DOI: 10.11835/j.issn. 2096-6717. 2020.091

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



高能级强夯处理抛填路基的有效加固深度

赵家琛1,吕江2,赵晖2,孙宏磊1,3

(1. 浙江大学 建筑工程学院,杭州 310058;2. 杭州交通投资建设管理集团有限公司,杭州 310024;
 3. 浙江工业大学 土木工程学院,杭州 310023)

摘 要:高能级强夯的加固效果显著,应用范围越来越广泛,有效加固深度是评判加固效果和确定 强夯方案的重要指标。以10000kN·m高能级强夯加固某抛填路基工程为背景,采用 FLAC 3D 有限差分软件进行单点多次夯击的强夯数值模拟,以夯击后的应力为标准来计算有效加固深度。 结果表明:随夯击次数的增加,有效加固深度先增大后稳定,6击后有效加固深度的增幅极小。经 正交试验和极差分析得到土体参数对强夯有效加固深度的敏感性排序。落距和锤重与有效加固深 度呈正相关关系,锤径则为负相关关系。锤重对有效加固深度的影响大于落距,在夯击能相同时, 重锤低落所得到的累计夯沉量与有效加固深度均更大。提出强夯有效加固深度估算公式,并实现 了量纲统一,该公式与模拟结果偏差较小。

Effective reinforcement depth of high energy dynamic compaction for filled subgrade

ZHAO Jiachen¹, LV Jiang², ZHAO Hui², SUN Honglei^{1,3}

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China;

Hangzhou Transportation Investment and Construction Management Group Co., Ltd., Hangzhou 310024, P. R. China;
 College of Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, P. R. China)

Abstract: The reinforcement effect of high energy dynamic compaction is remarkable and its application is more and more widely. The effective reinforcement depth is an important index for evaluating the reinforcement effect and determining the dynamic consolidation plan. In this paper, taking a project of 10 000 kN \cdot m high energy dynamic compaction for filled subgrade as a background, the finite difference software FLAC 3D was used to carry out numerical simulation of dynamic compaction at a single point multiple times. The effective reinforcement depth was calculated according to the stress after tamping. The results show that the effective reinforcement depth increases first and then becomes stable with the increase of tamping times. The growth rate of effective reinforcement depth after 6 times of tamping is extremely small. The sensitivity ranking of soil parameters to the effective reinforcement depth of dynamic

收稿日期:2020-04-10

基金项目:浙江省交通运输厅科技项目(2019035)

作者简介:赵家琛(1995-),女,主要从事路基加固技术研究,E-mail:jiachenzhao@zju.edu.cn。

孙宏磊(通信作者),男,教授,E-mail:sunhonglei@zju.edu.cn。

Received: 2020-04-10

Foundation item: Science and Technology Project of Zhejiang Provincial Communication Department (No. 2019035)

Author brief:ZHAO Jiachen (1995-), main research interest: subgrade reinforcement, E-mail: jiachenzhao@zju.edu.cn. SUN Honglei (corresponding author), professor, E-mail: sunhonglei@zju.edu.cn.

compaction has been obtained by orthogonal test and extreme difference analysis. The drop distance and hammer weight are positively correlated with the effective reinforcement depth, while the hammer diameter is negatively correlated. The impact of hammer weight on the effective reinforcement depth is greater than the drop distance. The combination of heavy hammer and low drop distance has greater cumulative settlement and effective reinforcement depth under the same tamping energy. The formula for estimating the effective reinforcement depth of high energy dynamic compaction has been proposed and the dimensional unification has been realized. The deviation between the formula and the simulation results is small, which can be used as a reference for the same type of dynamic compaction projects.

Keywords: subgrade engineering; filled subgrade; high energy dynamic compaction; finite difference method; reinforcement depth

随着交通运输工程建设持续发展,沿河流、山谷 修建的公路日益增加,水下路基填筑及其强夯加固 也成为必然研究的课题,对于此类工程,一般采用就 地取材、开山填谷的方式回填并进行高能级强夯处 理^[1-2]。强夯法是一种效果显著、经济易行的地基处 理及路基加固方法,自 1969 年 Menard 等^[3]首创强 夯法以来,发展迅速,现已推广应用到从粘性土到块 石的各类地基中^[4-6]。强夯有效加固深度是体现加 固效果的重要指标,也是选定强夯处理方案的重要 依据。对于夯击能大于 6 000 kN•m 的高能级强 夯,相关规范^[7]指出,有效加固深度需通过现场试夯 或当地经验确定,同时给出了梅纳公式修正系数的 参考范围,但在应用中还存在参数选取困难、结果与 实际偏差较大等问题。

目前,针对高能级强夯有效加固深度的研究大 多为模型试验或现场试验。Chen 等^[8]采用模型试 验模拟现场 8 000 kN · m 强夯,并进行相应数值模 拟,通过压实度估算有效加固深度。Feng 等^[9-10]通 过现场试验分析了 8 000、12 000 kN · m 强夯处理 细砂和碎石回填地基的加固效果。闫楠等^[11]经现 场试验分析陆域与海域回填土高能级强夯的有效加 固深度,发现梅纳修正系数低于经验值。虽然已有 许多学者根据工程实践总结出了一系列梅纳修正系 数,但这些系数往往具有很强的经验性,对不同工程 仍难以估计准确。

笔者以千黄高速千岛湖路段的抛填路基强夯处 理工程为背景,采用 FLAC 3D 有限差分软件进行单 点多次夯击的强夯数值模拟,以夯后应力作为判别 标准,计算有效加固深度,并结合现场试验结果进行 验证,通过参数分析,建立相应的有效加固深度经验 公式,以期为类似工程提供估算依据。

1 模型介绍

1.1 计算模型

建立 30 m×30 m×20 m 的三维计算模型,采

用六面块体网格单元,夯点位于地表中心区域。数 值计算结果精确与否与单元尺寸密切相关,尤其在 较为复杂的动力分析中需要考虑动荷载的频率特 征。Lysmer等^[12]曾提出,动力计算中网格单元尺 寸 Δ*l* 应满足式(1)才能准确描述波在模型中的 传播。

$$\Delta l \leqslant \left(\frac{1}{8} \sim \frac{1}{10}\right) \lambda \tag{1}$$

式中: λ 为最高频率对应的波长,强夯引起的振动频 率一般为 6~20 Hz^[13],取最高频率 f 为 20 Hz,再 使用土体参数计算 p 波波速 C_p 与波长。

$$C_{\rm p} = \sqrt{\frac{K + 4/3G}{\rho}} \tag{2}$$

$$\lambda = \frac{C_{\rm p}}{f} \tag{3}$$

在地应力平衡的静力计算阶段,采用弹性本构 模型,约束模型4个侧面的横向位移和底部各方向 位移,顶部为自由边界。在模拟强夯的动力计算阶 段,采用基于 Mohr-Coulomb 破坏准则的理想弹塑 性模型,在模型底部施加黏性边界,吸收边界上的入 射波,形成无反射的人工边界;同时,在模型四周施 加自由场边界,形成应力波的透射边界,以实现采用 有限尺寸的数值模型来模拟无限尺寸的地基。流体 边界部分,将模型顶部设为透水边界,其余各边界均 默认不透水。土体单元网格尺寸为 0.5 m,模型示 意图如图 1 所示。

在模拟计算中,动力时间步的选取需保证动力 计算的精度与稳定性,采用式(4)计算临界动力时间 步 Δt_{crit} ^[14]。

$$\Delta t_{\rm crit} = \min\left\{\frac{V}{C_{\rm p}A_{\rm max}}\right\} \tag{4}$$

式中:V 为网格六面体子单元体积;A_{max}为与六面体子单元相关的最大表面积。

动力问题中的阻尼设置也不可忽视,为了在数



1.2 加载形式

强夯加载时,假定锤底应力分布均匀,不考虑夯 锤与地面的接触问题,采用简化形式输入冲击荷载。 强夯冲击过程只存在一个明显的应力波,参考文献 [15-16]将冲击荷载简化为三角形荷载,将底面为圆 形的夯锤以面积等效法化为方形进行加载。强夯荷 载可分为加载阶段与卸载阶段,并考虑夯锤自重应 力 *P*₁,如图 2 所示,冲击荷载图形与文献[17]接触 力曲线基本一致,图中参数计算方法为

$$P_{\max} = \frac{v \sqrt{mS}}{\pi r^2} \tag{5}$$

$$t_2 = \pi \sqrt{\frac{m}{S}} \tag{6}$$

式中: $v = \sqrt{2gh}$ 为夯锤落至地表的速度; $S = \frac{2rE}{1-\mu^2}$ 为弹性常数;m为夯锤质量;r为夯锤半径;h为夯锤 落距; P_{\max} 为强夯加载后的最大动应力; t_2 为冲击结 束时间; t_1 为加载时间, $t_1 = \frac{1}{2}t_2$ 。

动力计算时间 t₃ 的确定还应考虑强夯所产生 的应力波传播至计算边界的时间以及强夯卸荷后土 体的回弹和应力释放过程。为了更好地模拟强夯加 固的全过程,通过试算,最终确定每夯一次的动力计 算时间为 0.4 s。

1.3 土体模量的变化

随着夯击次数的增加,强夯加固范围内的土体 模量会随之增加。计算模型中考虑到夯后土体工程 力学性质的改善,在每次夯击后提高强夯加固范围 内的土体模量。加固范围根据试算所得塑性区 确定。



Fig. 2 Schematic diagram of impact load

土体模量的增长模式采用文献[18]经过室内试 验所得的经验公式

$$E_1 = E_0 N^{0.516} \tag{7}$$

式中:E₀为原始弹性模量、体积模量和剪切模量;N 为夯击次数;E₁为夯击后的模量。

2 模型验证

2.1 工程概况与土体参数

为了验证模拟结果的可靠性,选取千黄高速千 岛湖路段的高能级强夯处理工程进行对比分析。千 黄高速淳安段项目位于浙西北地区,整条线路所经 地区地势起伏不定,相对高差较大。线路中包含16 处库区路段,均需进行水下填筑路基。根据历年水 文资料统计分析及现场水文调查,千岛湖水库常年 水位高程稳定在97~103 m之间,本工程库区路基 采用抛填块石至105 m高程后进行高能级强夯处 理,夯沉至高程约103 m处设置一级平台,用于抛填 的填料为项目沿线夹粉质黏土的中风化灰岩及粉砂 岩等,回填厚度10~15 m。

现场抛填至设计标高后,采用设计方案确定的 10 000 kN•m 夯击能进行现场单点试夯,其中锤重 50 t,落距 20 m,锤径 2.5 m。每次夯击结束后,记录 累计夯沉量及单击夯沉量,现场夯击 10 次后满足夯 沉量要求。现场夯前、夯后均进行重型动力触探试 验,其中,夯后试验为点夯结束并进行场地整平后测 试。数值分析模型中设置地下水位位于地表以下4 m 处,材料参数依据工程勘察报告选取,如表 1 所示。

表1 数值分析材料参数

 Table 1
 Material parameters for numerical analysis

弹性模量	泊松	黏聚力	内摩擦	密度
E/MPa	比 μ	c/kPa	角 <i>q</i> /(°)	ρ/ (kg・m ⁻³)
67.33	0.25	5	40	2.63 $\times 10^{3}$

2.2 结果对比

将数值计算结果与现场试验区结果进行对比。 由图 3 可见,累计夯沉量随夯击次数的增加而增大, 增长趋势逐渐变缓。计算值与实测值总体较吻合, 在前 8 击时,计算结果较实测结果偏小 10%左右, 最后一击实测结果与计算结果基本相同。图 4 中第 1 击时土体较为松散,单击夯沉量最大,夯后土体性 质大大改善,从第 2 击起单击夯沉量显著减小。计 算结果表明,随着夯击次数的增大,单击夯沉量不断 减小。实测结果存在一定波动,推测可能原因是现 场夯击至一定深度后,夯坑发生部分塌孔所致。实 测总体趋势与计算结果一致,可以认为数值计算结 果较合理。



图 3 累计夯沉量与夯击次数的关系

Fig. 3 Relationships between number of drops and cumulative settlement



and vertical displacement

图 5 为现场试夯区夯前与夯后的重型动力触探 试验结果,由此可知,经过强夯后,地基土浅部密实 度有较大提高,在 5 m 深度以下锤击数增大幅度明 显变小,密实度提高较少,9.25 m 深度以下锤击数 基本没有增加,据此判断试夯区经 10 000 kN•m 夯 击能多次点夯后,有效加固深度可达 9.25 m。

对于数值模拟中有效加固深度的判定,以强夯 引起的附加应力需在要求深度处达到一定程度为标 准,取附加应力为自重应力 0.2 倍的深度作为强夯



有效加固深度^[16,19]。在强夯模拟过程中监测竖向应 力,每隔 0.5 m 深度设置监测点,计算各击后附加应 力与初始应力之比,再根据线性差值确定有效加固 深度。图 6 为有效加固深度随夯击次数的变化情 况,在前 6 次夯击后有效加固深度随夯击次数的增 加,自第 7 次夯击起,有效加固深度随夯击次数的增 幅非常小,最后 4 击仅增大 2.02%。由此可见,随 着夯击次数的增加,有效加固深度先增大后稳定,此 后增加夯击次数不会再使有效加固深度为 9.09 m, 与现场试验结果对应较好。



3 影响因素分析

强夯有效加固深度的影响因素较多,可分为内 因与外因两类:土体参数,包括弹性模量、泊松比、黏 聚力、内摩擦角和密度等;施工参数,包括夯锤质量、 锤径和落距等。以下分别进行分析。根据所得结 果,在模拟过程中重点监测 7.5~10.5 m 处的竖向 应力,计算 10 击后的有效加固深度。

3.1 土体参数分析

强夯加固过程为夯锤冲击产生的动应力在土层 中不断被吸收的过程,因此,研究土体参数对强夯有 效加固深度的影响。采用正交设计和极差分析方法 进行分析,考虑到抛石回填土的黏聚力一般较小,变 化范围不大,确定分析的基本因素为弹性模量、泊松 比、内摩擦角和密度,依据现有资料^[20-21]确定各参数 的变动水平,见表 2,在试验中黏聚力均取为 5 kPa。

表 2 各参数变动水平 Table 2 Factor level of parameters

序号	弹性模量 <i>E</i> /MPa	泊松 比μ	密度 p/(kg・m ⁻³)	内摩擦 角 q/(°)
1	50	0.2	2.2 $\times 10^{3}$	30
2	65	0.3	2.4 $\times 10^{3}$	35
3	80	0.4	2.6 $\times 10^{3}$	40

对于正交表 $L_n(t^m)$, t 为因素水平数, n 为试验 次数, m 为因素个数。设第 i 个水平下第 j 个因素 的试验结果为 y_{ij} , $i=1,2,\dots,t$, $j=1,2,\dots,m$ 。对 其进行极差分析所需的统计量记作

$$K_{ij} = \sum_{k=1}^{r} y_{ijk} \tag{8}$$

 $R_{j} = \max(K_{1j}, K_{2j}, \cdots, K_{ij}) - \min(K_{1j}, K_{2j}, \cdots, K_{ij})$ (9)

式中: K_{ij} 为第i个水平下第j个因素的统计参数;r为第i个水平下第j个因素的试验次数; y_{ijk} 为第i个水平下第j个因素的第k个试验结果; R_j 为极差,极差越大则该因素对试验结果的敏感性越高。

由此设计四因素三水平正交表 L₉(3⁴),施工参数与工程情况相同,计算各组的有效加固深度,根据 式(8)、式(9)进行极差分析,结果见表 3。土体参数 的敏感性排序为:泊松比>密度>内摩擦角>弹性 模量。由各组试验结果可知,泊松比和密度均与强 夯有效加固深度存在负相关关系。

表 3 极差分析结果 Table 3 Results of extreme difference analysis

因素	弹性模量 E/MPa	泊松 比μ	密度 ρ/(kg・m ⁻³)	内摩擦 角 φ/(°)
K_{1j}	27.16	28.03	27.79	27.81
$K_{2\mathrm{j}}$	27.48	27.73	27.54	27.28
$K_{3\mathrm{j}}$	27.59	26.47	26.90	27.14
$R_{ m j}$	0.43	1.56	0.89	0.67

3.2 施工参数分析

在其他参数一定的情况下,进行单因素研究,分 别讨论落距、锤重和锤径对有效加固深度的影响,土 体参数见表1。 分别模拟4种不同落距的强夯工况,锤重50t, 锤径2.5m,夯击能分别为6000、8000、10000、 12000kN·m,夯击10次。计算结果见图7,随着 落距增加,强夯夯击能及最大动应力相应增大,累计 夯沉量和有效加固深度均随之增大,有效加固深度 的增幅相对较小。



分别模拟 4 种不同锤重的强夯工况,锤径 2.5 m,落距 20 m,夯击能分别为 6 000、8 000、 10 000、12 000 kN·m,夯击 10 次。计算结果见图 8,随锤重增加,累计夯沉量和有效加固深度的变化 规律与落距变化时一致。与图 7 情况相比,在夯击 能变化范围相同时,锤重对有效加固深度的影响大 于落距,原因是锤重变化不仅改变了夯击能和最大 动应力,还改变了图 2 中 $t_2 \cong t_3$ 时间内的应力。将 图 7 和图 8 进行联合对比可发现,在夯击能相同时, 与轻锤重落的情况相比,重锤低落所得到的夯沉量 与有效加固深度均更大。



Fig. 8 Results under different hammer weight

分别模拟 3 种夯锤直径的工况,锤重 50 t,落距 20 m,夯击 10 次,夯击能为 10 000 kN•m。计算结 果如图 9 所示,随着夯锤直径增加,最大动应力减 小,累计夯沉量及有效加固深度均随之减小,有效加 固深度的变化幅度同样小于累计夯沉量。

4 公式建立

由土体参数及施工参数对有效加固深度的影响



Fig. 9 Results under different hammer diameter

分析结果,建立有效加固深度 H 与土体泊松比、密度、落距、锤重和锤径的关系。考虑各参数与有效加固深度的相关关系,并结合量纲分析法,建立公式

$$H = \alpha \sqrt[3]{\frac{Mh}{\mu D\rho}} \tag{10}$$

式中: α 为系数;M 为夯锤质量,kg;h 为落距,m; μ 为泊松比;D 为夯锤直径,m; ρ 为土体密度, kg/m^3 。

对公式进行量纲分析得

$$[H] = \left[\alpha \sqrt[3]{\frac{Mh}{\mu D\rho}} \right] = \left[\sqrt[3]{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{m} \cdot (\text{kg/m}^3)}} \right] = [m]$$
(11)

将各影响因素对有效加固深度的分析结果代入 式(10),得到α的范围为1.03~1.22,采用α的均值 1.10代入式(10),计算各组强夯有效加固深度,并 与数值模拟计算结果进行对比,如图10所示。将α 均值代入公式计算所得的结果偏差均在10%以内, 最大偏差出现在第4组的9.65%,为锤重50t,落距 12 m的情况,而相同夯击能的第8组结果偏差较 小,原因是该公式无法考虑重锤低落与轻锤高落的 区别,因而在第4组中低估了有效加固深度。总体 上,公式计算与模拟结果基本吻合,可将该公式运用 到工程实践,为同类型强夯工程提供有效加固深度 的估算依据。



图 10 有效加固深度公式计算与模拟结果对比 Fig. 10 Comparison of formula calculation and simulation of effective reinforcement depth

5 结论

利用 FLAC 3D 有限差分软件建立三维强夯计

算模型,进行单点多次夯击的数值模拟,研究高能级 强夯处理抛填路基的有效加固深度,得出以下结论:

1)随着夯击次数的增加,有效加固深度先增大 后稳定,6击后增加夯击次数不会再使有效加固深 度有较大提高。

2)经正交试验和极差分析得到除黏聚力外,土体参数对强夯有效加固深度的敏感性排序为泊松比>密度>内摩擦角>弹性模量,敏感性最高的泊松比与土体密度均与有效加固深度呈负相关关系。

3)落距与锤重和累计夯沉量及有效加固深度呈 正相关关系,锤径则为负相关关系。锤重对有效加 固深度的影响大于落距,在夯击能相同时,重锤低落 所得到的夯沉量与有效加固深度均更大。

4)提出强夯有效加固深度估算公式 $H = \alpha \sqrt[3]{\frac{Mh}{\mu D\rho}}, \alpha = 1.03 \sim 1.22.$ 该公式与模拟结果偏差较小,并实现了量纲统一,可为同类型强夯工程提供有效加固深度的计算依据。

参考文献:

 [1] 詹金林,水伟厚,何立军,等.18000 kN·m 能级强夯 处理深厚填海碎石土的试验[J].工业建筑,2010,40
 (4):96-99.

ZHAN J L, SHUI W H, HE L J, et al. Experimental study on treatment of thick gravel soil for marine reclamation land using dynamic compaction of 18 000 kN • m [J]. Industrial Construction, 2010, 40(4): 96-99. (in Chinese)

[2]年廷凯,水伟厚,李鸿江,等.沿海碎石回填地基上高 能级强夯系列试验对比研究[J].岩土工程学报, 2010,32(7):1029-1034.

NIAN T K, SHUI W H, LI H J, et al. Field tests of high energy dynamic compaction on foundation backfilled by crushed stone in coastal area [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32 (7): 1029-1034. (in Chinese)

- [3] MENARD L, BROISE Y. Theoretical and practical aspect of dynamic consolidation [J]. Geotechnique, 1975, 25(1): 3-18.
- [4] 滕显飞. 黄泛区粉土路基强夯加固数值分析与质量控制技术研究[D]. 济南:山东大学,2017.
 TENG X F. Numerical analysis and quality control of dynamic consolidation of silty soil subgrade in Yellow River alluvial plain [D]. Jinan: Shandong University, 2017. (in Chinese)

- [5] WANG W, FENG Q S, YANG C Z. Investigation on the dynamic liquefaction responses of saturated granular soils due to dynamic compaction in coastal area [J]. Applied Ocean Research, 2019, 89: 273-283.
- [6] WU S F, WEI Y Q, ZHANG Y Q, et al. Dynamic compaction of a thick soil-stone fill: Dynamic response and strengthening mechanisms [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 129: 105944.
- [7] 强夯地基处理技术规程: CECS 279—2010 [S]. 北京: 中国计划出版社, 2010. Technical specification of dynamic consolidation to ground treatment: CECS 279-2010 [S]. Beijing: China Planning Press, 2010. (in Chinese)
- [8] CHEN L, QIAO L, LI Q W. Study on dynamic compaction characteristics of gravelly soils with crushing effect [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 120: 158-169.
- [9] FENG S J, TAN K, SHUI W H, et al. Densification of desert sands by high energy dynamic compaction
 [J]. Engineering Geology, 2013, 157: 48-54.
- [10] FENG S J, SHUI W H, GAO L Y, et al. Application of high energy dynamic compaction in coastal reclamation areas [J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2010, 28(2): 130-142.
- [11] 闫楠,白晓宇,水伟厚,等. 陆域与海域深厚碎石回填 地基高能级强夯有效加固深度对比试验研究[J]. 中南 大学学报(自然科学版),2017,48(7):1891-1900.
 YAN N, BAI X Y, SHUI W H, et al. Comparative experimental research of effective reinforced depth of high energy dynamic compaction on foundation backfilled by crushed stone in land area and sea area [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2017,48(7): 1891-1900. (in Chinese)
- [12] LYSMER J, WAAS G. Shear waves in plane infinite structures [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1972, 98(1): 85-105.
- [13] 蔡袁强,陈超,徐长节.强夯加固回填土地基的三维数 值模拟[J]. 岩土力学,2007,28(6):1108-1112.
 CAI Y Q, CHEN C, XU C J. Three-dimensional numerical simulation of dynamic compaction of backfilled soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007,28 (6):1108-1112. (in Chinese)
- [14] 陈育民,徐鼎平. FLAC/FLAC3D 基础与工程实例
 [M].北京:中国水利水电出版社,2009.
 CHEN Y M, XU D P. FLAC/FLAC 3D foundation

and engineering examples [M]. Beijing: China Water Power Press, 2009. (in Chinese)

- [15] ZHANG L, YANG G Q, ZHANG D L, et al. Field test and numerical simulation of dynamic compaction of high embankment filled with soil-rock [J]. Advances in Civil Engineering, 2019, 2019; 1-9.
- [16] 宋修广,周志东,杨阳,等.强夯法加固无黏性土路基的现场试验与数值分析[J].公路交通科技,2014,10(3):1-6,37.
 SONG X G, ZHOU Z D, YANG Y, et al. Field test and numerical analysis of dynamic compaction on cohesionless soil subgrade [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2014, 10(3): 1-6, 37. (in Chinese)
- [17] 王晓平,朱海涛,李忠献,等. 天津滨海新区典型软土 地基强夯法有限元分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2014,31(2):105-111.
 WANG X P, ZHU H T, LI Z X, et al. Finite element analysis of dynamic consolidation method on typical soft-soil foundation in Tianjin Binhai new area [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2014, 31(2):105-111. (in Chinese)
- [18] 钱家欢, 钱学德, 赵维炳, 等. 动力固结的理论与实践
 [J]. 岩土工程学报, 1986, 8(6): 1-17.
 QIAN J H, QIAN X D, ZHAO W B, et al. Theory and practice of dynamic consolidation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1986, 8(6): 1-17. (in Chinese)
- [19] 王成华. 强夯地基加固深度估算方法述评[J]. 地基处理, 1991(1): 20-24.
 WANG C H. Review on the estimation method of reinforcement depth of dynamic compaction foundation [J]. Ground Improvement, 1991(1): 20-24. (in Chinese)
- [20] 工程地质手册 [M]. 5 版. 北京: 中国建筑工业出版 社, 2018.

Engineering geology manual [M]. 5th Ed. Beijing: China Construction Industry Press, 2018. (in Chinese)

[21] 冯雷. 超大粒径块石填筑路堤施工工艺研究[D]. 天津: 河北工业大学, 2015.
FENG L. The research of large stone filling embankment construction technology [D]. Tianjin: Hebei University of Technology, 2015. (in Chinese)