承载力问题。数值模拟方法假定少、适用范围广,但计算结果缺少普遍性,可以与理论分析法相互补充。目前,仍有学者通过理论分析来研究地基承载力,研究主要集中在:采用非叠加方法计算承载力系数;推导不同形状基础的地基承载力解析解;计算非均质地基条件下的极限承载力。

笔者采取极限平衡法在同一破坏模式下研究砂土上条形基础的承载力,推导考虑埋深和土体重度的极限承载力解析解,提出相互独立的承载力系数计算公式,并将推导结果同经典解答以及文献中的试验结果进行对比,验证公式的合理性和适用性。

## 1 公式推导

推导中采用经典承载力理论的基本假定:条形基础基底粗糙,土体视为理想刚塑性模型且服从 Mohr-Coulomb 屈服准则,在极限荷载下土体发生整体剪切破坏。

设基础宽度为  $b$ 、埋深为  $d$ 、基底以上由于土重产生的堆载为  $\gamma d$ ,考虑对称性,取一半进行分析,分析简图如图 1 所示。根据各学者普遍认可的破坏模式,在基底最大压力  $p_u$  作用下,土中破坏面分为 3 个区:三角形  $ABC$  为弹性核,水平夹角为  $\theta_1$ ;  $ACD$  为过渡区、边界  $CD$  为对数螺旋线,中心角为  $\theta_2$ ;  $ADG$  为被动区,  $AD$  与水平面的夹角为  $45^\circ - \varphi/2$ 。

当基底压力增大时,破坏面逐渐向地表发展。此时,土体自重应力  $\sigma_z$  会在  $AD$  面上产生正应力  $\sigma_n$  和剪应力  $\tau_n$ 。  $CD$  面上作用着抗剪强度  $\tau_z$ ,  $AC$  面上也作用着正应力和剪应力。以  $ACD$  为研究对象,当土体处于极限平衡状态时,各力对  $A$  点的力矩应平衡。由于作用在  $AC$  和  $AD$  面上的剪应力对  $A$  点力矩为零,所以只需考虑两个面上的正应力产生的力

矩。为了便于分析,将AD面上的正应力进行分解。

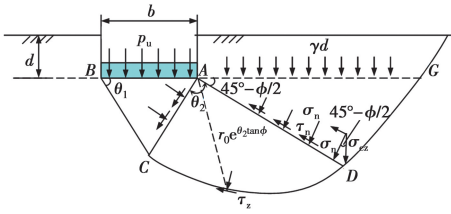


图1 极限承载力分析简图

Fig. 1 Analysis sketch of bearing capacity

如图2所示,作用在AD面上的正应力分成两种:一种是由于基底以上的堆载 $\gamma d$ 产生的,沿AD面保持不变;一种是由在AD高度范围内的土体自重产生的,沿AD呈三角形分布。

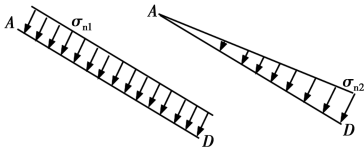


图2 AD面上的正应力

Fig. 2 Normal stress on AD plane

根据几何关系可得到

$$\sigma_{n1} = \gamma d \cdot \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7)$$

$$\sigma_{n2} = \gamma AD \cdot \sin\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \cdot \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (8)$$

$\sigma_{n1}$ 对A点产生的顺时针力矩 $M_1$ 为

$$M_1 = \sigma_{n1} \cdot AD \cdot \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}\sigma_{n1} \cdot AD^2 \quad (9a)$$

$\sigma_{n2}$ 对A点产生的顺时针力矩 $M_2$ 为

$$M_2 = \frac{1}{2}\sigma_{n2} \cdot AD \cdot \frac{2}{3}AD = \frac{1}{3}\sigma_{n2} \cdot AD^2 \quad (9b)$$

CD面上的抗剪强度也会对A点产生顺时针力矩。由于在 $\theta_2$ 范围内的半径是变化的,方程为 $\gamma = \gamma_0 e^{\theta_2 \tan \varphi}$ ,  $\gamma_0 = AC$ 。而在CD面上的砂土抗剪强度与该点所受正应力有关,为便于推导假设在CD面上的抗剪强度 $\tau_z$ 为定值。根据文献[3]列出的Meyerhof的推导思路,可得到其对A点的力矩 $M_3$ 为

$$M_3 = \tau_z \int_0^{\theta_2} \gamma^2 d\theta = \tau_z \int_0^{\theta_2} e^{2\theta \tan \varphi} d\theta = \frac{\tau_z}{2 \tan \varphi} \gamma_0^2 (e^{2\theta_2 \tan \varphi} - 1) \quad (9c)$$

作用在AC面上的正应力会对A点产生逆时针的力矩。与AD面相似,对AC面上正应力进行分解如图3。

两种应力对A点的力矩分别为

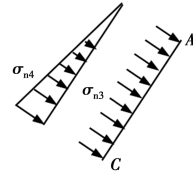


图3 AC面上的正应力

Fig. 3 Normal stress on AC plane

$$M'_1 = \frac{1}{2}\sigma_{n3} \cdot AC^2 = \frac{1}{2}\sigma_{n3} \cdot \gamma_0^2 \quad (9d)$$

$$M'_2 = \frac{1}{3}\sigma_{n4} \cdot AC = \frac{1}{3}\sigma_{n4} \cdot \gamma_0^2 \quad (9e)$$

式中: $\gamma_0 = \frac{b}{2} \sec \theta_1$ 。

为了减少未知量数量,引入平均正应力 $\sigma'_n$ ,即

$$M'_1 + M'_2 = \frac{1}{2}\sigma'_n \cdot \gamma_0^2$$

根据A点的力矩平衡,可得到

$$\frac{1}{2}\sigma'_n \cdot \gamma_0^2 = \frac{1}{2}\sigma_{n1} \cdot AD^2 + \frac{1}{3}\sigma_{n2} \cdot AD^2 +$$

$$\frac{\tau_z}{2 \tan \varphi} \gamma_0^2 (e^{2\theta_2 \tan \varphi} - 1) \quad (10)$$

式中: $AD = \gamma_0 e^{\theta_2 \tan \varphi}$ ,式(10)写为

$$\sigma'_n \cdot \gamma_0^2 = \sigma_{n1} \cdot \gamma_0^2 e^{2\theta_2 \tan \varphi} + \frac{2}{3}\sigma_{n2} \cdot \gamma_0^2 e^{2\theta_2 \tan \varphi} +$$

$$\frac{\tau_z}{\tan \varphi} \gamma_0^2 (e^{2\theta_2 \tan \varphi} - 1) \quad (11)$$

根据Mohr-Coulomb强度定理,砂土的抗剪强度为 $\tau_z = \overline{\sigma}_z \cdot \tan \varphi$ ,代入式(11),化简后得

$$\sigma'_n = \sigma_{n1} \cdot e^{2\theta_2 \tan \varphi} + \frac{2}{3}\sigma_{n2} \cdot e^{2\theta_2 \tan \varphi} + \overline{\sigma}_z (e^{2\theta_2 \tan \varphi} - 1) \quad (12)$$

将式(7)、式(8)代入式(12),并化简得

$$\sigma'_n = \gamma d \cos\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) e^{2\theta_2 \tan \varphi} +$$

$$\frac{1}{6} \gamma b \sec \theta_1 \sin(90^\circ - \varphi) e^{3\theta_2 \tan \varphi} + \overline{\sigma}_z (e^{2\theta_2 \tan \varphi} - 1) \quad (13)$$

由于在对数螺旋线CD上的正应力不是定值,为了便于求解且偏于安全,取C点的法向应力为 $\overline{\sigma}_z$ ,即

$$\overline{\sigma}_z = \sigma_{cz} \cdot \sin \theta_1 = (\gamma d + 0.5 \gamma b \tan \theta_1) \sin \theta_1 \quad (14)$$

将式(14)代入式(13),得到

$$\sigma'_n = \gamma d [\cos(45^\circ - \varphi/2) e^{2\theta_2 \tan \varphi} + \sin \theta_1 e^{2\theta_2 \tan \varphi} - \sin \theta_1] + \frac{1}{2} \gamma b \left[ \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{3 \cos \theta_1} e^{3\theta_2 \tan \varphi} + \tan \theta_1 \sin \theta_1 e^{2\theta_2 \tan \varphi} - \tan \theta_1 \sin \theta_1 \right] \quad (15)$$

对 ABC 土体进行受力分析,如图 4 所示,在极限荷载  $p_u$  的作用下,AC 和 BC 受到两侧土体产生的法向应力  $\sigma'_n$  和切向应力  $\tau'_n$ ,它们在竖向上分解后的合力与作用在宽度  $b$  上的  $p_u$  与土体重力  $W$  相平衡,即:

$$\sigma'_n \cdot \cos \theta_1 \cdot 2AC + \tau'_n \cdot \sin \theta_1 \cdot 2AC = p_u b + W$$

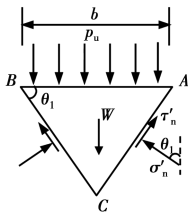


图 4 ABC 受力分析

Fig. 4 Stress analysis of soil body ABC

将  $\tau'_n = \sigma'_n \cdot \tan \varphi$ ,  $W = \frac{1}{4} \gamma b^2 \tan \theta_1$  代入上式,得

$$p_u = \sigma'_n \cdot (1 + \tan \varphi \tan \theta_1) - \frac{1}{4} \gamma b \tan \theta_1 \quad (16)$$

将式(15)代入式(16),化简后得到

$$p_u = qN_q + 0.5\gamma bN_\gamma \quad (17)$$

其中

$$N_q = \left[ e^{2\theta_2 \tan \varphi} \left( \cos \left( 45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right) + \sin \theta_1 \right) - \sin \theta_1 \right] \cdot (1 + \tan \varphi \tan \theta_1) \quad (18)$$

$$N_\gamma = \left[ e^{2\theta_2 \tan \varphi} \left( \frac{\sin(90^\circ - \varphi)}{3 \cos \theta_1} e^{3\theta_2 \tan \varphi} + \tan \theta_1 \sin \theta_1 \right) - \tan \theta_1 \sin \theta_1 \right] \cdot (1 + \tan \varphi \tan \theta_1) - \frac{1}{2} \tan \theta_1 \quad (19)$$

式(18)、式(19)中除了砂土的内摩擦角外,涉及的变量只有两个: $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 。根据图 1 的几何关系, $\theta_2 = 135^\circ - \theta_1 + \varphi/2$ 。而 ABC 的夹角  $\theta_1$ ,学者们有不同的取值,根据 Terzaghi 和数值模拟的研究, $\theta_1$  的大小与土的内摩擦角比较接近,故取  $\theta_1 = \varphi$ 。

## 2 承载力系数的比较

通过以上推导得到了作用下砂土上的条形基础承载力系数表达式。已有的承载力理论大多是先推导出  $N_q$  的表达式,再通过经验法得到  $N_\gamma$  与  $N_q$  的关系(如式(4)、式(6a)、式(6b)、式(6c))。本文直接推导出两个系数的计算公式,方便使用。

表 1 为笔者公式与目前使用较多的经典理论计算出的承载力系数  $N_q$  对比。已有理论中,计算公式主要有两类:一是 Terzaghi 使用的式(3a),一是 Hansen、Vesic 等众多学者使用的式(5)。当内摩擦角小于  $24^\circ$  时,式(18)计算出的  $N_q$  小于 Terzaghi 和 Hansen 的计算值;当内摩擦角不小于  $24^\circ$  时,式(18)计算出的  $N_q$  介于 Terzaghi 和 Hansen 二者之间。

表 1 与各学者承载力系数  $N_q$  对比

Table 1 Comparison of bearing capacity factor  $N_q$  between common used theory and this paper

$\varphi/(^\circ)$	Terzaghi	Hansen	Vesic	本文
2	1.22	1.20	1.20	0.85
4	1.49	1.43	1.43	1.04
6	1.81	1.72	1.72	1.29
8	2.21	2.06	2.06	1.59
10	2.69	2.47	2.47	1.98
12	3.29	2.97	2.97	2.46
14	4.02	3.59	3.59	3.08
16	4.92	4.34	4.34	3.85
18	6.04	5.26	5.26	4.82
20	7.44	6.40	6.40	6.05
22	9.19	7.82	7.82	7.61
24	11.40	9.60	9.60	9.61
26	14.21	11.85	11.85	12.17
28	17.81	14.72	14.72	15.48
30	22.46	18.40	18.40	19.78
32	28.52	23.18	23.18	25.44
34	36.50	29.44	29.44	32.95
36	47.16	37.75	37.75	43.02
38	61.55	48.93	48.93	56.70
40	81.27	64.20	64.20	75.54
42	108.75	85.37	85.37	101.91
44	147.74	115.31	115.31	139.46

表 2 为笔者公式与目前使用较多的理论计算出的承载力系数  $N_\gamma$  对比。列举的 4 种理论中, Terzaghi(式(4))、Vesic(式(6b)) 计算出的  $N_\gamma$  相对较高,而 Hansen(式(6a)) 和 Salgado(式(6c)) 计算出的  $N_\gamma$  相对较低。当内摩擦角小于  $12^\circ$  时, Terzaghi、Hansen、Salgado 承载力理论得到的均小于 1,式(19)计算出的为 1.49,略低于 Vesic 理论得到的 1.69。随着内摩擦角的增大,式(19)计算出的  $N_\gamma$  基本介于 Terzaghi 和 Vesic 的解答之间,大于

Hansen 和 Salgado 的解答。

表 2 与各学者承载力系数  $N_\gamma$  对比

Table 2 Comparison of bearing capacity factor  $N_\gamma$  between common used theory and this paper

$\varphi/(^{\circ})$	Terzaghi	Vesic	Hansen	Salgado	本文
2	0.01	0.15	0.01	0.01	0.42
4	0.06	0.34	0.05	0.04	0.53
6	0.15	0.57	0.11	0.10	0.68
8	0.31	0.86	0.22	0.20	0.87
10	0.54	1.22	0.39	0.35	1.14
12	0.88	1.69	0.63	0.56	1.49
14	1.35	2.29	0.97	0.86	1.95
16	2.02	3.06	1.43	1.29	2.58
18	2.95	4.07	2.08	1.87	3.41
20	4.22	5.39	2.95	2.68	4.55
22	5.96	7.13	4.13	3.79	6.08
24	8.34	9.44	5.75	5.31	8.17
26	11.60	12.54	7.94	7.41	11.03
28	16.09	16.72	10.94	10.32	14.99
30	22.30	22.40	15.07	14.40	20.51
32	30.95	30.21	20.79	20.14	28.30
34	43.11	41.06	28.77	28.32	39.42
36	60.36	56.31	40.05	40.14	55.50
38	85.15	78.02	56.17	57.45	79.11
40	121.24	109.41	79.54	83.26	114.41
42	174.63	155.54	113.96	122.49	168.21
44	255.06	224.63	165.58	183.50	252.12

从承载力系数的推导和数值可以看出,内摩擦角  $\varphi$  直接决定着承载力系数的高低和砂土承载力的大小。尤其是当内摩擦角较大时,这一影响体现得更为明显。因此,在计算密砂的承载力系数时,对内摩擦角的取值需要慎重。有学者指出,在非关联流动法则下,砂土的剪胀角  $\psi$  会影响速度矢量的方

向<sup>[10-11]</sup>。此时应该用式(20)计算的等效内摩擦角  $\varphi^*$  代替内摩擦角  $\varphi$  计算承载力系数<sup>[11]</sup>。另外,基础宽度  $b$  对承载力计算的准确性也存在一定影响。基础宽度增大虽然会使承载力提高,但很多研究也表明存在界限,所以,在地基基础规范的承载力修正中,对宽度的取值进行了限制。因此,使用本文公式计算承载力时,砂土内摩擦角取值尽量不超过  $44^{\circ}$ ,条形基础宽度不超过 6 m。

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \psi \sin \varphi}{1 - \sin \psi \sin \varphi} \quad (20)$$

### 3 计算结果的对比较证

为了验证公式的合理性,将计算结果进行两种对比较证。

#### 3.1 与极限分析法计算的 $N_\gamma$ 对比

由于系数  $N_\gamma$  多是通过经验公式计算,因此,各承载力理论中  $N_\gamma$  差别较大。极限分析法理论比较复杂、推导严密,可得到极限荷载<sup>[12]</sup>,因此,将笔者计算的  $N_\gamma$  与极限分析法的计算值进行对比。参考在地基承载力研究中被广泛引用的 Michalowski 和 Soubra 的极限分析法计算结果。Michalowski 比较了已有的承载力理论,并给出了基底粗糙时  $N_\gamma$  的计算公式<sup>[11]</sup>

$$N_\gamma = e^{0.66-5.11 \tan \varphi} \tan \varphi \quad (21)$$

Soubra 给出了承载力的推导思路,由于过程复杂,所以,给出了不同内摩擦角时的  $N_\gamma$  值<sup>[13]</sup>。选取了内摩擦角为  $15^{\circ}$ 、 $25^{\circ}$ 、 $35^{\circ}$  的 3 种情况进行对比。如表 3 所示,不同摩擦角时本文公式的计算结果同 Michalowski 和 Soubra 的解答都比较接近。几种经典理论中,Vesic 解在内摩擦角为  $35^{\circ}$  时的解答与极限分析法的解答比较接近,但在  $15^{\circ}$  和  $25^{\circ}$  时相差较大。

表 3 得到的系数  $N_\gamma$  对比

Table 3 Comparison of bearing capacity factor  $N_\gamma$  between classical theory and this paper

$\varphi/(^{\circ})$	Terzaghi	Vesic	Hansen	Salgado	本文	Michalowski	Soubra
15	1.66	2.65	1.18	1.06	2.24	2.04	1.95
20	4.22	5.39	2.95	2.68	4.55	4.52	4.49
35	50.97	48.03	33.92	33.68	46.70	48.51	49.00

#### 3.2 与试验得到的 $p_u$ 进行对比

将公式解与已有研究中的试验结果进行对比。

在砂土承载力方面的研究主要集中在理论和数值分析上,关于砂土上浅基础极限承载力的试验成果并

不多。Siddiquee 等<sup>[14-15]</sup>曾在砂土上进行过一系列基础承载力试验,因此,从中选取条形基础的试验结果进行对比。

试验 1(模型试验)<sup>[14]</sup>:条形基础宽度 0.5 m,基础置于砂土表面、埋深为 0。

试验 2(离心机试验)<sup>[15]</sup>:等效条形基础宽度 1 m,基础的埋深与基础宽度的比值分别为:0.50、0.75、1.00。

两种试验采用的都是相同的石英砂(Toyourasand)。该砂的干重度为 15.8 kN/m<sup>3</sup>,考虑应力水平后的等效内摩擦角为 40.1°。

试验 1 得到的极限承载力  $p_u$  约为 470 kPa。使用本文公式计算出的承载力为 461 kPa, Terzaghi 理论解为 488 kPa, Vesic 解为 440 kPa, Hansen 解为 320 kPa, Salgado 解为 335 kPa。本文公式的解答与试验值更接近。

试验 2 通过离心机试验得到了条形基础不同埋深时的极限承载力<sup>[13]</sup>。通过图 5 的计算值与试验值对比可以看出,几种埋深下的 Terzaghi 解都大于试验值,而 Hansen 解和 Salgado 解都明显小于试验值,这与之前承载力系数的规律一致。Vesic 解和本文公式解与试验值比较接近,相比之下,当  $d/b=0.25$  和 0.5 时,本文公式的解答与试验值相差很小;当  $d/b=1.0$  时, Vesic 解更接近。从不同埋深的试验数值来看,  $d/b$  从 0.75 增加至 1.0 时,承载力的增幅明显小于  $d/b$  从 0.5 增加至 0.75 时,这可能与试验误差等因素有关。

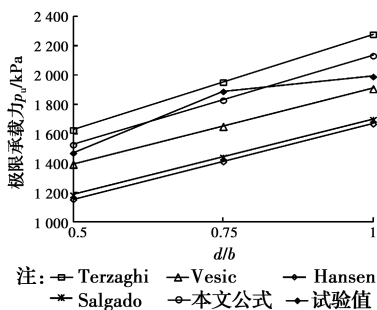


图 5 承载力计算解与试验解的对比

Fig. 5 Comparison of bearing capacity between calculated values and test values

将几种理论解与试验值的平均误差进行计算。使用本文公式计算值与试验值的误差为 2.6%,其余理论的误差分别为: Vesic 解为 7.4%, Terzaghi 解为 9.5%, Hansen 解为 21%, Salgado 解为 19%。

从结果对比可以看出,本文公式可以用来计算砂土上条形基础的极限承载力且误差较小。

## 4 结论

1) 根据经典承载力理论,对滑动区土体的受力进行分析,推导出基于极限平衡法的承载力解析解,并整理出承载力系数  $N_q$  和  $N_\gamma$  的表达式。

2) 使用本文得到的承载力系数计算公式,给出了砂土内摩擦角 2°~44°时的承载力系数取值,并与常用的承载力系数取值方法进行了比较。

3) 本文得到的承载力系数计算公式相互独立、变量较少,使用起来比较方便。通过与已有试验研究结果对比,验证了本文公式计算结果的合理性。

## 参考文献:

- [1] 王冬勇, 陈曦, 于玉贞, 等. 基于二阶锥规划有限元增量加载法的条形浅基础极限承载力分析[J]. 岩土力学, 2019, 40(12): 1-7.
- [2] WANG D Y, CHEN X, YU Y Z, et al. Ultimate bearing capacity analysis of shallow strip footing based on second-order cone programming optimized incremental loading finite element method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(12): 1-7. (in Chinese)
- [3] 韩冬冬, 谢新宇, 王忠瑾, 等. 条形粗糙基础极限承载力求解与误差分析[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(10): 1789-1796.
- [4] HAN D D, XIE X Y, WANG Z J, et al. Solution and error evaluation for bearing capacity of rough strip footing [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(10): 1789-1796. (in Chinese)
- [5] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
- [6] QIAN J H, YIN Z Z. Geotechnical principle and calculation [M]. Beijing: China Water Power Press, 1996. (in Chinese)
- [7] LYAMIN A V, SALGADO R, SLOAN S W, et al. Two- and three-dimensional bearing capacity of footings in sand [J]. Géotechnique, 2007, 57(8): 647-662.
- [8] MOTRA H B, STUTZ H, WUTTKE F. Quality assessment of soil bearing capacity factor models of shallow foundations [J]. Soils and Foundations, 2016, 56(2): 265-276.
- [9] NGUYEN D L, OHTSUKA S, HOSHINA T, et al. Discussion on size effect of footing in ultimate bearing

- capacity of sandy soil using rigid plastic finite element method [J]. *Soils and Foundations*, 2016, 56(1): 93-103.
- [7] VESIC A S. Analysis of ultimate loads of shallow foundations [J]. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1973, 9(1): 45-76.
- [8] SILVESTRI V. A limit equilibrium solution for bearing capacity of strip foundations on sand [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003, 40(2): 351-361.
- [9] 谢新宇, 韩冬冬, 黄利, 等. 粗糙条形基础极限承载力系数  $N_\gamma$  的计算[J]. *岩土力学*, 2016, 37(Sup1): 209-214.
- XIE X Y, HAN D D, HUANG L, et al. Calculation of ultimate bearing capacity factor  $N_\gamma$  for rough strip footings [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(Sup1): 209-214. (in Chinese)
- [10] 张培文, 陈祖煜. 剪胀角对地基承载力的影响[J]. *岩土力学*, 2006, 27(3): 463-465.
- ZHANG P W, CHEN Z Y. Significance of soil dilatancy in bearing capacity of ground [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2006, 27(3): 463-465. (in Chinese)
- [11] MICHALOWSKI R. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis [J]. *Soils and Foundations*, 1997, 37(4): 57-64.
- [12] ESHKEVARI S S, ABBO A J, KOURETZIS G. Bearing capacity of strip footings on sand over clay [J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2019, 56(5): 699-709.
- [13] SOUBRA A H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, 125(1): 59-68.
- [14] SIDDIQUEE M S A, TANAKA T, TATSUOKA F, et al. Numerical simulation of bearing capacity characteristics of strip footing on sand [J]. *Soils and Foundations*, 1999, 39(4): 93-109.
- [15] SIDDIQUEE M S A, TATSUOKA F, TANAKA T, et al. Model tests and FEM simulation of some factors affecting the bearing capacity of a footing on sand [J]. *Soils and Foundations*, 2001, 41(2): 53-76.

(编辑 王秀玲)