

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2020.158

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



# 隧道下穿引起既有管道竖向位移的简化计算方法

管凌霄<sup>1,2</sup>, 徐长节<sup>1,2</sup>, 可文海<sup>1</sup>, 马锡海<sup>3</sup>, 徐立明<sup>3</sup>, 虞巍巍<sup>4</sup>

(1. 华东交通大学 江西省岩土工程基础设施安全与控制重点实验室; 土木工程国家实验教学示范中心, 南昌 330013; 2. 浙江大学滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058;  
3. 浙江航海城际铁路有限公司, 浙江 嘉兴 314000; 4. 中交一公局集团有限公司, 北京 100037)

**摘要:**采用两阶段法推导了考虑管道剪切效应时盾构隧道下穿施工引起既有管道竖向位移的解析解。在第1阶段采用Loganathan公式计算盾构隧道下穿管道施工引起的管道轴线处土体竖向位移,第2阶段采用考虑剪切效应的Timoshenko梁模型模拟管道,并结合叠加法对管道位移控制方程进行求解,提出简化计算方法。通过与工程监测、既有文献结果及离心机试验数据的对比,验证了方法的准确性,并进一步分析了管-土弹性模量比、管道直径以及管道剪切刚度变化对管道变形的影响。结果表明:随着管-土弹性模量比、管道直径的增大,管道的竖向最大位移值减小;管道剪切刚度对管道位移存在较大影响,剪切刚度减小可导致管道最大位移值增大。

**关键词:**盾构隧道;管道位移;剪切效应;计算方法

**中图分类号:**U456.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2021)05-0066-07

## Simplified method for calculating the vertical displacement of existing pipelines caused by tunnel undercrossing

GUAN Lingxiao<sup>1</sup>, XU Changjie<sup>1,2</sup>, KE Wenhai<sup>1</sup>, MA Xihai<sup>3</sup>, XU Liming<sup>3</sup>, YU Weiwei<sup>4</sup>

(1. Jiangxi Key Laboratory of Infrastructure Safety Control in Geotechnical Engineering; National Experimental Teaching Demonstration Center of Civil Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China; 2. Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, P. R. China; 3. Zhejiang Hanghai Intercity Railway Co., Ltd., Jiaxing 314000, Zhejiang, P. R. China; 4. CCCC First Highway Engineering Group Co., Ltd., Beijing 100037, P. R. China)

**Abstract:** The two-stage method is used to derive the analytical solution of the vertical displacement of the existing pipeline caused by the undercrossing construction of the shield tunnel when the shear effect of the pipeline is considered. In the first stage, the Loganathan formula was applied to calculate the vertical displacement of the soil at the axis of the pipeline caused by the construction of the shield tunnel undercrossing the pipeline. In the second stage, a Timoshenko beam model considering the shear effect was

**收稿日期:**2020-07-21

**基金项目:**国家自然科学基金-高铁联合基金(U1934208);国家杰出青年科学基金(51725802);浙江省自然科学基金委员会-华东院联合基金(LHZ19E080001);江西省研究生创新资金(YC2019-S237)。

**作者简介:**管凌霄(1996-),男,主要从事土与结构相互作用研究,E-mail:glx1392@163.com。

徐长节(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:xucj@zju.edu.cn。

**Received:**2020-07-21

**Foundation items:** High Speed Railway Joint Fund of NSFC (No. U1934208); National Science Fund for Distinguished Young Scholars (No. 51725802); Zhejiang Natural Science Foundation (No. LHZ19E080001); Jiangxi Province Innovation Fund for Postgraduate (No. YC2019-S237)

**Author brief:** GUAN Lingxiao (1996-), main research interest: soil-structure interaction, E-mail: glx1392@163.com.

XU Changjie (corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail: xucj@zju.edu.cn.

used to simulate the pipe. Combined with the superposition method, the pipeline displacement control equation has been solved, and a simplified calculation method have been proposed. Then, the accuracy of the method has been verified via comparison with engineering monitoring, existing literature and centrifuge test data. Furthermore, the influence of the pipeline-soil elastic modulus ratio, pipeline diameter and pipeline shear stiffness change on pipeline deformation has been further studied. The results show that as the pipeline-soil elastic modulus ratio and pipeline diameter increase, the maximum vertical displacement of the pipeline decreases; the shear stiffness of the pipeline has a great influence on the displacement of the pipeline, and the decrease of the shear stiffness can lead to an increase in the maximum displacement of the pipeline.

**Keywords:** shield tunnelling; displacement of pipeline; shearing effect; calculation method

城市地铁盾构隧道开挖导致的地层损失会引起周围地层的变形<sup>[1]</sup>,由于城市地下存在大量的管道,紧邻管道的盾构施工必然对其产生重大影响。因此,众多学者对如何准确分析盾构隧道下穿施工对邻近管道的影响展开了研究<sup>[2]</sup>。

目前,针对盾构隧道下穿施工对邻近管道影响的研究主要采用3种方法:模型试验法<sup>[3-4]</sup>,有限元法<sup>[5-6]</sup>以及理论解析法<sup>[7-10]</sup>。Shi等<sup>[3]</sup>、Vorster等<sup>[4]</sup>采用离心模型研究了盾构隧道下穿开挖对既有管道的影响;张治国等<sup>[5]</sup>、毕继红等<sup>[6]</sup>采用有限元法分析了盾构隧道开挖引起的邻近管道变形和内力。两阶段法作为理论解析的常用方法,意义明确,计算简便,将该问题分为两个阶段进行分析:第1阶段,先计算出管道轴线处因盾构隧道掘进引起的土体竖向位移;第2阶段,采用合理的管-土相互作用模型解得管道的竖向位移。张陈蓉等<sup>[7]</sup>改进了Winkler地基模型采用两阶段法在考虑了管道接口的非连续影响下,对管道位移和弯矩进行分析;张恒等<sup>[8]</sup>基于Pasternak地基模型采用两阶段法,研究了侧向土体作用对于管道竖向位移的影响,得到了更符合实际的管道变形;可文海等<sup>[9]</sup>结合Vlasov模型与Pasternak模型,采用两阶段法对隧道斜下穿管道施工引起的管道位移进行分析;林存刚等<sup>[10]</sup>采用两阶段法求解了盾构隧道开挖引起带接头管道的挠曲,发现接头刚度对管道挠曲存在显著影响。在理论研究方面,学者们常采用Euler-Bernoulli梁模拟管道变形,但受限于Euler-Bernoulli梁无法模拟管道变形中管道剪切刚度的影响,这可能使计算结果产生误差。图1(a)为Euler-Bernoulli梁模型受力变形时的变形特征,该模型将梁的剪切刚度看作无穷大,忽略梁在受力时产生的剪切变形,仅考虑梁的纵向抗弯刚度对梁受力变形的影响,因而在控制方程中只

有抗弯刚度一个参数,在数学求解上较为简单,便于工程应用。相较于Euler-Bernoulli梁, Timoshenko梁考虑了梁剪切刚度对梁变形的影响。图1(b)为Timoshenko梁模型受力变形时的变形特征,梁截面在变形前垂直于中性轴,由于受力后产生了剪切变形,梁截面与中性轴法线方向成 $\theta$ 角,不再垂直,此时梁的控制方程相比于Euler-Bernoulli梁多考虑了梁剪切刚度以及角 $\theta$ 两个参数,使得控制方程不便于数学求解。

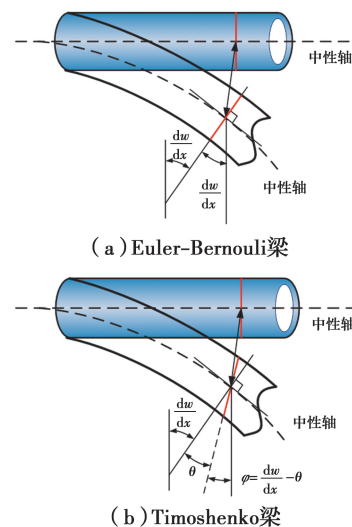


图1 Euler-Bernoulli梁与Timoshenko梁变形特征

Fig. 1 Deformation characters of Euler-Bernoulli beam and Timoshenko beam

程康等<sup>[11]</sup>、刘建文等<sup>[12]</sup>采用有限差分法求解了Timoshenko梁的控制方程,分别研究了邻近开挖对单桩、隧道的位移影响,但有限差分法计算步骤较复杂,不便于工程应用。同时,采用Timoshenko梁模拟盾构隧道开挖引起既有管道竖向位移的研究还未见报道,因此,为考虑管道的实际剪切刚度对管道位移的影响,且简化其求解过程,笔者采用两阶段法,在第2阶段中分析管道发生剪切变形后的受力平衡

状态,建立管道的控制方程,再结合叠加法简化参数形式,最终求解出管道的变形。并将该方法的结果与实测值、既有文献以及离心机试验结果进行对比,进一步研究了管-土弹性模量比、管道直径以及管道剪切刚度的变化对管道竖向位移的影响。

## 1 基本方程的建立

### 1.1 土体自由场竖向位移

土体自由场竖向位移采用 Loganathan 等<sup>[13]</sup>基于线弹性理论提出的盾构隧道开挖引起周围土体自由场竖向位移的计算方法进行计算,根据该方法,土体自由场竖向位移  $U_f(x, z)$  为

$$U_f(x, z) = R^2 \cdot \epsilon_0 \cdot e^{-\left[\frac{1.38z^2}{(H+R)^2} + \frac{0.69z^2}{H^2}\right]} \cdot \left\{ -\frac{z-H}{x^2 + (z-H)^2} - \frac{2z[x^2 - (z+H)^2]}{[x^2 + (z+H)^2]^2} + (3-4\nu) \frac{z+H}{x^2 + (z+H)^2} \right\} \quad (1)$$

式中:  $x$  为距隧道轴线的水平距离;  $z$  为距地表的垂直距离;  $\epsilon_0$  为盾构隧道开挖引起的平均地层损失比;  $R$  为隧道半径;  $H$  为隧道轴线与地表的垂直距离;  $\nu$  为土体泊松比。采用的简化计算模型如图 2 所示,图中  $z_0$  为管道轴线与地表的垂直距离,  $D$  为管道直径。此时,管道轴线  $z = z_0$  处因盾构隧道开挖引起的土体竖向位移可表示为  $U_f(x) = U_f(x, z_0)$ 。

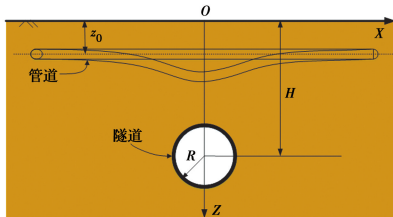


图 2 简化计算模型

Fig. 2 Simplified computational model

### 1.2 管道控制方程的建立

图 3 为管-土相互作用模型示意图,将管道看作 Pasternak 地基上无限长的 Timoshenko 梁,其竖向位移和转角的平衡微分方程为

$$p(x)Ddx - q(x)Ddx - dQ = 0 \quad (2)$$

$$\frac{p(x)D}{2}dx^2 + Qdx - \frac{q(x)D}{2}dx^2 - dM = 0 \quad (3)$$

式中:  $Q$ 、 $M$  为管道单元受到的剪力及弯矩;  $q(x)$  为土体位移产生的荷载;  $p(x)$  为地基反力。根据 Pasternak 地基模型可得  $q(x)$ 、 $p(x)$  为

$$p(x) = k\omega(x) - g_s \frac{d^2\omega(x)}{dx^2} \quad (4)$$

$$q(x) = kU_f(x) - g_s \frac{d^2U_f(x)}{dx^2} \quad (5)$$

式中:  $\omega(x)$  为管道位移函数;  $k$  为地基弹性系数;  $g_s$  为地基剪切系数。  $k$  与  $g_s$  可由式(6)、式(7)计算<sup>[14-15]</sup>。

$$k = \frac{0.65E_s}{D(1-\nu^2)} \left( \frac{E_s D^4}{E_p I_p} \right)^{1/12} \quad (6)$$

$$g_s = \frac{E_s t}{6(1+\nu)} \quad (7)$$

式中:  $E_s$  土体弹性模量;  $E_p I_p$  为管道的抗弯刚度;  $t$  为土体剪切层厚度,根据文献[16],对于管线这种长宽比很大的地下结构,当地基深度大于结构宽度的 6 倍时,其地基土的附加应力已衰减至非常小,因此,取  $t = 6D$  进行计算。

根据 Timoshenko 梁理论,当管道产生竖向变形时,其弯矩  $M$ 、剪力  $Q$  与竖向位移  $\omega(x)$  的关系为

$$Q = \kappa GA \left[ \frac{d\omega(x)}{dx} - \varphi \right] \quad (8)$$

$$M = -E_p I_p \frac{d\varphi}{dx} \quad (9)$$

式中:  $\kappa GA$  为管道等效剪切刚度;  $\kappa$  为管道等效截面系数,管道为环形截面,故取 0.5;  $G$  为管道剪切模量,  $G = E_p / 2(1+\nu_p)$ ,  $\nu_p$  为管道泊松比;  $A$  为管道的横截面积。

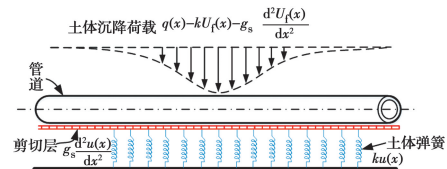


图 3 管-土相互作用模型

Fig. 3 Pipeline-soil interaction model

将式(4)、式(5)、式(8)、式(9)代入式(2)、式(3)可得管道位移  $\omega(x)$  的控制方程为

$$E_p I_p \left( \frac{g_s D}{\kappa GA} + 1 \right) \frac{d^4\omega(x)}{dx^4} - \left( \frac{k D E_p I_p}{\kappa GA} + g_s D \right) \frac{d^2\omega(x)}{dx^2} + k D \omega(x) = \left[ q(x) - \frac{E_p I_p}{\kappa GA} \frac{d^2 q(x)}{dx^2} \right] D \quad (10)$$

## 2 管道控制方程的求解

式(10)为四阶微分方程,公式复杂不便于直接求解。为方便进行推导,可先求出 Pasternak 地基上 Timoshenko 无限长梁在集中力作用下的解。先令  $q(x) = 0$ , 整理式(10)并求通解,可得

$$w(x) = e^{\alpha x} [C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x)] + e^{-\alpha x} [C_3 \cos(\beta x) + C_4 \sin(\beta x)] \quad (11)$$

式中:  $C_1, C_2, C_3, C_4$  为待定系数;  $\alpha = \sqrt{\lambda^2/2 + \gamma/4}$ ;

$$\beta = \sqrt{\lambda^2/2 - \gamma/4}; \text{其中: } \lambda = \sqrt[4]{\frac{kD\kappa GA}{(\kappa GA + g_s D)E_p I_p}};$$

$$\gamma = \frac{kDE_p I_p + g_s D\kappa GA}{(\kappa GA + g_s D)E_p I_p}.$$

假设管道为 Pasternak 地基上无限长的 Timoshenko 梁,在  $x=0$  的原点上受到一集中荷载  $P$ ,此时  $x=0$  处的管道截面因为位于集中力正下方,受力后未发生旋转仍垂直于中性轴,因此,管道的边界条件可为

$$w(\pm \infty) = 0 \quad (12a)$$

$$\varphi_{x=0} = 0 \quad (12b)$$

$$Q_{x=0} = PD/2 \quad (12c)$$

将边界条件式(12)代入式(11)中,可推导得到无限长 Timoshenko 模型管道在集中荷载  $P$  作用下的位移方程为

$$w(x) = \frac{PD e^{-\alpha x} \left[ (1 + \psi) \frac{\cos(\beta x)}{\alpha} + (1 - \psi) \frac{\sin(\beta x)}{\beta} \right]}{4E_p I_p (\alpha^2 + \beta^2) \left( \frac{g_s D}{\kappa GA} + 1 \right)} \quad (13)$$

$$\text{式中: } \psi = \frac{E_p I_p}{\kappa GA} (\alpha^2 + \beta^2).$$

由文献[17]可知,为推导出管道受分布力作用下的位移控制方程式(10),可根据集中荷载作用下的位移控制式(13)进行叠加。整理式(10),可得

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} - \gamma \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + \lambda^4 w(x) = \frac{Q(x)D}{E_p I_p} \quad (14)$$

$$\text{式中: } Q(x) = \left[ \frac{\kappa GA q(x)}{\kappa GA + g_s D} - \frac{E_p I_p}{\kappa GA + g_s D} \frac{d^2 q(x)}{dx^2} \right].$$

由此可知,盾构隧道开挖时, Timoshenko 梁管道在轴线上的任意一点  $\xi$  受到的附加荷载为

$$Q(\xi) d\xi = \left[ \frac{\kappa GA}{\kappa GA + g_s D} q(\xi) - \frac{E_p I_p}{\kappa GA + g_s D} \frac{d^2 q(\xi)}{dx^2} \right] d\xi \quad (15)$$

将式(15)代入式(13),可得到下列该点荷载引起的管道竖向位移  $dw(x)$  为

$$dw(x) = \frac{\left[ \frac{\kappa GA}{\kappa GA + g_s D} q(\xi) - \frac{E_p I_p}{\kappa GA + g_s D} \frac{d^2 q(\xi)}{dx^2} \right] D e^{-\alpha |x-\xi|}}{4E_p I_p (\alpha^2 + \beta^2) \left( \frac{g_s D}{\kappa GA} + 1 \right)} \cdot \left[ (1 + \psi) \frac{\cos(\beta |x-\xi|)}{\alpha} + (1 - \psi) \cdot \right.$$

$$\left. \frac{\sin(\beta |x-\xi|)}{\beta} \right] d\xi \quad (16)$$

对式(16)在盾构隧道开挖引起土体竖向位移的范围内积分,即可求得考虑管道剪切效应时的管道竖向位移

$$w(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} dw(x) \quad (17)$$

### 3 算例验证

#### 3.1 工程算例 1

采用文献[18]中盾构隧道下穿开挖对邻近管道影响实例的管道竖向位移监测数据对该方法进行验证。实例中地铁盾构隧道垂直下穿一条混凝土电缆管道,管道的泊松比  $\nu_p = 0.17$ ,厚度  $T = 0.12$  m,其余物理参数参考文献[8]取值,如表 1 所示。

表 1 管道计算参数

Table 1 Pipeline calculation parameters

R/m	H/m	D/m	$z_0$ /m	$\epsilon_0$ /%	$E_s$ /MPa	$\nu$	$E_p I_p$ /(kN·m <sup>2</sup> )
3	14.4	3	8.7	0.84	8.2	0.3	$5.87 \times 10^7$

图 4 为该方法计算结果与实测值以及文献[8]计算结果的对比。文献[8]采用 Pasternak 地基模型与 Euler-Bernouli 梁模型模拟管道位移,由图 4 可见,采用 Pasternak 地基模型与 Timoshenko 梁模型的计算方法所得管道位移曲线与实测值更加吻合,同时,与文献[6]考虑管道侧向土体作用时的结果基本一致,证明了该计算管道竖向位移所用方法的准确性。

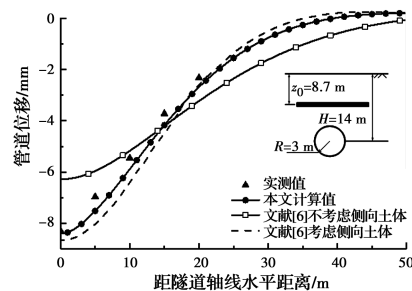


图 4 不同求解方式的管道位移

Fig. 4 Pipeline deformation curves by different method

#### 3.2 工程算例 2

Vorster 等<sup>[4]</sup>使用剑桥大学的离心机进行了盾构隧道开挖对邻近管道影响的试验研究。该离心机试验中的加速度为  $75g$ ,文献[19]对  $1g$  加速度下的物理参数进行取值:隧道半径  $R = 2.25$  m;轴线埋深

$H=11.25$  m; 地层损失率  $\epsilon_0=2\%$ ; 管道抗弯刚度  $E_p I_p=3.363 \times 10^6$  kN·m<sup>2</sup>; 根据管道材质为铝合金, 且保证抗弯刚度取管道弹性模量  $E_p=57.5$  GPa, 泊松比  $\nu_p=0.3$ , 直径  $D=1.19$  m, 轴线埋深  $z_0=4.165$  m; 土体弹性模量  $E_s=19.52$  MPa, 由于土的泊松比很难精确得到, 因此, 根据砂土的近似泊松比取  $\nu=0.25$ 。

该计算方法的计算结果与离心机模型试验结果对比如图 5 所示。由图 5 可以看出, 该方法计算所得管道最大竖向位移值为 22.40 mm, 略小于试验所得 25.08 mm, 总体结果较为一致, 呈现的规律基本吻合, 进一步验证了该方法的准确性。

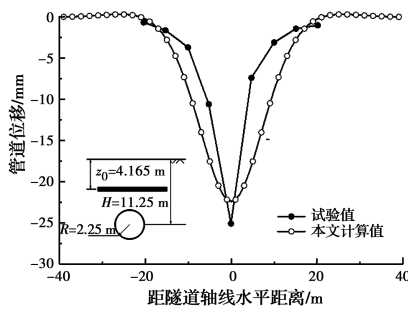


图 5 与离心机试验对比图

Fig. 5 Comparison with centrifuge model test

## 4 参数分析

为研究各物理参数变化对考虑剪切效应的管道竖向位移的影响, 取如下算例进行分析: 其中, 盾构隧道的物理参数为: 轴线埋深  $H=15$  m、半径  $R=3$  m、地层损失率  $\epsilon_0=1\%$ ; 管道物理参数为: 直径  $D=2$  m、管片厚度  $t=0.12$  m、弹性模量  $E_p=3 \times 10^4$  MPa、轴线埋深  $z_0=5$  m、泊松比  $\nu_p=0.2$ ; 土体物理参数为: 弹性模量  $E_s=6$  MPa、泊松比  $\nu=0.3$ 。在分析某一参数与管道竖向位移的关系时, 其余参数不变。

### 4.1 管-土弹性模量比变化对管道竖向位移的影响

为研究考虑剪切效应时管道的竖向位移与管-土弹性模量比之间的关系, 取 4 组管-土弹性模量比进行分析,  $E_p/E_s$  分别为 2 000、1 000、500、250。图 6 为不同管-土弹性模量比的情况下, 考虑剪切效应时盾构隧道下穿施工引起的管道竖向位移曲线。从图 6 可看出, 管-土弹性模量比在 2 000~500 范围内时, 随着管-土弹性模量比的增大, 管道竖向位移的最大值逐渐减小, 且减小的比例相等。这是因为管-

土弹性模量比越大, 盾构隧道开挖引起的土体位移-荷载对管道的作用越小, 即对管道的影响越小。

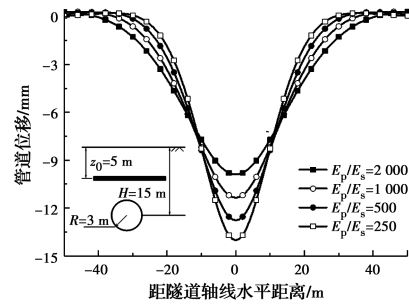


图 6 不同管-土弹性模量比对应的管道竖向位移

Fig. 6 Pipeline vertical displacement with different pipeline-soil elastic modulus ratio

### 4.2 管道直径变化对管道竖向位移的影响

取 5 组管道直径研究考虑剪切效应时管道竖向位移与管道直径之间的关系, 管道直径  $D$  分别为 3、2.5、2、1.5、1 m。图 7 为不同管道直径的情况下, 考虑剪切效应时盾构隧道下穿施工引起的管道竖向位移曲线。从图 7 可看出, 在管道直径从 3 m 减小到 1 m 时, 管道变形的范围随之变小, 管道竖向位移的最大值增大, 且增大的幅度逐渐增加。这是由于管道直径直接影响到管道的抗弯刚度和抗剪强度, 直径减小导致抗弯刚度和抗剪强度都减小, 因此, 在同样的土体位移-荷载作用下, 管道抵抗荷载的能力降低, 位移增大。

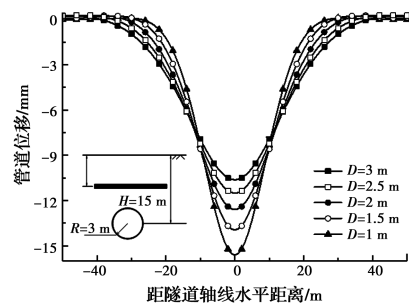


图 7 不同管道直径对应的管道竖向位移

Fig. 7 Pipeline vertical displacement with different pipeline diameter

### 4.3 管道剪切刚度变化对管道竖向位移的影响

为研究考虑剪切效应时管道竖向位移与管道剪切刚度之间的关系, 取 4 组管道剪切刚度进行分析, 分别为 10、1、0.1、0.01  $\kappa$ GA。

图 8 为不同管道剪切刚度的情况下, 考虑剪切效应时盾构隧道下穿施工引起的管道竖向位移曲线。从图 8 可看出, 在管道剪切刚度从 10  $\kappa$ GA 减

小到  $0.01 \kappa GA$  时,管道竖向位移的最大值随之增大,由此可说明管道剪切刚度的变化对管道竖向位移存在影响。同时,随着剪切刚度的减小,管道竖向位移最大值增大的幅度迅速增加,因此,在一定的剪切刚度范围内,不应忽略管道的剪切变形,尤其对于剪切刚度较小以及可能存在纵向裂缝等病害的管道,采用 Timoshenko 梁模型模拟管道会更加合理。

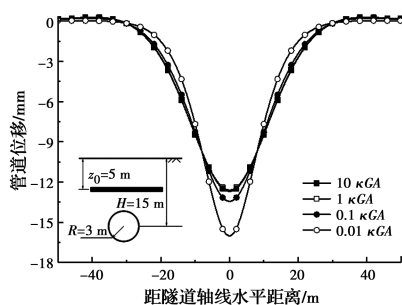


图8 不同管道剪切刚度对应的管道竖向位移

Fig. 8 Pipeline vertical displacement with different pipeline diameter

## 5 结论

采用两阶段分析法推导了考虑管道剪切效应时盾构隧道开挖引起邻近管道竖向位移的解析解。在第2阶段采用考虑剪切效应的 Timoshenko 梁模型模拟管道并结合叠加法提出了简化算法,经过深入分析,得到以下主要结论:

1) 采用考虑剪切效应的 Timoshenko 梁模型研究盾构隧道下穿开挖对邻近管道竖向位移分析时,其计算结果较 Euler-Bernouli 梁模型更为准确,结合叠加法进行求解的计算结果准确且便于推导。

2) 参数分析中,管-土弹性模量比的增大可使管道竖向位移最大值等比例减小;管道直径减小使其抵抗荷载的能力降低,可导致管道竖向位移最大值增大。

3) 其余参数一定时,管道剪切刚度的减小可导致管道最大竖向位移值增大,对于剪切刚度较小以及可能存在纵向裂缝等病害的管道,采用 Timoshenko 梁模型模拟管道更加合理

## 参考文献:

[1] XIANG Y Z, LIU H L, ZHANG W G, et al. Application of transparent soil model test and DEM simulation in study of tunnel failure mechanism [J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018,

74: 178-184.

[2] 魏纲, 王彬, 许讯. Pasternak 地基中盾构隧道穿越引起地下管线竖向位移[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(33): 158-165.

WEI G, WANG B, XU X. Vertical displacement of underground pipeline caused by shield tunnel crossing in Pasternak foundation [J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(33): 158-165. (in Chinese)

[3] SHI J W, WANG Y, NG C W W. Three-dimensional centrifuge modeling of ground and pipeline response to tunnel excavation [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, 142(11): 04016054.

[4] VORSTER T E B, MAIR R J, SOGA K, et al. Centrifuge modelling of the effect of tunnelling on buried pipelines: mechanisms observed [C]// Proceedings of the 5th International Symposium TC28 on Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, Amsterdam, 2013: 327-333.

[5] 张治国, 师敏之, 张成平, 等. 类矩形盾构隧道开挖引起邻近地下管线变形研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(4): 852-864.

ZHANG Z G, SHI M Z, ZHANG C P, et al. Research on deformation of adjacent underground pipelines caused by excavation of quasi-rectangular shields [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(4): 852-864. (in Chinese)

[6] 毕继红, 刘伟, 江志峰. 隧道开挖对地下管线的影响分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(8): 1317-1321.

BI J H, LIU W, JIANG Z F. Analysis of effects of tunnel excavation on underground pipeline [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(8): 1317-1321. (in Chinese)

[7] 张陈蓉, 俞剑, 黄茂松. 隧道开挖对邻近非连续接口埋管的影响分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 1018-1026.

ZHANG C R, YU J, HUANG M S. Responses of adjacent underground jointed pipelines induced by tunneling [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 1018-1026. (in Chinese)

[8] 张恒, 张子新. 盾构隧道开挖引起既有管线的竖向变形[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2013, 41(8): 1172-1178.

ZHANG H, ZHANG Z X. Vertical deflection of existing pipeline due to shield tunnelling [J]. Journal of

- Tongji University (Natural Science), 2013, 41(8): 1172-1178. (in Chinese)
- [9] 可文海, 管凌霄, 刘东海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管-土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(1): 221-228, 234.  
KE W H, GUAN L X, LIU D H, et al. Research on upper pipeline-soil interaction induced by shield tunnelling [J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(1): 221-228, 234. (in Chinese)
- [10] 林存刚, 黄茂松. 基于 Pasternak 地基的盾构隧道开挖非连续地下管线的挠曲[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(7): 1200-1207.  
LIN C G, HUANG M S. Deflections of discontinuous buried pipelines induced by shield tunnelling based on Pasternak foundation [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(7): 1200-1207. (in Chinese)
- [11] 程康, 俞帆, 梁荣柱, 等. 考虑桩基剪切效应的盾构开挖对邻近桩基水平向变形分析[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(Sup2): 178-182.  
CHENG K, YU F, LIANG R Z, et al. Horizontal deformation of adjacent single pile under tunneling considering shearing effect of piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(Sup2): 178-182. (in Chinese)
- [12] 刘建文, 施成华, 雷明锋, 等. 基坑开挖对下卧地铁隧道影响的解析计算方法[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2019, 50(9): 2215-2225.  
LIU J W, SHI C H, LEI M F, et al. Analytical method for influence analysis of foundation pit excavation on underlying metro tunnel [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2019, 50(9): 2215-2225. (in Chinese)
- [13] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9): 846-856.
- [14] VESIC A B. Bending of beam resting on isotropic elastic solid [J]. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1961, 87(2): 35-53.
- [15] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long bernoulli-Euler beam on the Pasternak model [J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109-118.
- [16] 徐凌. 软土盾构隧道纵向沉降研究[D]. 上海: 同济大学, 2005.  
XU L. Research of the longitudinal settlement of soft soil shield tunnel [D]. Shanghai: Tongji University, 2005. (in Chinese)
- [17] 塞尔瓦杜雷. 土与基础相互作用的弹性分析[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1984.  
SELVADURAI A P S. Elastic analysis of soil-foundation interaction [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1984. (in Chinese)
- [18] 吴为义. 盾构隧道周围地下管线的性状研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2008.  
WU W Y. Study on mechanical behaviors of buried pipelines induced by shield tunneling construction [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2008. (in Chinese)
- [19] 刘晓强, 梁发云, 张浩, 等. 隧道穿越引起地下管线竖向位移的能量变分分析方法[J]. 岩土力学, 2014, 35(Sup2): 217-222, 231.  
LIU X Q, LIANG F Y, ZHANG H, et al. Energy variational solution for settlement of buried pipeline induced by tunneling [J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(Sup2): 217-222, 231. (in Chinese)

(编辑 章润红)