

doi:10.11835/j.issn.2096-6717.2020.019

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



斜拉桥 II 形结合主梁施工过程剪力滞系数变化规律

郭飞¹, 周世军²

(1. 广铁集团广州工程建设指挥部, 广州 510440; 2. 重庆大学 土木工程学院;
山地城镇建设与新技术教育部重点实验室, 重庆 400045)

摘要: 斜拉桥中的 II 形主梁宽高比很大, 剪力滞问题非常突出。针对斜拉桥施工过程中结构、荷载与位移边界条件等不断变化的情形, 提出一种能同时考虑结合梁剪力滞变形与弯曲变形耦合影响、适用于复杂荷载与边界条件的每节点两个剪力滞自由度的 II 形结合梁单元。在单元公式推导中, 假定钢梁与混凝土翼板纵向位移沿横向为 3 次抛物线分布, 相同横向坐标的钢梁翼缘板和混凝土桥面板呈相似的剪力滞位移曲线变化规律。按悬臂施工过程中的动态结构和动态剪力滞边界条件分析了在桥面板自重荷载、斜拉索张拉荷载及二期恒载等作用下的 II 形结合梁斜拉桥中主梁截面剪力滞效应及其随施工过程变化的规律, 并将计算结果与现场实测数据进行对比, 结果表明: 斜拉桥中结合梁主梁截面的剪力滞效应随施工过程荷载及位移边界条件的变化呈正负剪力滞交替变化, 相较于桥面板自重等竖向荷载, 斜拉索张拉荷载对主梁剪力滞效应的影响更明显; 与靠近悬臂前端梁段截面的剪力效应相比, 靠近桥塔附近梁段截面的剪力滞效应亦更加明显; 随着施工步骤增加, II 形结合梁主梁截面剪力滞系数变化逐渐减小。相对斜拉桥成桥阶段, 悬臂施工阶段的剪力滞效应更值得关注。

关键词: 斜拉桥; II 形结合梁; 剪力滞系数; 施工过程; 动态结构

中图分类号: U441; U448.27 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2020)03-0100-06

Shear-lag coefficient of II shaped composite girder in construction stages of cablestayed bridge

Guo Fei¹, Zhou Shijun²

(1. Guangzhou Engineering Construction Command of Guangzhou Railway Bureau, Guangzhou 510440, P. R. China;
2. College of Civil Engineering; Key Laboratory of New Technology for Construction of Cities in Mountain Area,
Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China)

Abstract: Width to height ratio II shaped girder of cable stayed bridge is very big, and the shear lag problem is very outstanding. For considering the variation of load and boundary conditions in construction

收稿日期: 2019-09-06

基金项目: 重庆市自然科学基金(CSTC 2010BB6048)

作者简介: 郭飞(1976-), 男, 高级工程师, 主要从事铁道工程和组合结构桥梁研究, E-mail: 710393476@qq.com。
周世军(通信作者), 男, 教授, E-mail: sjzhou8@163.com。

Received: 2019-09-06

Foundation item: Natural Science Foundation of Chongqing (No. CSTC 2010BB6048)

Author brief: Guo Fei(1976-), senior engineer, main research interests: railway engineering and composite girder bridge,
E-mail: 710393476@qq.com.
Zhou Shijun (corresponding author), professor, E-mail: sjzhou8@163.com.

process, a beam element with two shear-lag degrees of freedom at each node is established to take the coupling effect of shear lag and bending deformation of composite girder into account, which is suitable for the complex load and boundary conditions. In the formula derivation, it is assumed that the longitudinal displacements of the concrete slab are described by a third-power parabolic function, and the steel flanges share the same displacements with concrete slab at the same abscissa. The shear-lag effects of Π-shaped composite girder in a cable-stayed bridge during the construction process is analyzed by using the proposed method. The dead weight of decks, tensioning loads and secondary dead load are considered in analysis according to the dynamic shear-lag boundary conditions during the construction process. The numerical analysis results were compared with measured ones. It was shown that the shear lag of main girder alternates with positive and negative effect along with the changes of load increments and boundary conditions in different construction stages. Comparing with the vertical loads such as the dead weight of decks, the cable-tensioning loads have a much more obvious effect on the shear lag of the main beam. The shear lag effect at the sections near the towers is more obvious than that at the other sections. As the construction continuing of the bridge, the shear lag coefficients of the Π-shaped composite beam are gradually decreasing. In addition, it should pay more attention to the shear lag effect in the cantilever construction stages than that in the final structure.

Keywords: cablestayed bridge; Π shaped composite girder; shear lag coefficient; construction process; dynamic structure

斜拉桥因其显著的跨越能力和较为合理的经济性能而成为大跨度桥梁中一种重要的结构形式。Π形截面或Π形组合截面是目前实际工程中常用的斜拉桥截面型式。与一般箱梁截面相比,斜拉桥中Π形截面(或Π形组合截面)主梁的宽高比较大(一般大于10),在弯矩、轴力共同作用下,混凝土翼板剪力滞效应相比普通箱梁更加显著,截面正应力沿翼板宽度的分布规律也变得十分复杂。而随着现代交通发展的需要,实际工程对组合梁斜拉桥的宽度和跨径要求越来越大,其主梁截面剪力滞效应问题也更加突出。因此,很有必要研究Π形截面或Π形组合截面斜拉桥在实际工程应用中的剪力滞效应。

许多学者针对剪力滞效应已进行了大量研究。Reissner^[1]最早假设翼板纵向位移沿横向为二次抛物线分布,采用基于最小势能原理的能量变分法分析了矩形箱梁剪力滞效应。随后,许多学者^[2-3]对Reissner的方法进行扩展,进行了大量理论研究和试验验证,并在已有理论基础上提出了更为方便适用的有限梁段法^[4-5]。但以往的梁段有限元法往往只考虑一个剪力滞自由度,所采用荷载条件也大多为均布或竖向集中荷载,对于拥有复杂类型的荷载和边界条件薄壁梁,例如 $u' = 0$ (u 为剪切转角最大差值)等薄壁梁剪力滞效应问题无法满足其研究需求。基于此,Zhou^[6]提出了每个节点两个剪力滞自

由度的有限梁段方法,得到了考虑集中弯矩对箱梁剪力滞影响的梁单元系数矩阵和荷载列阵,为复杂桥梁的剪力滞效应研究提供了有效方法。目前,针对斜拉桥全桥的剪力滞效应分析大多是采用板壳(或实体)有限元方法对成桥状态下或部分特定施工阶段的结构进行静力分析^[7-9],以获取主梁截面应力不均匀特征,进而判断剪力滞影响。这种方法不仅计算工作量大,而且不易直观反映施工过程中主梁荷载与剪力滞位移边界条件不断变化对截面应力不均匀现象(即剪力滞效应)的影响,也缺乏明确的物理意义。关于Π形截面梁剪力滞效应的分析问题,已有方法:级数解法、翼板有效宽度的方法或者是基于板壳有限元模型的数值方法^[10-11]。针对斜拉桥施工过程中结构、荷载与位移边界条件等不断动态变化的情形(除梁端节点外,其他节点按剪力滞自由度的约束情形可分边界简支、边界自由和内部节点,而边界自由和内部节点在施工过程中动态变化),周世军等^[12]提出了一个能同时考虑结合梁剪力滞变形与弯曲变形耦合影响、适用于复杂荷载与边界条件的每节点两个剪力滞自由度的Π形结合梁单元,并对剪力滞效应对Π形结合梁斜拉桥主梁弯曲刚度的影响进行了详细研究。

笔者在文献[12]的基础上,改进了主梁截面翼板的纵向位移函数,导出了新的位移假定更为精细

的结合梁单元刚度矩阵公式,在此基础上研究了文献[12]没有研究的Π形结合梁斜拉桥主梁截面剪力滞系数随悬臂施工过程的动态变化规律。

1 基本假定

图1为钢-混凝土Π形结合梁主梁截面示意图。

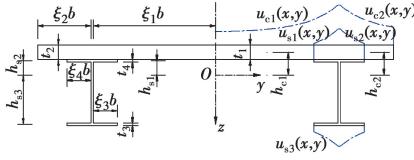


图1 Π形结合梁主梁截面示意图

Fig. 1 Cross section of I-shaped composite girder

与文献[12]简化的位移假定不同,假定混凝土和钢梁翼板纵向位移函数沿横向的每一段均为3次抛物线分布^[2],钢梁上下翼缘采用对称位移函数,相同横坐标处混凝土桥面板与钢梁翼缘剪力滞曲线变化相似,腹板仍满足平截面假定;混凝土翼板、钢梁上下翼缘的板内竖向纤维无挤压, $\varepsilon_z=0$,板平面外剪切变形 γ_{xz}, γ_{yz} 以及横向弯曲、横向应变均可忽略不计;混凝土翼板与钢梁之间的滑移忽略不计。则可得到主梁的剪力滞翘曲位移函数

$$u_i(x, y) = h_i \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_i \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_i b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \quad (1)$$

式中: w 为竖向位移; $\xi_i b$ 为工字钢腹板间净距的一半或混凝土及钢梁翼板悬臂宽度; h_i 为混凝土翼板和钢梁翼板到截面中性轴的距离; $\varphi(x)$ 为剪切转角最大差值; ζ_i 为考虑翼板宽度和边界条件影响的修正系数, $\zeta_i = \eta \xi_i / \xi_{max}$,取值参照有限条法计算结果。

则混凝土翼板与钢梁上下翼缘的剪力滞位移函数分别为

$$\begin{cases} u_{c1}(x, y) = h_{c1} \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_1 \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_1 b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \\ u_{c2}(x, y) = h_{c2} \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_1 \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_1 b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \\ u_{s1}(x, y) = h_{s1} \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_1 \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_1 b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \\ u_{s2}(x, y) = h_{s2} \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_1 \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_1 b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \\ u_{s3}(x, y) = h_{s3} \left\{ \frac{dw}{dx} + \zeta_3 \left[1 - \frac{y^3}{(\xi_3 b)^3} \right] \varphi(x) \right\} \end{cases} \quad (2)$$

式中: h_{c1}, h_{c2} 分别为混凝土内、外翼板中轴距结合梁截面形心轴的距离; h_{s1}, h_{s2} 分别为内、外钢梁上翼板中轴距结合梁截面形心轴的距离; h_{s3} 为钢梁下翼板中轴距结合梁截面形心轴的距离。

根据最小势能原理,体系总势能的一阶变分应该为零。

$$\delta\Pi = \delta(U + V) = 0 \quad (3)$$

式中: U 为体系的形变势能; V 为体系的荷载势能。

利用变分法,由式(1)~式(3)可得到关于 $\varphi(x)$ 和 w 的微分方程和边界条件。

2 剪力滞理论公式

考虑剪力滞与弯曲变形耦合的具有两个剪力滞自由度的薄壁梁单元如文献[12]。按平面问题分析时,单元每节点共有5个单元力和单元位移分量;单元节点位移和单元节点力向量可以分别表示为

$$\boldsymbol{\delta} = [u_i \ v_i \ \theta_i \ \varphi'_i \ u_j \ v_j \ \theta_j \ \varphi'_j]^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{F} = [N_i \ Q_i \ M_i \ S_i \ T_i \ N_j \ Q_j \ M_j \ S_j \ T_j]^T \quad (5)$$

式中: S, T 为广义剪力滞节点力,对应的 φ, φ' 为两个广义剪力滞位移自由度;其他节点位移和节点力分量的含义与一般梁单元相同。

选取与文献[12]相同单元位移模式,并应用最小势能原理,可得到与文献[12]表达形式相同的单元刚度矩阵公式(但由于剪力滞翘曲位移函数不同,公式内涵与文献[12]中的自然有所不同)。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_s \quad (6)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s = & \frac{3}{4} E_s I_{fb} \int_0^l (N'' T_v N'_\varphi + N' T_\varphi N''_v) dx + \\ & \frac{9}{14} E_s I_{fc} \int_0^l N' T_\varphi N'_\varphi dx + \\ & \frac{9}{5b^2} G_s I_{fd} \int_0^l N_\varphi^T N_\varphi dx \end{aligned} \quad (7)$$

\mathbf{K}_e 为基于初等梁理论的弹性刚度矩阵; \mathbf{K}_s 为剪力滞影响刚度矩阵,其包含了梁弯曲变形和剪力滞变形的耦合影响; \mathbf{K} 为考虑了剪力滞与弯曲耦合影响的Π形结合梁单元刚度矩阵; l 为单元长度; I 为关于 z 轴的惯性矩, $I = I_w + I_{fa}$ (I_w 为腹板对 z 轴的惯性矩)。根据剪力滞翘曲位移函数假定,截面相关惯性矩可以详细表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fa} = \frac{E_c}{E_s} I_{fca} + I_{fsa}^u + I_{fsa}^b \\ I_{fb} = \frac{E_c}{E_s} I_{fcb} + I_{fsb}^u + I_{fsb}^b \\ I_{fc} = \frac{E_c}{E_s} I_{fcc} + I_{fsc}^u + I_{fsc}^b \\ I_{fd} = \frac{G_c}{G_s} I_{fed} + I_{fsd}^u + I_{fsd}^b \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fca} = I_{fc2} + I_{fc2}, I_{fci} = 2t_{uci} h_{ci}^2 \xi_i b \\ I_{fcb} = \xi_1 I_{fc1} + \xi_1 \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2} \left(2 - \frac{4\xi_2}{3\xi_1} + \frac{\xi_2^2}{3\xi_1^2} \right) I_{fc2} \\ I_{fcc} = \xi_1^2 I_{fc1} + \xi_1^2 \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2} \left(\frac{14}{3} - \frac{7\xi_2}{\xi_1} + \frac{14\xi_2^2}{3\xi_1^2} \right) I_{fc2} - \\ \xi_1^2 \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2} \left(\frac{14\xi_2^3}{9\xi_1^3} + \frac{2\xi_2^4}{9\xi_1^4} \right) I_{fc2} \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fed} = \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} I_{fc1} + \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} \left(5 - \frac{10\xi_2}{\xi_1} + \frac{10\xi_2^2}{\xi_1^2} \right) I_{fc2} - \\ \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} \left(\frac{5\xi_2^3}{\xi_1^3} + \frac{\xi_2^4}{\xi_1^4} \right) I_{fc2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fsa}^u = 2I_{fs1}, I_{fs1} = 2t_4 h_{s1}^2 \xi_4 b \\ I_{fsb}^u = 2 \frac{\xi_4 \xi_1}{\xi_1} \left(2 - \frac{4\xi_4}{3\xi_1} + \frac{\xi_4^2}{3\xi_1^2} \right) I_{fs1} \\ I_{fsc}^u = 2 \frac{\xi_4^2 \xi_1^2}{\xi_1^2} \left(\frac{14}{3} - \frac{7\xi_4}{\xi_1} + \frac{14\xi_4^2}{3\xi_1^2} \right) I_{fs1} - \\ 2 \frac{\xi_4^2 \xi_1^2}{\xi_1^2} \left(\frac{14\xi_4^3}{9\xi_1^3} + \frac{2\xi_4^4}{9\xi_1^4} \right) I_{fs1} \\ I_{fsd}^u = 2 \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2} \left(5 - \frac{10\xi_4}{\xi_1} + \frac{10\xi_4^2}{\xi_1^2} - \frac{5\xi_4^3}{\xi_1^3} + \frac{\xi_4^4}{\xi_1^4} \right) I_{fs1} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{fsa}^b = 2I_{fs3} \\ I_{fsb}^b = 2\xi_3 I_{fs3} \\ I_{fsc}^b = 2\xi_3^2 I_{fs3} \\ I_{fsd}^b = 2 \left(\frac{\xi_3}{\xi_1} \right) I_{fs3}, I_{fs3} = 2t_3 h_{s3}^2 \xi_3 b \end{array} \right. \quad (11)$$

另外,剪力滞系数 λ 的定义与文献[6]相同。具体在腹板和翼板的交界处,剪力滞系数用 λ_w 表示;在翼板中点处,剪力滞系数用 λ_c 表示。

3 剪力滞效应施工动态过程分析

某双塔双索面II形结合梁斜拉桥如图2所示^[12]。对斜拉桥施工阶段II形结合主梁截面应力分布规律进行了理论分析和实测验证。由于主桥结构基本对称,可以认为主梁截面剪力滞系数随施工过程的变化规律也基本对称,因此,重点介绍图2所示东索塔一侧1~9号主梁应力测试截面。测试截面上具体应力测点沿横向布置如图3所示。通过理论分析可以得到每一施工过程的主梁截面应力状

态,以及任一施工阶段截面剪力滞系数分布规律。通过与实测应力的对比分析,验证方法的可靠性。

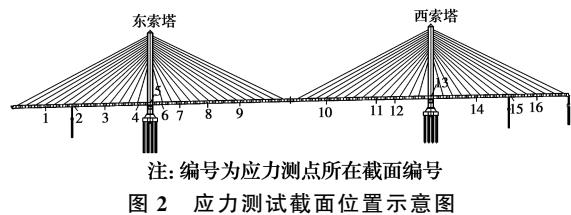


图2 应力测试截面位置示意图

Fig. 2 Stress measuring cross-sections in the bridge

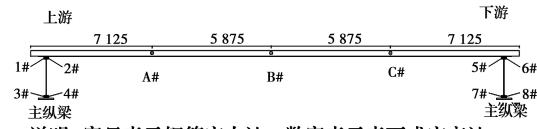


图3 应力测试点横向布置图(单位:mm)

Fig. 3 Measuring points at cross section (unit: mm)

用新导出的结合梁单元对斜拉桥进行了按施工动态过程的有限元分析,得到II形结合主梁截面应力受剪力滞效应影响随施工过程的变化规律。从全桥剪力滞分析角度出发,给出主梁部分施工阶段剪力滞系数理论值沿桥梁纵向(顺桥向)的分布情况,如图4~图8所示。图中 λ_w 为腹、翼交界处剪力滞系数, λ_c 为顶板中心处剪力滞系数。另外,在图4~图8中,顺桥向坐标 x 表示主梁各截面到主桥左端边支座中心的距离。

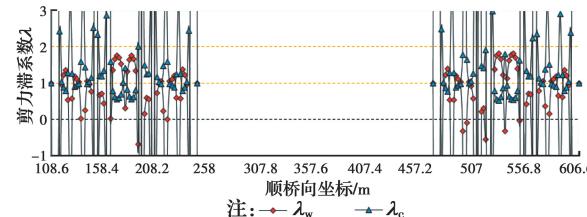


图4 5#索C1张拉后剪力滞系数 λ_w/λ_c 沿全桥的变化曲线

Fig. 4 Coefficients λ_w and λ_c after tensioning the cable 5#

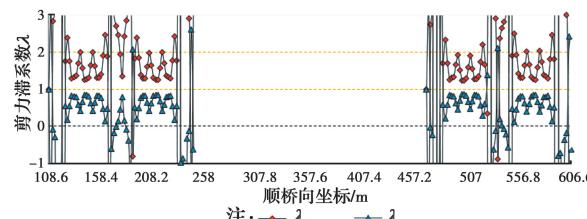


图5 安装5#桥面板后剪力滞系数 λ_w/λ_c 沿全桥的变化曲线

Fig. 5 Coefficients λ_w and λ_c after the installation of deck 5#

从图4~图8可知,在不同施工阶段,主梁剪力滞系数的变化规律有明显不同,随荷载与位移边界条件变化,结合主梁顶板的剪力滞效应沿桥梁纵向呈“正负剪力滞”交替变化;在靠近桥塔区域,截面剪力滞系数变化愈加明显;与桥面板安装荷载相比,斜

拉索张拉荷载对主梁剪力滞系数的影响更大,尤其在斜拉索锚头附近截面,剪力滞系数的变化更加剧烈,应予以特别关注。因此,以往研究成果中对斜拉桥剪力滞效应按静态结构进行分析具有明显的局限性,笔者按施工动态过程进行结合梁斜拉桥主梁剪力滞效应研究非常必要,其成果也具有独创性。

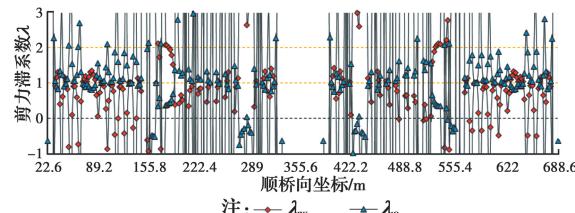


图 6 12#索 C1 张拉后剪力滞系数 λ_w/λ_c 沿全桥的变化曲线
Fig. 6 Coefficients λ_w and λ_c after tensioning the cable 12#

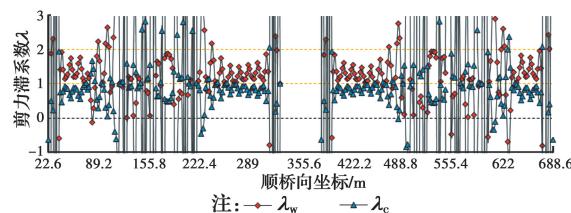


图 7 安装 12#桥面板后剪力滞系数 λ_w/λ_c 沿全桥的变化曲线
Fig. 7 Coefficients λ_w and λ_c after the installation of deck 12#

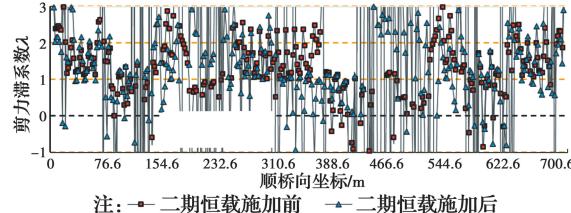


图 8 二期恒载施加前后 λ_w 的对比图
Fig. 8 Comparison of λ_w before and after the secondary dead load

另外,从图 4~图 8 还可以看出,在悬臂施工阶段,无论斜拉索张拉荷载,还是桥面板荷载,对主梁截面剪力滞系数的影响都比较明显,而成桥后的二期荷载的影响则相对较小。另外,在施工阶段,某一截面的剪力滞效应受施工阶段及不同工况的影响,可能呈现正负剪力滞效应交替的情形。

图 9~图 11 为 3 个典型截面的剪力滞系数随施工状态变化的曲线。由图 9~图 11 可以发现,在斜拉桥悬臂施工阶段,靠近桥塔梁段截面剪力滞效应突出,在远离桥塔区域,主梁截面剪力滞效应相对较弱;其中 5# 截面的剪力滞效应随施工过程呈正负剪力滞交替变化明显。

图 12 为 8# 截面在部分施工阶段的剪力滞系数理论值与实测值;图 13 和图 14 为 3# 截面在 8 号梁段施工阶段的理论值与实测值。由图 12~图 14

可以看出,理论值与实测值吻合良好,表明提出的剪力滞效应计算方法结果可靠,能很好地反映施工过程中剪力滞效应对截面应力的影响。

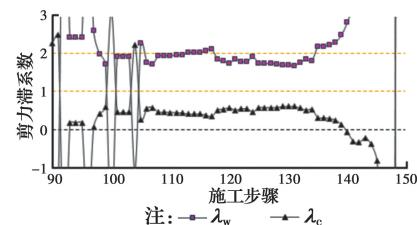


图 9 1# 截面剪力滞系数随施工状态变化
Fig. 9 Variation of shear-lag coefficients at cross-section 1#

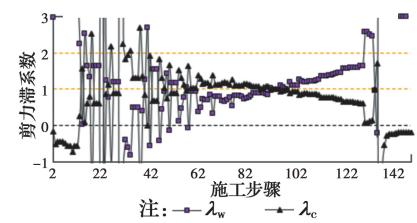


图 10 5# 截面剪力滞系数随施工状态变化
Fig. 10 Variation of shear-lag coefficients at cross-section 5#

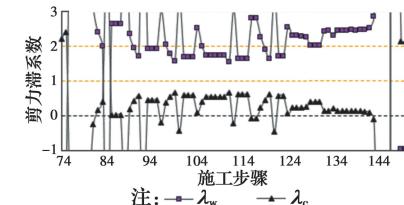


图 11 9# 截面剪力滞系数随施工状态变化
Fig. 11 Variation of shear-lag coefficients at cross-section 9#

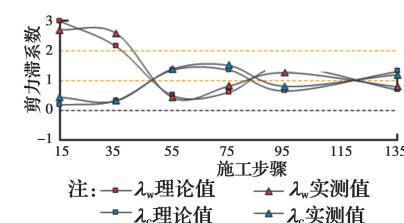


图 12 8# 截面剪力滞系数理论与实测值
Fig. 12 Analytical and measured values of shear-lag coefficients at cross-section 8#

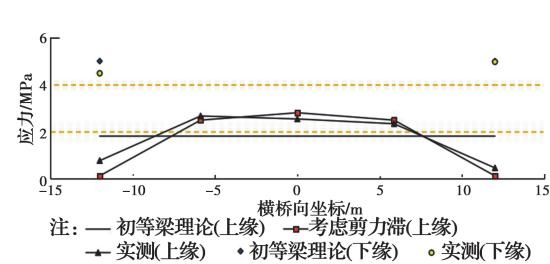


图 13 8# 索张拉后 3# 截面应力实测值
Fig. 13 Measured values at cross-section 3# after tensioning the cable 8#

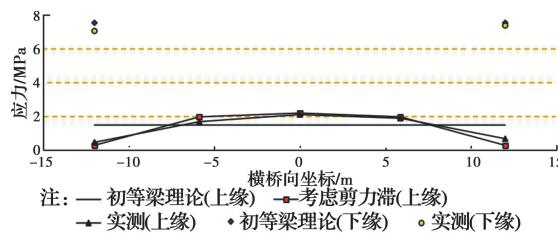


图 14 8# 桥面板安装后 3# 截面应力实测值

Fig. 14 Measured values at cross-section 3# after the installation of deck 8#

4 结论

以 II 形结合梁斜拉桥为背景,采用有限元方法对结合梁斜拉桥在悬臂施工阶段的剪力滞效应进行了分析,得到了结合梁主梁截面剪力滞系数随施工过程的动态变化规律,并与实测数据进行比较,得到了以下结论。

1)相较于剪力滞对 II 形结合梁斜拉桥弯曲刚度的影响(中跨 2%~7%,边跨 3%~12%),结合梁主梁截面应力变化受到剪力滞效应影响要大很多(在施工过程中出现不少截面的 λ_w 大于 2 的情形),且在斜拉索主动张拉荷载作用下主梁剪力滞系数变化尤其明显;与成桥阶段相比,斜拉桥在悬臂施工阶段的剪力滞效应对主梁截面应力变化影响更大,应予以特别关注。

2)在悬臂施工过程中,随着施工各阶段荷载条件变化及相应的剪力滞位移边界条件的变化,斜拉桥主梁截面剪力滞效应沿桥梁纵向呈“正负剪力滞”交替变化。斜拉索张拉荷载会增大截面剪力滞效应,桥面板自重荷载则使主梁剪力滞变化相对减小。

3)靠近桥塔附近梁段截面与靠近悬臂前端梁段截面相比,其剪力滞效应在悬臂施工过程中更加明显;随着施工过程进行,主梁截面应力分布逐渐均匀,剪力滞系数变化逐渐减小。

4)斜拉桥部分主梁截面剪力滞系数过大可能是因为截面弯矩较小造成的截面应力数值较小而引起,即使计入剪力滞效应后,这些截面的应力水平也比较低。因此,在施工过程中更应该关注那些剪力滞系数较大且主梁弯矩绝对值较大的截面。

参考文献:

- [1] REISSNER E. Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy [J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1946, 4 (3): 268-278.
- [2] 郭金琼,房贞政,罗孝登.箱形梁桥剪滞效应分析[J].土木工程学报,1983,16(1): 1-13.
- GUO J Q, FANG Z Z, LUO X D. Analysis of shear lag effect in box girder bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 1983, 16(1): 1-13. (in Chinese)
- [3] CHANG S T. Shear lag effect in simply supported prestressed concrete box girder [J]. Journal of Bridge Engineering, 2004, 9(2): 178-184.
- [4] LUO Q Z, WU Y M, LI Q S, et al. A finite segment model for shear lag analysis [J]. Engineering Structures, 2004, 26(14): 2113-2124.
- [5] ZHANG Y H, LIN L X. Shear lag analysis of thin-walled box girders based on a new generalized displacement [J]. Engineering Structures, 2014, 61: 73-83.
- [6] ZHOU S J. Finite beam element considering shear-lag effect in box girder [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, 136(9): 1115-1122.
- [7] 李艳凤,梁力,赵永生,等.单索面斜拉桥施工主梁剪力滞规律[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版),2013,29(3): 490-495.
- LI Y F, LIANG L, ZHAO Y S, et al. Research on shear lag effect in main girder of cable-stayed bridge with single cable plane in construction stage [J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2013, 29(3): 490-495. (in Chinese)
- [8] 谢泽福.结合梁斜拉桥悬臂施工阶段剪力滞效应分析[J].桥梁建设,2013,43(4): 14-19.
- XIE Z F. Analysis of shear lag effect of composite girder cablestayed bridge at cantilever construction stage [J]. Bridge Construction, 2013, 43(4): 14-19. (in Chinese)
- [9] 程海根,强士中.钢-混凝土组合箱梁剪力滞效应级数解[J].土木工程学报,2004,37(9): 37-40.
- CHENG H G, QIANG S Z. Series solution of shear lag of steel-concrete composite box girder [J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37 (9): 37-40. (in Chinese)
- [10] DEZI L, GARA F, LEONI G. Shear-lag effect in twin-girder composite decks [J]. Steel and Composite Structures, 2003, 3(2): 111-122.
- [11] DEZI L, GARA F, LEONI G. Effective slab width in prestressed twin-girder composite decks [J]. Journal of Structural Engineering, 2006, 132(9): 1358-1370.
- [12] 周世军,宋刚.剪力滞对斜拉桥中 II 形主梁弯曲刚度影响分析 [J].土木工程学报,2018,51(1): 106-113.
- ZHOU S J, SONG G. Effect of shear lag on flexural stiffness of II-shaped girder in cable-stayed bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 2018, 51 (1): 106-113. (in Chinese)

(编辑 胡玲)