

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2020.085

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



隧道开挖引起水平向位移被动桩的简化计算方法

冯国辉¹, 窦炳珺², 张高锋³, 丁士龙², 徐长节^{1,4}

(1. 浙江大学 滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058; 2. 浙江省大成建设集团有限公司, 杭州 310012; 3. 浙江杭海城际铁路有限公司, 浙江 嘉兴 310020; 4. 华东交通大学 江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室; 江西省地下空间技术开发工程研究中心, 南昌 330013)

摘要:目前,大部分盾构隧道开挖对邻近桩基影响的理论研究是将被动桩简化成单参数的Winkler地基模型和双参数的Pasternak地基模型,较少考虑计算精度更高的三参数Kerr地基模型。基于Kerr地基模型建立被动桩的水平挠度控制方程,结合盾构隧道开挖施加的水平附加应力,利用差分法计算得到盾构开挖对邻近桩基的数学矩阵解析表达式,进而得到被动桩的水平变形位移半解析解。两个工程实例表明,Kerr地基模型比Winkler、Pasternak地基模型的计算结果与实测数据更接近。参数分析表明:随着隧道直径的增大,被动桩水平位移会增加;增大桩基的直径,被动桩水平位移会减小;对于桩底以下隧道开挖情况,增大桩基与盾构开挖的水平距离和竖向净距,被动桩水平位移均会减小。

关键词:盾构开挖;地基模型;桩基变形;有限差分法

中图分类号: TU473.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2021)02-0010-09

Simplified calculation method for lateral displacement of passive pile caused by tunneling

FENG Guohui¹, DOU Bingjun², ZHANG Gaofeng³, DING Shilong², XU Changjie^{1,4}

(1. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China; 2. Zhejiang Dacheng Construction Group Co., Ltd., Hangzhou 310012, P. R. China; 3. Zhejiang Hanghai Intercity Railway Co., Ltd., Jiaxing 314000, Zhejiang, P. R. China; 4. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering; Engineering Research & Development Centre for Underground Technology of Jiangxi Province, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China)

Abstract: Currently, the theoretical studies on pile foundation deformation induced by adjacent tunneling are generally based on one parameter Winkler foundation model or two parameters Pasternak foundation model, rare studies have been considering in three parameters Kerr foundation model with greater computational accuracy.

收稿日期: 2020-06-06

基金项目: 国家自然科学基金-高铁联合基金(U1934208); 国家杰出青年基金(51725802); 国家自然科学基金(51878276); 浙江省自然科学基金委员会-华东院联合基金(LHZ19E080001)

作者简介: 冯国辉(1996-), 男, 主要从事土与结构相互作用研究, E-mail: ghfeng@zju.edu.cn.

徐长节(通信作者), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: xucj@zju.edu.cn.

Received: 2020-06-06

Foundation items: National Natural Science Foundation of China-High Speed Railway Joint Fund (No. U1934208); The National Science Fund for Distinguished Young Scholars (No. 51725802); National Natural Science Foundation of China (No. 51878276); Joint Fund of the Natural Science Foundation of Zhejiang Province and Huadong Engineering Corporation Limited (LHZ19E080001)

Author brief: FENG Guohui (1996-), main research interest: soil and structure interaction, E-mail: ghfeng@zju.edu.cn. XU Changjie (corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail: xucj@zju.edu.cn.

Based on Kerr foundation model, the governing equation of horizontal deflection of passive pile is established. Combining with the horizontal additional stress imposed by shield excavation, the analytical expression of the mathematical matrix of tunneling on the adjacent pile foundation is obtained using the difference method, and then the semi-analytical solution of the horizontal displacement of the passive pile is obtained. Through verification of two engineering cases, the Kerr foundation model is more consistent with the measured data than the Winkler and Pasternak foundation model. The results of parameter analysis show that the horizontal displacement increases with the increase of tunnel diameter. With increase of the passive pile diameter, horizontal displacement of the passive pile decreases. Passive pile displacement decreases with the increase of the horizontal distance or vertical distance between the passive pile and tunneling for the tunnel excavation under the pile bottom.

Keywords: tunneling; foundation model; pile displacement; finite difference method

盾构隧道开挖过程中会造成周边地层的变形,这极有可能威胁到邻近桩基的正常工作。准确预测盾构隧道开挖对邻近桩基的影响已成为目前地下工程领域的一大研究热点。

目前,已有很多学者对盾构隧道开挖引起邻近桩基的影响进行了深入研究。分析方法主要分为3类:第1类室内试验方法,Xiang等^[1]利用透明土和PIV技术研究了隧道施工对周边土体的影响,并得到土体位移的实测数据;周东等^[2]利用透明土和PIV技术和光学测量系统设计了被动桩在侧向位移作用下桩周土体测量的试验方法,得到了桩基在不同埋置深度下桩周土体的位移场。第2类是利用大型商业有限元软件来模拟盾构开挖对邻近桩基的影响,有限元适用范围广,但使用较为复杂,需要准确地确定土层参数及边界条件才能获得较满意的结果^[3-4]。第3类是理论解析法,理论解析是基于经典弹性力学,在考虑桩端边界条件基础上进行严格的理论推导。目前最主要的方法都是采用两阶段分析法:第1阶段分析盾构隧道开挖引起桩基所在轴线处土体位移;第2阶段将轴线处土体位移直接加到桩基上,再采用合理的模型模拟桩-土相互作用,求解出桩基变形的解析解。理论分析法相比于实验和有限元法物理意义明确,能够精准地计算盾构隧道开挖引起的邻近桩基变形。第1阶段中,Loganathan等^[5]提出了能够准确预测盾构开挖引起地层位移的三维计算公式,因其具有良好的计算精度而被广泛应用。李早等^[6]、熊巨华等^[7]基于Winkler地基梁模型并结合桩基两端约束情况,采用有限差分法研究了盾构隧道开挖引起的邻近桩基竖向位移及内力;梁发云等^[8]基于Winkler地基模型,利用最小势能原理建立被动桩变分控制方程,随

后解得被动桩位移及其内力;上官士青等^[9]在研究邻近堆载时,考虑到桩土水平位移不一致的情况,提出水平方向双位移刚度矩阵,并通过多个算例验证了其正确性。由于Winkler地基模型计算简单,在工程领域得到广泛的应用,但其表达式中忽略了土体的剪切变形,使得计算值与实际结果存在较大的误差,为了克服这一缺点,Pasternak等^[10]提出了具有考虑土体剪切变形的Pasternak地基模型,由于Pasternak地基模型的精确度较高而被广泛地应用于地下工程研究中^[11-12]。梁发云等^[13]基于Pasternak地基模型分析得到水平受荷被动桩的位移和内力;Zhang等^[14]将桩基简化成Pasternak地基模型且考虑到桩土三维空间情况下盾构隧道开挖引起邻近桩基的变形响应,验证了考虑桩土三维空间作用能更精确地预测桩基变形。为了更加准确预测桩土相互作用的内力和变形,Kerr等^[15]提出三参数Kerr地基模型,相比于Winkler地基模型和Pasternak地基模型,Kerr地基模型更具优越性,也有少数学者将其用于地下工程研究中^[16-17]。

笔者在前人研究的基础上,采用两阶段分析法,分析在盾构开挖作用下邻近桩基的受力变形规律。基于Loganathan等(1998年)的修正后解析公式得到盾构开挖作用下桩基水平附加应力;采用Kerr三参数地基模型建立被动桩的水平位移控制微分方程,合理地提出了剪切层弯矩的假设,利用有限差分数值计算方法得到桩基水平位移控制方程的数学解析矩阵表达式,通过与实例分析对比验证所提计算方法的有效性,并通过不同地基模型所得结果的比对说明三参数地基模型的优越性;最后,深入分析了隧道直径、桩基直径、桩隧中心线水平和竖向间距对桩基水平位移的影响。

1 Kerr 地基模型下桩基简化计算方法

1.1 单桩水平反应分析

Kerr 地基模型相比 Pasternak 地基模型增加了一个可变的弹性变形参数,能更准确地预测地基变形,如图 1 所示。基于 Kerr 地基模型,做出以下假设:

1) 假设桩基为一根直径为 d ,刚度为 EI 的纵向圆形截面 Euler-Bernoulli 梁。

2) 地基模型由 k, G, c 这 3 个参数组成,其中,剪切层不产生压缩变形。

3) 桩基与土体紧密接触,其变形和土体变形协调一致。

4) 不考虑桩基与土体之间的摩擦。

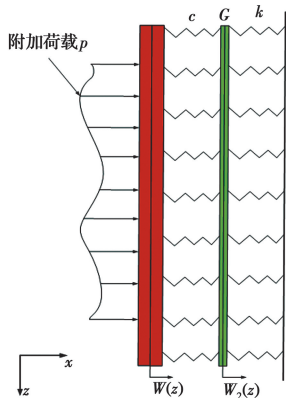


图 1 Kerr 地基下桩土相互作用模型

Fig. 1 Pile-soil interaction in Kerr foundation model

假设作用在桩基上的荷载为 p ,在该荷载作用下,桩基挠度 w 为

$$w(z) = w_1(z) + w_2(z) \quad (1)$$

式中: w_1 为左侧弹簧的变形量; w_2 为剪切层变形量,假设桩基以及剪切层左侧的应力分别为

$$q_1(z) = cw_1 = c(w - w_2) \quad (2)$$

$$q_2(z) = kw_2 \quad (3)$$

对于剪切层,有

$$q_1(z) = -G \frac{d^2 w_2}{dz^2} + kw_2 \quad (4)$$

通过式(2)和(4),可得

$$w = \left(1 + \frac{k}{c}\right)w_2 - \frac{G}{c} \frac{d^2 w_2}{dz^2} \quad (5)$$

桩基平衡方程为

$$EI \frac{d^4 w}{dz^4} + q_1 d = pd \quad (6)$$

将式(4)、式(5)带入式(6),可得 Kerr 地基模型下不考虑桩土相互作用的控制方程

$$\frac{EIG}{dc} \frac{d^6 w_2}{dz^6} - \frac{EI(c+k)}{dc} \frac{d^4 w_2}{dz^4} + G \frac{d^2 w_2}{dz^2} - kw_2 = -p \quad (7)$$

式中: w_2 代表下层弹簧的水平位移; p 代表作用在桩基上的附加应力; d 和 EI 分别代表桩基圆形截面的半径和抗弯刚度; k, c 分别代表上层弹簧和下层弹簧的地基反力,参照简化弹性空间法^[18]取 $c = 3k$; G 为剪切层刚度,且 k, G 满足

$$\begin{cases} k = 0.65 \left(\frac{E_s d^4}{EI} \right) \cdot \frac{E_s}{(1 - \nu_s)^2} \\ G = \frac{E_s t}{6(1 + \nu_s)} \end{cases} \quad (8)$$

式中: E_s 为土体弹性模量; t 为土体剪切层厚度,根据相关文献^[19],取 $t = 11d$ 。如图 2,利用差分法可将式(7)差分为

$$A(w_2)_i + B(w_2)_i - 3 + C(w_2)_{i-1} + D(w_2)_i + C(w_2)_{i+1} + B(w_2)_{i+3} + A(w_2)_{i+3} = -p_i \quad (9)$$

式中: $i = 0, 1, 2, \dots, (n-1), n$ 。由差分法知

$$\frac{dw_2}{dz} = \frac{(w_2)_{i+1} + (w_2)_{i-1}}{2l} \quad (10)$$

$$\frac{d^2 w_2}{dz^2} = \frac{(w_2)_{i+1} - 2(w_2)_i + (w_2)_{i-1}}{l^2} \quad (11)$$

$$\frac{d^3 w_2}{dz^3} = \frac{(w_2)_{i+2} - 2(w_2)_{i+1} + 2(w_2)_{i-1} - (w_2)_{i-2}}{2l^3} \quad (12)$$

$$\frac{d^4 w_2}{dz^4} =$$

$$\frac{(w_2)_{i+2} - 4(w_2)_{i+1} + 6(w_2)_i - 4(w_2)_{i-1} + (w_2)_{i-2}}{l^4} \quad (13)$$

$$\frac{d^5 w_2}{dz^5} =$$

$$\frac{(w_2)_{i+3} - 5(w_2)_{i+2} + 7(w_2)_{i+1} - 7(w_2)_{i-1} + 5(w_2)_{i-2} - (w_2)_{i-3}}{2l^5} \quad (14)$$

$$\frac{d^6 w_2}{dz^6} =$$

$$\frac{(w_2)_{i+3} - 6(w_2)_{i+2} + 15(w_2)_{i+1} - 20(w_2)_i + 15(w_2)_{i-1} - 6(w_2)_{i-2} + (w_2)_{i-3}}{l^6} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 0 \\ 15 & 4 & 1 \\ -20 & -6 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} EIG/dcl^6 \\ EIW/dcl^4 \\ G/l^2 \\ k \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: $W = c + k$; $l = L/n$, L 为桩基竖向长度; p_i 为桩基附加应力,可表示为

另一方面是桩 1 引起的遮蔽位移,此过程可通过控制方程(26)得出 δ_{21} ,即

$$\delta_2(x) = \sum_{j=1}^2 \delta_{2j} \quad (27)$$

1.3 不同地基模型比较

将本文方法与常用的单参数和双参数地基梁模型进行对比,即分别选取 Winkler、Pasternak 地基上桩基受荷平衡微分方程

$$E_p I_p \frac{d^4 \omega}{dz^4} + k\omega = p \quad (28)$$

$$E_p I_p \frac{d^4 \omega}{dz^4} - G \frac{d^2 \omega}{dz^2} + k\omega = p \quad (29)$$

参数选取原则同 Kerr 地基梁模型,具体计算见式(8)。3 种不同地基模型计算所得的桩基挠曲变形曲线与实测数据对比见下节的算例分析。

2 算例分析

2.1 单桩实测验证

以杭州在建地铁侧穿既有桥梁桩基工程为例,设计组根据实际情况,选择隧道下穿邻近既有桩基,具体设计如图 4 所示。

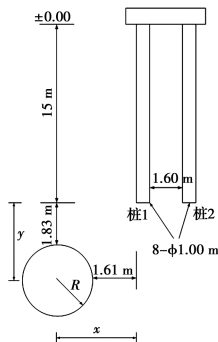


图 4 盾构开挖与桥梁桩基的位置示意图

Fig. 4 Location diagram of shield excavation and bridge pile foundation

取最靠近隧道中心线的桩 1 进行分析,桩长 15 m,钻孔灌注桩模量 $E_p = 30$ GPa,桩截面为圆形,直径 1 m;隧道直径 7.7 m,隧道中心线距离地面 $H = 20.18$ m,隧道中心线到桩 1 最近水平距离 $x = 4.96$ m,竖向距离 $y = 5.18$ m,地层损失为 $\epsilon_0 = 1\%$,根据勘测数据可知,土体泊松比 $\nu = 0.27$ 。地层分布由上到下依次为杂填土、素填土、卵石、全风化粉砂岩、强风化粉砂岩、中风化粉砂岩,层状分布,对于不同土层的土体模量采取加权平均法进行计算,得到土体模量 $E_s = 22$ MPa。将桥梁桩基视为 Euler-

Bernoulli 梁搁置在不同的地基模型上,分别得到不同地基模型下桩基的水平位移与实测数据的对比,如图 5 所示。

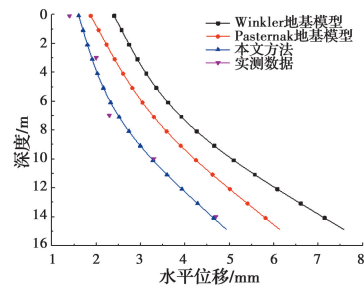


图 5 桥梁桩基水平位移计算及实测数据曲线

Fig. 5 Horizontal displacement calculation and measured data curve of bridge pile foundation

由图 5 可以看出,相比于 Pasternak 地基模型和 Winkler 地基模型,本文模型更加接近于实测数据,这是由于 Winkler 地基由于没有考虑剪切层的影响,其结果与 Kerr 地基的结果差别较大。Pasternak 模型较 Winkler 模型更为接近 Kerr 模型,但结果差别仍较大,说明第 3 个参数 c 的加入使得 Kerr 模型的结果更加准确。

2.2 群桩实测验证

以浙江省某邻近高铁基桩的城市地铁盾构工程为例^[20],设计组在盾构隧道和高铁基桩之间建立一道隔离桩来保护邻近的高铁基桩,根据本文方法假定高铁基桩和和隔离桩桩两端均自由,具体设计如图 6 所示。

由于中间两个基桩有互相遮蔽位移的影响,最左侧桩基受到的附加应力最大,本算例取 4 个邻近高铁基桩中最左侧的桩基进行研究,如图 7 所示。根据文献^[20]可知其工程参数,见表 1,其中,隔离桩与高铁基桩均为圆形截面,高铁桩桩长 35 m,取高铁桩有效桩长也为 15 m(高铁基桩离地面超过 15 m 时,其基桩水平位移较小,可不考虑)。

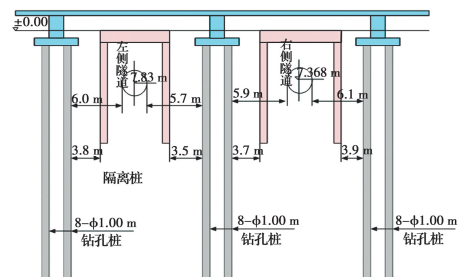


图 6 盾构开挖与实际桩基位置示意图

Fig. 6 Location diagram of shield excavation and actual pile foundation position

表 1 桩-隧平面计算参数

Table 1 Calculation parameters of pile-tunnel plane

R/m	H/m	X_1/m	X_2/m	$\epsilon_0/\%$	ν	D_1/m	D_2/m	l/m	E_p/GPa	$k/(MPa \cdot m^{-1})$
3.1	7.8	5.2	9.6	1	0.3	0.8	1	15	30	12

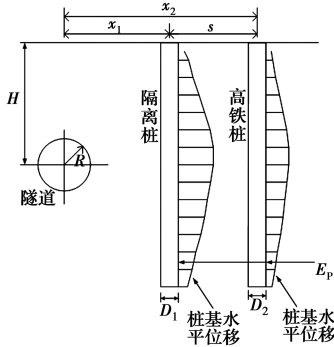


图 7 隧道与群桩简化示意图

Fig. 7 Simplified schematic diagram of tunnel and pile group

如图 8 所示,由文献[21]可知,当桩中心距小于 3 倍桩径时,堆卸载导致的土体侧向位移在被动桩附近产生的侧压力 90% 以上的份额均由被动桩承担,由此可知,本文中的隔离桩可等效成地下连续墙^[22],等效公式为

$$\frac{1}{12}(D+t_1)h^3 = \frac{1}{64}\pi D^4 \quad (30)$$

式中: D 为桩的直径; t_1 为两桩的净距; h 为等效厚度。经计算,隔离桩等效厚度为 0.62 m。

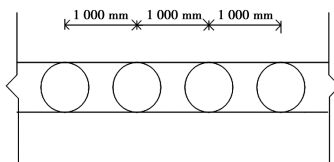


图 8 隔离桩平面布置示意图

Fig. 8 Layout diagram of isolation pile

将隔离桩和高铁基桩视为 Euler-bernoulli 梁搁置在不同的地基模型上,分别得到不同地基模型下高铁基桩的水平位移与实测数据的对比,如图 9 所示。

由图 9 可以看出,相比于 Pasternak 地基模型和 Winkler 地基模型,本文模型更加接近于实测数据,3 条曲线的发展趋势一致,但 Winkler 地基模型仅考虑了土体之间的弹簧作用,计算得到的数据偏大, Pasternak 在 Winkler 地基模型上考虑了土体的剪切作用,使得计算结果得到进一步优化,本文方法在 Pasternak 地基模型基础上增加了可调节的弹簧系

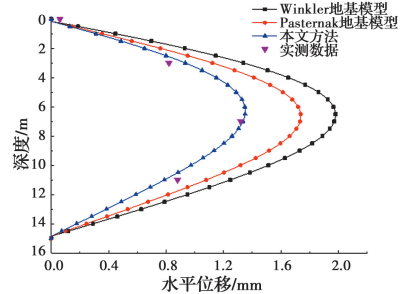


图 9 高铁基桩水平位移计算及实测数据曲线

Fig. 9 Horizontal displacement calculation and measured data curve of pile under high-speed railway

数 c ,使得计算结果更加精确,更加满足实际工程数据。

3 参数分析

为了研究桩基直径、隧道直径、桩隧相对位置对桩基受力变形的影响,以杭州在建地铁侧穿既有桥梁桩基工程为例,其中 $x=y=5$ m,其余参数不变。在研究某一参数对桩土相互作用的影响时,其余参数不变。

3.1 不同桩径对桩基水平位移的影响

为了研究桩基受力变形与桩基直径之间的关系,取 5 组不同的桩基直径进行分析,分别为 $d=0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6$ m,并采用本文方法计算桩基水平位移。

由图 10 可以看出,随着桩基深度的增加,桩身位移增加的趋势没有发生改变,但随着桩基桩径的增大,桩身水平位移增加的速率在逐渐减小,这是由于随着桩径的增大,桩基的刚度 EI 也逐渐增大,桩基的抗变形能力增强,造成桩身水平位移增速减小,故在工程实践中,适度增大桩径可以有效地控制开挖对邻近桩基水平位移的影响。

3.2 不同隧道直径对桩基水平位移的影响

为了研究桩基受力变形与隧道直径之间的关系,取 5 组不同的隧道直径进行分析,分别为 $R=0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6$ m,并采用本文方法计算桩基水平位移。

由图 11 可以看出,随着隧道半径的增大,桩基

的水平位移也逐渐增大,且增大的速率也越来越明显,这是由于隧道直径的增大直接导致开挖隧道过程中地层应力产生较大改变,桩周土的附加应力快速变化,使得桩基水平位移增大且增速有加快的趋势,故在工程实践中要尽可能地减小隧道开挖直径。

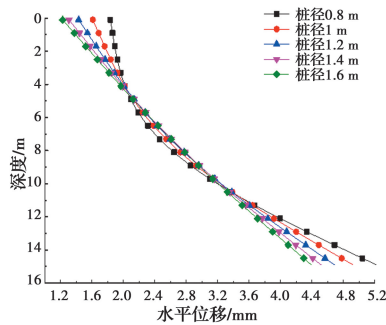


图 10 不同桩径下桩基水平位移变化图

Fig. 10 Variation diagram of horizontal displacement of pile foundation under different pile diameters

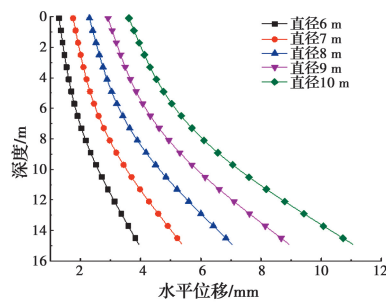


图 11 不同隧道直径下桩基水平位移变化图

Fig. 11 Variation diagram of horizontal displacement of pile foundation under different diameters of the tunnel

3.3 不同桩隧间距对桩基水平位移的影响

为了研究桩基受力变形与桩基和盾构开挖的水平距离和竖向净距之间的关系,取多组不同的数据进行分析,令水平距离 $x=5\text{ m}$ 不变, $y/x=1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$, 令 $y=5\text{ m}$, $x/y=1, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$, 采用本文方法计算这两种情况下桩基水平位移并比较两种不同情况对桩基水平位移的影响,如图 12 所示。

由图 12 可以看出,随着 x 或者 y 的增大,桩基水平位移均会减小。这是由于随着隧道中心线远离桩基位置,隧道开挖在桩周产生的附加应力也会相应地减小,但对于桩底以下的隧道开挖过程, x, y 增大相同的比例时,增大竖向距离 y 更能减小桩基的水平位移,这也符合实际工程中土体是成层分布的情况。一般来说,增大竖向位移会使隧道穿越更下层弹性模量更大的土层,隧道开挖产生的卸载应力

在土体传递的过程中能够充分消减,从而起到保护邻近桩基的作用,此种工况下,应尽可能地增大隧道埋深以减小对邻近桩基的影响。

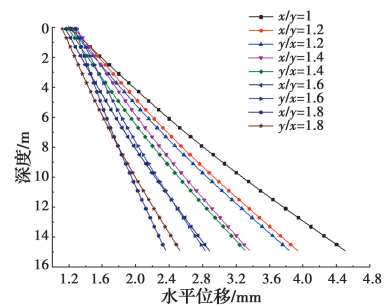


图 12 不同 x, y 比值下桩基水平位移变化

Fig. 12 Variation diagram of horizontal displacement of pile foundation under different ratio of x to y

4 结论

1) 采用两阶段分析法,基于 Loganathan 求得隧道开挖卸荷作用下桩基水平附加应力;采用 Kerr 三参数地基模型建立被动桩的挠曲微分方程,提出了剪切层弯矩的假设,并利用有限差分数值计算方法推导出其数学解析矩阵表达式。

2) 将本文结果与两个工程实例及不同地基模型进行对比。分析结果表明, Winkler 地基由于没有考虑剪切层的影响,故其结果与 Kerr 模型结果差别较大。 Pasternak 模型较 Winkler 模型更为接近 Kerr 模型,但计算结果仍然没有 Kerr 模型接近实测数据,两个案例均说明 Kerr 地基模型相较其他模型更为准确。

3) 在单桩分析过程中,增大桩基的直径能减小桩基水平位移,但效果不明显;增大隧道直径会增大邻近桩基的水平位移,且增大速率随着隧道直径增大有加速的趋势。

4) 对于隧道开挖在桩底以下的情况,相对于增大隧道中心线与桩基的水平距离,增大隧道的埋深更能减小邻近桩基的水平位移。

参考文献:

- [1] XIANG Y Z, LIU H L, ZHANG W G, et al. Application of transparent soil model test and DEM simulation in study of tunnel failure mechanism [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 74: 178-184.
- [2] 周东, 刘汉龙, 仇文岗, 等. 被动桩侧土体位移场的透

- 明土模型试验[J]. 岩土力学, 2019, 40(7): 2686-2694.
- ZHOU D, LIU H L, ZHANG W G, et al. Transparent soil model test on the displacement field of soil around single passive pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(7): 2686-2694. (in Chinese)
- [3] LIU C, ZHANG Z X, REGUEIRO R A. Pile and pile group response to tunnelling using a large diameter slurry shield - Case study in Shanghai [J]. Computers and Geotechnics, 2014, 59: 21-43.
- [4] SOOMRO M A, HONG Y, NG C W W, et al. Load transfer mechanism in pile group due to single tunnel advancement in stiff clay [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, 45: 63-72.
- [5] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9): 846-856.
- [6] 李早, 黄茂松. 隧道开挖对群桩竖向位移和内力影响分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(3): 398-402.
- LI Z, HUANG M S. Analysis of settlement and internal forces of group pile due to tunneling [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(3): 398-402. (in Chinese)
- [7] 熊巨华, 王远, 刘侃, 等. 隧道开挖对邻近单桩竖向受力特性影响[J]. 岩土力学, 2013, 34(2): 475-482.
- XIONG J H, WANG Y, LIU K, et al. Effects of tunneling on vertical bearing behaviors of adjacent single pile [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(2): 475-482. (in Chinese)
- [8] 梁发云, 张浩. 开挖土体侧移作用下被动单桩能量变分分析方法[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(Sup1): 19-23.
- LIANG F Y, ZHANG H. Variational solution of single passive pile subjected to lateral soil movement induced by adjacent excavation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(Sup1): 19-23. (in Chinese)
- [9] 上官士青, 杨敏, 李卫超. 分别考虑桩和土水平向位移的被动桩简化算法[J]. 建筑结构学报, 2018, 39(1): 162-172.
- SHANGGUAN S Q, YANG M, LI W C. Simplified method of passive piles with independent lateral displacement of piles and soil [J]. Journal of Building Structures, 2018, 39(1): 162-172. (in Chinese)
- [10] PASTERNAK P L. On a new method of analysis of an elastic foundation by means of two-constants [M]. Moscow: Gosudarstvennoe Izdatelstvo Literaturi Po Stroitelstou i Arkhitekture, 1954. (in Russian)
- [11] 可文海, 管凌霄, 刘东海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管-土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(1): 221-228, 234.
- KE W H, GUAN L X, LIU D H, et al. Research on upper pipeline-soil interaction induced by shield tunneling [J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(1): 221-228, 234. (in Chinese)
- [12] 何小龙, 杨天鸿, 周云伟, 等. 考虑管-土分离的基坑开挖引起邻近地下管线位移分析[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2019, 41(6), 9-16.
- HE X L, YANG T H, ZHOU Y W, et al. Analysis of pipeline displacement induced by adjoining foundation pit excavation considering pipeline-soil separation [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2019, 41(6): 9-16. (in Chinese)
- [13] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于 Pasternak 双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(Sup1): 300-304.
- LIANG F Y, LI Y C, HUANG M S, et al. Simplified method for laterally loaded piles based on Pasternak double-parameter spring model for foundations [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(Sup1): 300-304. (in Chinese)
- [14] ZHANG Z G, HUANG M S, XU C, et al. Simplified solution for tunnel-soil-pile interaction in Pasternak's foundation model [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 78: 146-158.
- [15] KERR A D. A study of a new foundation model [J]. Acta Mechanica, 1965, 1(2): 135-147.
- [16] ZHANG D M, HUANG Z K, LI Z L, et al. Analytical solution for the response of an existing tunnel to a new tunnel excavation underneath [J]. Computers and Geotechnics, 2019, 108: 197-211.
- [17] 王建军, 陈福全, 李大勇. 低填方加筋路基沉降的 Kerr 模型解[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 250-259.
- WANG J J, CHEN F Q, LI D Y. A simple solution of settlement for low reinforced embankments on Kerr foundation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1): 250-259. (in Chinese)
- [18] 张治国, 姜蕴娟, 徐晨, 等. 对“考虑桩侧土体三维效

- 应和地基剪切变形的隧道开挖对邻近桩基影响分析”讨论的答复[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(7): 1360-1362.
- ZHANG Z G, JIANG Y J, XU C, et al. Reply to discussion on "Influence of tunneling on deflection of adjacent piles considering shearing deformation of foundation and 3D effects of lateral soils beside piles" [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(7): 1360-1362. (in Chinese)
- [19] MORFIDIS K. Research and development of methods for the modeling of foundation structural elements and soil [D]. Thessaloniki: Aristotle University of Thessaloniki, 2003.
- [20] 冯国辉, 周逊泉, 何庆亮, 等. 隔离桩对盾构掘进引起邻近高铁桩基水平位移的影响分析考[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(4): 28-35.
- FENG G H, ZHOU X Q, HE Q L, et al. Analysis on the influence of isolation pile on horizontal displacement of adjacent pile under high-speed railway caused by shield driving[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020, 42(4): 28-35. (in Chinese)
- [21] 张建勋, 陈福全, 简洪钰. 被动桩中土拱效应问题的数值分析[J]. 岩土力学, 2004, 25(2): 174-178, 184.
- ZHANG J X, CHEN F Q, JIAN H Y. Numerical analysis of soil arching effects in passive piles [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(2): 174-178, 184. (in Chinese)
- [22] VESIC A B. Bending of beams resting on isotropic elastic solid [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1961, 87(2): 35-54.

(编辑 王秀玲)