DOI: 10.11835/j.issn. 2096-6717. 2020. 153







能量桩群桩基础沉降特性分析

张沛,石雨恒,费康

(扬州大学建筑科学与工程学院,江苏扬州 225127)

摘 要:基于荷载传递法,考虑桩-桩相互作用并引入 Pyke 准则模拟桩-土界面上的加卸载行为,确 定桩-土相互作用模型参数,从而建立能量桩双桩基础的沉降特性分析方法,并推广到能量桩群桩。 通过与文献中实验数据的对比分析,验证了所提方法的可靠性。结合算例,利用该方法对在纯力学 荷载、纯温度荷载以及热力耦合作用下的能量桩群桩基础沉降特性进行分析。结果表明:力学荷载 作用下,群桩位移比随着桩顶荷载水平的增大而减小;温度荷载作用下,群桩桩顶位移方向一致;热 力耦合作用下,群桩的桩顶位移情况与具体的桩顶荷载水平和桩身温度增量有关。在桩顶荷载较 小时升温,可能会出现单桩桩顶上抬而群桩桩顶下沉的情况。

关键词:能量桩;群桩基础;热力耦合;荷载传递法;基础沉降

中图分类号:TU473.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2022)01-0075-12

Analysis of foundation settlement behaviors of energy pile groups

ZHANG Pei, SHI Yuheng, FEI Kang

(College of Architecture Science and Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, Jiangsu, P. R. China)

Abstract: Based on the load transfer method, considering the pile-pile interaction and introducing Pyke criterion to simulate the loading and unloading behavior on the pile-soil interface, as well as to determine the model parameters of pile-soil interaction, settlement characteristic analysis method for the double-pile foundation of energy pile was established and extended to the energy pile group. The reliability of the proposed method was verified by comparing with the experimental data in the literature. Combined with an example, this method was used to analyze the settlement characteristics of energy pile group under the action of pure mechanical loading, pure temperature effect and thermal coupling. The results show that the displacement ratio of pile group decreases with increase of pile top load under mechanical loading. Under the action of temperature effect, the displacement direction of pile group top is consistent. Under the action of thermal coupling, the displacement of pile top of pile group is relevant with the specific load level of pile top and pile body temperature increment. When the load of pile top is small and the temperature rises, it is very probable that the top of single pile will be lifted while the top of pile group will sink.

Keywords: energy pile; group of pile foundation; thermal coupling; load transfer method; foundation settlement

费康(通信作者),男,教授,E-mail:kfei@yzu.edu.cn。

Received: 2020-07-23

收稿日期:2020-07-23

基金项目:国家自然科学基金(No. 51778557)

作者简介:张沛(1995-),男,主要从事地基基础工程研究,E-mail:zhangpei972@163.com。

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 51778557)

Author brief: ZHANG Pei (1995-), main research interest: foundation engineering, E-mail: zhangpei972@163.com. FEI Kang (corresponding author), professor, E-mail: kfei@yzu.edu.cn.

能量桩是将常规桩基和地源热泵技术相结合的 新型桩基,可以发挥支撑上部建筑荷载和与地基进 行热交换的双重作用。由于能量桩技术的优良性能 和经济造价,其在中国的应用越来越多^[1-3]。

黄旭等[4]利用模型试验方法,开展了循环温度 影响下大直径能量桩的静载荷试验。结果表明,风 干砂土中能量桩在 35 ℃时的极限承载力比在 15 ℃ 时仅提高了7%。张阳等^[5]考虑黏聚力和内摩擦角 的影响,通过建立的能量桩桩-土有限元模型分析表 明,升温引起的地基土强度降低对桩的极限承载力 影响较小。王成龙^[6]在砂土中能量桩承载特性的研 究中也得到了类似结论,单次冷热循环后桩体极限 承载力基本没有变化,并且相较于干燥砂土,其变化 值更不明显。由此可见,温度变化对能量桩基础极 限承载力的影响不大。相对而言,实际工程中主要 关注的是能量桩基础的变形特性。Ng 等^[7]采用离 心机试验发现,多次温度循环后桩顶残余沉降明显 大于工作荷载下的沉降。路宏伟等^[8]的现场试验结 果表明,降温产生的附加沉降达到设计静载作用下 沉降值的 22.6%。Peng 等^[9]对砂土地基中的摩擦 型能量桩群桩和单桩的沉降量级进行对比发现,能 量桩群桩在制冷期间的下沉量级要比单桩的大。大 量研究表明,能量桩的沉降是进行设计时主要关注 的问题。

目前,学者们大多采用有限元方法对能量桩的 沉降特性进行研究。费康等[10] 基于有限元软件 ABAQUS模拟了能量桩单桩在黏土地基中的沉降 特性。蒋刚等[11]利用简化热力耦合数值方法,建立 了昆山某 40 m 长摩擦型能量桩的数值模型,研究其 全过程的桩顶位移变化。Dupray 等^[12]建立了二维 热-流-力耦合有限元模型,对能量桩单桩和群桩变 形进行数值模拟研究。虽然有限元方法能够较为合 理地反映材料的本构关系、荷载和边界条件,可得到 较合理的结果,能加深对能量桩基础沉降特性的理 解,但对桩数较多的群桩基础也存在计算复杂、工程 设计中难以应用的缺点。因此,建立能量桩群桩基 础的沉降特性分析方法仍有必要。Rotta Loria 等[13]借鉴常规群桩沉降分析的相互作用系数方法, 利用弹性有限元计算得到了双桩之间的相互作用系 数,利用相互作用系数叠加法得到了桩体统一升温 或降温下群桩的桩顶位移。但群桩的位移场是各桩 相互作用的结果,与单独两根桩的相互作用叠加有

所不用,且两者偏差会随着桩数增加而增大。因此, 利用相互作用系数数值叠加计算群桩变形可能会高 估群桩间的相互作用。不仅如此,该方法不能同时 考虑温度和力学荷载的作用,应用上具有一定的局 限性。

笔者基于基本荷载传递法,考虑桩-桩相互作 用,建立了能量桩双桩基础的沉降特性分析方法,并 推广到能量桩群桩。结合算例,通过与试验数据的 对比分析,验证所提方法的合理性和可靠性,并对能 量桩群桩基础在力学荷载、温度荷载以及热力耦合 作用下的沉降特性进行分析。

基于荷载传递法的能量桩群桩基础 沉降特性分析方法

1.1 能量桩单桩控制方程组

将能量桩群桩建立在双桩基础上,取双桩系统 模型进行分析,对两根完全等同的双桩,可先取其中 一根桩进行分析。借鉴 Kezdi^[14]传统的传递函数法 建立平衡方程。现取桩身任意深度 z 处一微段对其 进行受力分析,假设桩身位移以向下为正,桩身应力 和应变以压为正,桩侧剪应力以向上为正。按照竖 向平衡方程,可得

$$\frac{\partial \sigma_{\rm PT}}{\partial z} = -\frac{4\tau(z)}{d} \tag{1}$$

式中: σ_{PT}为桩顶荷载和温度荷载耦合作用下的桩身 应力增量; τ(z)为深度 z 处的桩侧剪应力增量; d 为 能量桩直径。考虑微段的位移协调条件, 可得

$$\frac{\sigma_{\rm PT}}{E_{\rm P}} - \alpha_{\rm T} \cdot \Delta T = -\frac{\partial u_{\rm PT}}{\partial z}$$
(2)

式中:*E*_P为能量桩的弹性模量;*α*_T为桩身材料的热 膨胀系数;*u*_{PT}为微段的位移增量;*ΔT*为桩体温度增 量。桩身位移由桩土相对位移和桩侧土体弹性位移 两部分组成。假设能量桩单桩温度增量沿桩长均匀 变化,式(2)两边皆可表示微段的竖向应变增量,两 边分别再对*z*求一次导,有

$$\tau(z) = \frac{E_{\rm P}d}{4} \cdot \frac{\partial^2 u_{\rm PT}}{\partial z^2} \tag{3}$$

考虑桩-土之间的滑移变形, τ(z)还可表示为

$$\tau(z) = k_{\rm s} \Delta s \tag{4}$$

式中: Δs 为桩-土相对位移, $\Delta s = u_{PT} - u_s$; k_s 为当前 状态下深度 z 处的桩-土接触面剪切刚度; u_s 为深度 z 处的桩侧土体弹性位移增量。Randolph 等^[15]基 于剪切位移法提出桩侧土体位移表达式为

$$u_{\rm s}\left(\frac{d}{2}\right) = \frac{\tau(z)d}{2G_{\rm s}}\ln\left(\frac{2r_{\rm m}}{d}\right) \tag{5}$$

式中:d为桩径; r_m 为桩周土体剪切变形可忽略的范围, $r_m=2.5L\rho(1-\nu_s)$,其中L为桩体长度, ρ 为桩体中部位置土体剪切模量与桩端土体剪切模量之比; ν_s 为桩周土体泊松比; G_s 为深度z处的土体剪切模量。结合式(4)和式(5),有

$$\mathbf{r}(z) = k'_{\rm s} u_{\rm PT} \tag{6}$$

式中: $k_{s}=1/(\frac{1}{k_{s}}+c), c=\frac{d}{2G_{s}}\ln(\frac{2r_{m}}{d}),$ 结合式(3)和 式(6),有

$$k'_{s}u_{\rm PT} = \frac{E_{\rm P}d}{4} \cdot \frac{\partial^2 u_{\rm PT}}{\partial z^2} \tag{7}$$

将能量桩等分为*n*个单元,单元长度为*l*,*l*=*L*/ *n*,*L*为桩体长度,式(7)可用有限差分形式表示,分 别将节点*i*(*i*=2,...,*n*)、节点1和节点*n*+1表示为

$$\frac{E_{\mathrm{P}}d}{4l^{2}} \cdot u_{\mathrm{PT},i-1} - \left(k_{\mathrm{s},i}^{'} + \frac{E_{\mathrm{P}}d}{2l^{2}}\right) \cdot u_{\mathrm{PT},i} + \frac{E_{\mathrm{P}}d}{4l^{2}} \cdot u_{\mathrm{PT},i+1} = 0$$
(8)

式中:*u*_{PT,*i*-1}、*u*_{PT,*i*}和*u*_{PT,*i*+1}分别为节点*i*-1、*i*和*i*+1处的桩身位移增量。在节点1以上*l*处引入虚拟 节点0,在节点*n*+1以下*l*处引入虚拟节点*n*+2, 联合式(2)~式(8),有

$$\left(k_{s,1}^{'}+\frac{E_{P}d}{2l^{2}}\right) \cdot u_{PT,1}-\frac{E_{P}d}{2l^{2}} \cdot u_{PT,2} = \frac{2\Delta P}{\pi dl}-\frac{E_{P}d\alpha_{T}\Delta T}{2l}$$
(9)

$$\frac{E_{\mathrm{P}}d}{2l^{2}} \cdot u_{\mathrm{PT},n} - \left(k'_{\mathrm{s},n+1} + \frac{k_{\mathrm{b}}d}{2l} + \frac{E_{\mathrm{P}}d}{2l^{2}}\right) \cdot u_{\mathrm{PT},n+1} = -\frac{E_{\mathrm{P}}d\alpha_{\mathrm{T}}\Delta T}{2l}$$
(10)

式中:*u*_{PT,1}和 *u*_{PT,2}分别为虚拟节点1和2处的桩身 位移增量;*u*_{PT,n}和 *u*_{PT,n+1}分别为节点 *n* 和虚拟节点 *n*+1处的桩身位移增量;*k*_b为当前的桩端抗压 刚度。

1.2 边界条件

若桩顶可自由变形,对于节点1,考虑边界条件

$$\sigma_{\rm PT,1} = \frac{\Delta P}{A} \tag{11}$$

式中: $\sigma_{PT,1}$ 为节点 1 处的桩身应力增量; ΔP 为桩顶 荷载增量;A 为桩体截面面积。对于节点 n+1,考 虑边界条件

$$\sigma_{\mathrm{PT},n+1} = k_{\mathrm{b}} u_{\mathrm{PT},n+1} \tag{12}$$

式中: σPT, n+1 为节点 n+1 处的桩身应力增量,即桩

端应力增量;k_b为当前的桩端抗压刚度。对式(8)、 式(9)和式(10)两边同乘以 πdl/2,再将其写成矩阵 形式,得到能量桩单桩工作特性的控制方程组

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{PT}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{PT}} = \boldsymbol{F}_{\mathrm{PT}} \tag{13}$$

式中: $u_{PT} = \{u_{PT,1}, u_{PT,2}, \dots, u_{PT,n}, u_{PT,n+1}\}^{T}$ 为节点 位移增量向量; $F_{PT} = \{\Delta P - \lambda \Delta T, 0, \dots, 0, -\lambda \Delta T\}^{T}$ 为节点荷载增量向量,其中 $\lambda = E_{P}Aa_{T}$; K_{PT} 为n+1阶整体刚度矩阵, K_{PT} 的表达式为

$$\begin{split} \mathbf{K}_{\text{PT}} & - \\ \beta_{1} & -2\gamma & & \\ \gamma & -\beta_{2} & \gamma & & \\ & \gamma & -\beta_{3} & \gamma & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \gamma & -\beta_{n-1} & \gamma & \\ & & & \gamma & -\beta_{n} & \gamma \\ & & & & 2\gamma & -(\beta_{n+1} + Ak_{\text{b}}) \\ \end{split}$$

式中:
$$\beta_i = \frac{\pi dl}{2} k'_{s,i} + 2\gamma (i=1,2,\cdots,n,n+1); k'_{s,i} = 1/(\frac{1}{k_{s,i}} + c); \gamma = \frac{E_{\mathrm{P}}A}{2l}$$
。

1.3 荷载传递函数

1.3.1 桩侧荷载传递函数 桩侧剪应力 $\tau 与 \Delta s$ 的 关系采用双曲线模型^[16]

$$\tau = \frac{\Delta s}{a + b\Delta s} \tag{15}$$

式中: $a \pi b$ 均为双曲线模型参数,a为桩侧桩土接触面初始剪切刚度 k_s 的倒数;b为桩侧极限剪应力 τ_u 的倒数。结合式(4),有

$$u_{\rm P} = \frac{a\tau}{1 - b\tau} + c\tau \tag{16}$$

式中:up 为桩身位移,采用 Pyke 加卸载准则构建卸载和再加载曲线,规定由骨架曲线构造加卸载滞回曲线时的放大系数取为 m,m 的取值与当前加卸载起始点的状态有关^[17],即

$$m = \left| \pm 1 - \frac{\tau_{\rm m}}{\tau_{\rm u}} \right| \tag{17}$$

式中: *τ*^m 为当前加卸载转折点对应的剪应力; *τ*^u 为 桩侧极限剪应力; 数字 1 前的符号与当前的加卸载 状态有关, 对于加载取"+", 对于卸载取"-"。可得 卸载阶段桩侧剪应力与桩身位移的关系为

$$u_{\rm P} = \Delta s_{\rm m} + \frac{a(\tau - \tau_{\rm m})}{1 + b(\tau - \tau_{\rm m})/m} + c\tau \qquad (18)$$

式中: Δsm 为当前加载转折点对应的剪切位移。再

加载阶段桩侧剪应力与桩身位移的关系为

$$u_{\rm P} = \Delta s_{\rm m} + \frac{a(\tau - \tau_{\rm m})}{1 - b(\tau - \tau_{\rm m})/m} + c\tau \qquad (19)$$

结合式(18)和式(19),有

$$u_{\rm P} - u_{\rm Pm} = \frac{a(\tau - \tau_{\rm m})}{1 - b \left| \tau - \tau_{\rm m} \right| / m} + c(\tau - \tau_{\rm m})$$
(20)

式中:*u*Pm为加卸载转折点对应的桩身位移。滞回曲 线的形状如图1所示。考虑桩侧的加卸载,式(15) 的增量形式为

$$\delta u_{\rm P} = k'_{\rm s} \delta \tau \qquad (21)$$

式中:
$$k'_{s} = \frac{1}{a / \left[1 - \frac{b}{m} | \tau - \tau_{m}|\right]^{2} + c}$$
是任意状态下曲

线的切线刚度。





1.3.2 桩端荷载传递函数 桩端应力 σ_{P,b}与桩端 位移 u_{P,b}的关系用双曲线模型表示为

$$\sigma_{\rm P,b} = \frac{u_{\rm P,b}}{f + g u_{\rm P,b}} \tag{22}$$

式中: $f \pi_g$ 均为双曲线模型参数;f为桩端初始抗 压刚度 k_{b0} 的倒数;g为桩端极限应力 $\sigma_{P,bu}$ 的倒数。 同样采用 Pyke 加卸载准则构建卸载和再加载曲 线,有

$$\sigma_{\rm P,b} - \sigma_{\rm P,bm} = \frac{u_{\rm P,b} - u_{\rm P,bm}}{f + g | u_{\rm P,b} - u_{\rm P,bm} | / m} \quad (23)$$

式中: σ_{P.bm}和 u_{P.bm}为卸载以及再加载转折点对应的 桩端应力和桩端位移。考虑桩端的加卸载,式(16) 的增量形式为

$$\delta u_{\rm P,b} = k_{\rm b} \delta \sigma_{\rm P,b} \tag{24}$$

式中:
$$k_{\rm b} = \frac{f}{\left[f + \frac{g}{m} | u_{\rm P,b} - u_{\rm P,bm}|\right]^2}$$
是任意状态下曲

线的切线刚度。

1.4 能量桩双桩分析方法

现假设两桩的尺寸、性质和所受荷载完全相同,

桩间距为 s, 如图 2 所示。



Fig. 2 Model of two-pile system

1.4.1 桩侧相互作用 邻桩 *j* 的桩侧剪应力会向桩 *i* 传递,在桩 *i* 处引起附加的土体弹性位移如图 3 所 示,则桩 *i* 深度 *z* 处的桩侧土体弹性位移可表示为

$$u_{\mathrm{s}i,z} = u_{\mathrm{s}ii,z} + u_{\mathrm{s}ij,z} \tag{25}$$

式中: $u_{sii,z}$ 为桩*i*自身桩侧剪应力; τ_i 引起的桩侧土 体弹性位移; $u_{sij,z}$ 为桩*j*的桩侧剪应力 τ_j 引起的附 加土体弹性位移。 $u_{sii,z}$ 和 $u_{sij,z}$ 分别为

$$u_{sii,z} = \frac{\tau_i d}{2G_s} \ln\left(\frac{2r_{\rm m}}{d}\right) \tag{26}$$

$$u_{\rm sij,z} = \frac{\tau_j d}{2G_{\rm s}} \ln\left(\frac{r_{\rm m}}{s}\right) \tag{27}$$



图 3 深度 z 处桩身和桩侧土体位移

Fig. 3 Displacement of pile body and pile side soil at depth z

Lee 等^[18]在研究群桩沉降时发现,假设各桩处 于同一深度,桩侧剪应力相同,计算得到的群桩沉降 与实际情况计算得到的结果相差较小。假设桩 *i* 和 桩 *j* 是两根完全一样的桩,且在深度 *z* 处的桩侧剪 应力相同,由式(25)~式(27)可得

$$u_{si,z} = \frac{\tau_i d}{2G_s} \ln\left(\frac{2r_{\rm m}^2}{ds}\right) \tag{28}$$

结合式(15)和式(28),可得桩-桩相互作用下桩 *i*的桩侧剪应力与桩身位移关系为

$$u_{\mathrm{P}i} = \frac{a\tau_i}{1 - b\tau_i} + c'\tau_i \tag{29}$$

式中: $c' = \frac{d}{2G_s} \ln\left(\frac{2r_m^2}{ds}\right)$ 。对式(29)求导可得桩侧剪 应力与桩身位移的增量关系。与式(16)相比,邻桩 *j* 对桩 *i* 桩侧的影响体现在桩侧桩-土相互作用模型 参数 *c* 的变化上,即将 *c* 换成 *c*,可得 $k'_{s,z}$ 以及 β_z ,进 而得出能量桩双桩的整体刚度矩阵。利用能量桩单 桩控制方程组类似方法,即可得到能量桩双桩工作 特性的控制方程组。

1.4.2 桩端相互作用 Randolph 等^[15]基于弹性理 论研究桩端阻力引起附近桩端土体弹性位移时,将 桩端阻力视为集中点荷载,得到距离该点荷载 w 处 的桩端土体弹性位移为

$$u_{\rm sb}(w) = \frac{P_{\rm b}(1-v_{\rm sb})}{2\pi w G_{\rm sb}} = \frac{d^2(1-v_{\rm sb})}{8w G_{\rm sb}} \sigma_{\rm P,b} \quad (30)$$

式中:P_b为桩端阻力;σ_{P,b}为桩端应力。因此,类似 于桩侧,桩*i*的桩端位移也可以表示为由两部分组成,即

$$u_{\mathrm{P}i,\mathrm{b}} = u_{\mathrm{P}ii,\mathrm{b}} + u_{\mathrm{P}ij,\mathrm{b}} \tag{31}$$

式中: $u_{Pi,b}$ 为桩 *i* 总的桩端位移; $u_{Pii,b}$ 为桩 *i* 自身桩 端应力 $\sigma_{Pi,b}$ 引起的非线性位移; $u_{Pij,b}$ 为桩 *j* 的桩端 应力 $\sigma_{Pj,b}$ 引起的附加弹性位移。由式(30)可知,附 加弹性位移 $u_{Pij,b}$ 为

$$u_{\rm Pij,b} = \frac{d^2 (1 - v_{\rm sb})}{8s \, G_{\rm sb}} \sigma_{\rm Pj,b} \tag{32}$$

式中:σ_{Pj,b}为桩 j 的桩端应力。结合式(32),有

$$u_{\rm Pij,b} = \frac{d^2 (1 - v_{\rm sb})}{8sG_{\rm sb}} \sigma_{\rm Pi,b}$$
(33)

结合式(22)、式(31)和式(33),可得桩-桩相互 作用下桩 *i* 的桩端应力与桩端位移的关系为

$$u_{\mathrm{P}i,\mathrm{b}} = \frac{f\sigma_{\mathrm{P}i,\mathrm{b}}}{1 - g\sigma_{\mathrm{P}i,\mathrm{b}}} + h\sigma_{\mathrm{P}i,\mathrm{b}}$$
(34)

式中: $h = \frac{d^2(1-v_{sb})}{8sG_{sb}}$ 。对式(34)求导可得桩端剪应 力与桩端位移的增量关系。与式(22)相比,邻桩 *j* 对桩*i* 桩端的影响体现为在桩*i* 桩端处引起附加弹 性位移。

1.5 能量桩群桩基础沉降特性简化分析方法

1.5.1 群桩分析方法推导 将双桩分析方法拓展 至群桩,Rotta Loria 等^[13]通过弹性有限元计算得到 能量桩双桩的相互作用系数,利用相互作用系数叠 加法得到群桩的桩顶位移。但群桩的位移场是各桩 相互作用的结果,与单独两根桩的相互作用叠加有 所不同,且两者偏差会随着桩数增加而增大。因此, 利用相互作用系数数值叠加计算群桩变形可能会高 估群桩间的相互作用。不仅如此,该方法也不能同 时考虑温度和力学荷载的作用,应用上具有一定的 局限性。故采用直接计算方法,对于 n 根规则布置 的群桩,其中任意一根桩 i 深度 z 处的桩侧土体位 移可由自身桩侧剪应力引起的非线性位移和其余 n-1根桩的桩侧剪应力引起的附加弹性位移两部分 组成,类似于式(25),有

$$u_{\rm si,z} = u_{\rm sii,z} + \sum_{j=1}^{n-1} u_{\rm sij,z}$$
(35)

结合式(26)和式(27),假设 n 根桩任意深度 z 处的桩侧剪应力均相同,有

$$u_{si,z} = \frac{\tau_i d}{2G_s} \left[\ln\left(\frac{2r_{\rm m}}{d}\right) + \sum_{j=1}^{n-1} \ln\left(\frac{r_{\rm m}}{s_{ij}}\right) \right] \quad (36)$$

式中:*s_{ij}*为桩*i*与其余各桩*j*(*j*=1,2,...,*n*-1)的间 距。结合式(15),得到*n*根群桩的桩侧剪应力与桩 身位移关系的表达式与式(29)相同,只是参数*c*'改 写为

$$c' = \ln\left(\frac{2r_{\rm m}}{d}\right) + \sum_{j=1}^{n-1} \ln\left(\frac{r_{\rm m}}{s_{ij}}\right) \tag{37}$$

同理,桩 i 的桩端位移也可以表示为

$$u_{\rm Pi,b} = u_{\rm Pii,b} + \sum_{j=1}^{n-1} u_{\rm Pij,b}$$
(38)

同样可得到 n 根群桩的桩端应力与桩端位移的 关系,表达式与式(34)相同,只是参数 h 改写为

$$h = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{d^2 (1 - v_{\rm sb})}{8s_{ij}G_{\rm sb}}$$
(39)

现以3桩和4桩为例进行分析,桩体布置如图4 所示,各能量桩完全相同且桩体升降温一致,桩间距为S。



对于桩侧,由式(36)可知,3 桩和4 桩桩侧任意 深度 z 处的桩侧土体位移为

$$u_{s,z} = \frac{\tau d}{2G_s} \Big[\ln\Big(\frac{2r_{\rm m}}{d}\Big) + 2\ln\Big(\frac{r_{\rm m}}{s}\Big) \Big] = \frac{\tau d}{2G_s} \ln\Big(\frac{2r_{\rm m}^3}{ds^2}\Big)$$

$$\tag{40}$$

$$u_{s,z} = \frac{\tau d}{2G_{s}} \left[\ln\left(\frac{2r_{m}}{d}\right) + 2\ln\left(\frac{r_{m}}{s}\right) + \ln\left(\frac{r_{m}}{\sqrt{2}s}\right) \right]$$
$$= \frac{\tau d}{2G_{s}} \ln\left(\frac{2r_{m}^{4}}{\sqrt{2}ds^{3}}\right) \tag{41}$$

结合式(15),可得 3 桩和 4 桩桩侧剪应力与桩 身位移的关系,与式(29)相同,但此时模型参数 c'对 于 3 桩和 4 桩分别为

$$c' = \frac{d}{2G_{\rm s}} \ln\left(\frac{2r_{\rm m}^3}{ds^2}\right) \tag{42}$$

$$c' = \frac{d}{2G_{\rm s}} \ln\left(\frac{2r_{\rm m}^4}{\sqrt{2}\,ds^3}\right) \tag{43}$$

对于桩端,根据式(35),同理可得3桩和4桩桩 端应力与桩端位移的关系,与式(34)相同,但此时模 型参数h对于3桩和4桩分别为

$$h = 2 \cdot \frac{d^2 (1 - v_{\rm sb})}{8s \, G_{\rm sb}} = \frac{d^2 (1 - v_{\rm sb})}{4s \, G_{\rm sb}} \qquad (44)$$

$$h = 2 \cdot \frac{d^2 (1 - v_{sb})}{8s G_{sb}} + \frac{d^2 (1 - v_{sb})}{8\sqrt{2} s G_{sb}} = \frac{(2\sqrt{2} + 1)d^2 (1 - v_{sb})}{8\sqrt{2} s G_{sb}}$$
(45)

1.5.2 参数确定

1)桩侧桩-土相互作用模型参数

桩侧桩-土相互作用模型参数包括 a、b 和 c,其 中参数 c基于剪切位移法,可由桩侧土的剪切模量、 泊松比以及桩长、桩径计算得到,a 和 b 可分别按式 (46)和式(47)计算。

$$a = \frac{1}{k_{s0}} = \frac{\Delta s_{\rm r}}{\tau_{\rm u}} \tag{46}$$

$$b = \frac{1}{\tau_{\rm u}} = \frac{R_{\rm sf}}{\tau_{\rm f}} \tag{47}$$

式中:Δsr 为桩侧剪应力与桩土相对位移的双曲线函 数初始切线与渐近线交点对应的桩-土相对位移,陈 仁朋等^[19]称其为表观极限相对位移;R_{sf}为侧阻力破 坏比,一般可取为 0.8~1.0^[18];τ_f 为桩土接触面抗 剪强度。

为了确定 Δs_r ,假设桩土接触面达到抗剪强度 τ_f 时的桩-土相对位移为 Δs_f ,见图 5。



Fig. 5 The position relationship between Δs_r and Δs_f

将 τ_f 和 Δs_f 代入式(15),得 Δs_r 与 Δs_f 的关系为

$$\Delta s_{\rm r} = \left(\frac{1}{R_{\rm sf}} - 1\right) \Delta s_{\rm f} \tag{48}$$

由式(48)可知,只要确定 Δs_f 便可得到 Δs_r 。对 于 Δs_f ,若有试验数据或资料,则可根据试验确定;若 无试验数据,则可根据以往学者们的试验研究近似 取值。Alonso 等^[20]通过重塑淤质黏土与混凝土接 触面的剪切试验发现,当桩-土相对位移为3 mm 时,剪应力达到抗剪强度的95%。Kishida等^[21]通过 砂土与钢板接触面的剪切试验发现,砂土与钢板接触 面达到抗剪强度时的相对剪切位移约为2 mm。石熊 等^[22]对红黏土与混凝土的剪切试验研究得到了类似 的结果。由上述试验可以发现,桩土界面达到抗剪强 度时的桩-土相对位移大致在1~5 mm内。

2)桩端桩-土相互作用模型参数

桩端桩-土相互作用模型参数包括 *f* 和 *g*,可分 别按式(49)和式(50)计算。

$$f = \frac{1}{k_{\rm b0}} = \frac{\pi d(1 - v_{\rm sb})}{8G_{\rm sb}} \tag{49}$$

$$g = \frac{1}{\sigma_{\rm P,bu}} = \frac{R_{\rm bf}}{\sigma_{\rm P,bf}}$$
(50)

式中: G_{sb} 和 v_{sb} 分别为桩端土体的剪切模量和泊松 比, G_{sb} 可按式 $G_{sb} = E_{sb}/2(1+v_{sb})$ 由弹性模量 E_{sb} 换 算得到; R_{bf} 为桩端阻力破坏比; $\sigma_{P,bf}$ 为桩端破坏 应力。

2 算例验证

2.1 算例 1——能量桩单桩

2.1.1 算例概况 Ng 等^[7]通过离心机试验研究了 中密砂土地基中能量桩的热力学特性。试验桩为铝 合金管桩,外径为 22 mm,内径为 16 mm,桩长为 600 mm,桩体入土深度为 490 mm,管桩内设置有加 热杆对桩体进行升温。算例采用费康等^[23]的做法, 在原型尺寸下进行数值计算。原型桩是一桩长为 19.60 m、桩径为 0.88 m、桩身弹性模量为 27.8 GPa、桩 身材料热膨胀系数为 2.22×10⁻⁵ ℃⁻¹的实心桩。 土体的重度为 15.4 kN/m³,弹性模量和泊松比分 别为 11 MPa 和 0.2,黏聚力为 0 kPa,内摩擦角 为 31°。

选取桩体温度升高 15、30 ℃两个试验工况下的 试验结果进行对比分析。其中水平土压力系数为 0.5,桩土接触面摩擦角为 23.3°,计算得到的模型参 数见表 1。

表 1 模型参数 Table 1 Model parameters

			桩	端
a/	b/	c/		g/
$(m^3 \cdot kN^{-1})$	$(m^2 \cdot kN^{-1})$	$(m^3 \cdot MN^{-1})$	$(m^3 \cdot MN^{-1})$	$(m^2 \cdot kN^{-1})$
$6.04 \times 10^{-5}/z$	e 0.27/z	0.43	6.03 $\times 10^{-2}$	1.60×10^{-4}

注:表中的z指各桩身节点的深度,单位:m。

2.1.2 计算结果

1) 桩身轴力分布

图 6 为桩体温度升高 15、30 ℃两种试验工况下 的桩身轴力分布情况。由图 6 可见,该方法得到的 桩身轴力分布与试验规律一致,不同温度增量下的 桩身轴力均体现了桩体两端小而中下部大的特点。 桩身轴力随着温度的升高而增大,且不同深度处的 桩身轴力增大的幅度不同。桩体中下部的轴力比两 端增大得多,桩顶附近的轴力最小,而桩端处由于桩 体受热膨胀向下压缩,桩端应力也有不小的发展。



Fig. 6 Axial force distribution of pile

2)温度位移零点深度变化

费康等^[23]基于该算例研究了升温和降温两种 工况下桩顶荷载水平对温度位移零点深度的影响。 图 7 为本文计算结果与费康等^[23]计算结果的对比, 两者均对温度升高和降低 30 ℃两种情况进行了分 析,图中的桩顶极限荷载 *P*_u按桩顶位移为 0.1 倍桩 径的标准取为 2 480 kN。



Fig. 7 The change of the zero point depth of temperature displacement

由图 7 可见,荷载-升温耦合作用下,温度位移 零点深度随着桩顶荷载水平的增大而减小。这是由 于在桩顶荷载作用下,桩侧剪应力逐步向下发展,桩 顶荷载越大,桩侧下段的剪应力发挥程度越高,剪切 刚度就越低。桩体升温时,桩侧下段向下膨胀,处于 初始加载阶段,土体对桩体的约束作用较小;桩侧上 段向上膨胀,处于卸载阶段,土体对桩体的约束作用 较大,故温度位移零点向上移动。所以,有桩顶荷载 作用时的温度位移零点深度比无桩顶荷载作用时的 浅,且桩顶荷载越大,桩侧上下段土体的约束作用相 差越大,温度位移零点深度越浅。荷载-降温耦合作 用下,温度位移零点深度随着桩顶荷载水平的增大 而增大。原因在于桩体降温时桩侧上下段加卸载情 况与升温时的相反,桩侧下段处于卸载阶段,土体约 束作用较大,上段处于初始加载阶段,土体约束作用 较小,荷载越大,桩侧上下段土体的约束作用相差越 大,所以,温度位移零点深度随着桩顶荷载水平的增 大而加深。值得一提的是,在桩顶无荷载情况下,笔 者与费康等[23] 计算的降温时的温度位移零点深度 均比升温时的浅,这是由于降温时桩端土体不提供 约束作用。

2.2 算例 2——能量桩群桩

Rotta Loria 等^[13] 利用 2. 2. 1 算例概况 COMSOL 有限元软件通过数值模拟对能量桩群桩 工作特性进行分析。由于考虑到桩体升温导致桩顶 上抬,Rotta Loria 等^[13]定义的相互作用系数 Ω 为邻 桩引起的桩顶附加位移与单桩桩顶位移之比;位移 比R_d为群桩位移与相同荷载下的单桩位移之比。 各能量桩完全相同,桩径为1m,桩长为10m(25、 50 m),桩身的弹性模量为 30 GPa,桩体泊松比为 0.25, 密度为2450 kg/m³, 桩身材料的热膨胀系数 为1×10⁻⁵ ℃⁻¹。桩周土体为均质砂土,土体的剪 切模量为 30 MPa(3、300 MPa), 土体泊松比为0.3, 密度为1 537 kg/m³,热膨胀系数为1×10⁻⁵ ℃⁻¹。 静止土压力系数为 0.43,桩体和桩周土体的初始温 度为15℃,对桩体升温10℃。上述括号内的桩长 和土体剪切模量是为了研究不同的长径比(L/d= 10、25、50)和桩土相对刚度 $K(E_P/G_S=100, 1000)$ 10 000)的影响而取值。

根据文献[13],桩侧任意深度处的极限剪应力均 取为 0.5 倍桩长处的极限剪应力值,桩端极限应力取 为桩端处土体的自重应力,各模型参数见表 2 和表 3。 算例利用该方法对不同长径比、距径比和桩土相对刚 度下的相互作用系数以及 *L*/*d*=25、*E*_P/*G*s=1 000 情 况下 3 桩和 4 桩的位移比进行计算,并与 Rotta Loria 等^[13]的有限元计算结果进行对比分析。

 Table 2
 Model parameters 1

 $a/(m^3 \cdot kN^{-1})$ $b/(m^2 \cdot kN^{-1})$ $c(c')/(m^3 \cdot MN^{-1})$

 1
 $46 \times 10^{-4}/L$ 0
 66/L 0
 $5\ln(3-5L)/Gs$

表2 模型参数1

单桩	$1.46 \times 10^{-4}/L$	0.66/ L	$0.5 \ln(3.5L)/Gs$
双桩	1.46 $\times 10^{-4}/L$	0.66/L	0.5ln(6.125 L^2/s)/Gs
3桩	1.46 $\times 10^{-4}/L$	0.66/L	0.5ln(10.72 L^3/s^2) /Gs
4 桩	1.46 $\times 10^{-4}/L$	0.66/L	0.5ln(18.76 L^4/s^3) /Gs

表 3 模型参数 2

Table 3Model parameters 2

类别	$f/(\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{MN}^{-1})$	$g/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kN}^{-1})$	$h/(\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{MN}^{-1})$
单桩	0. 27/Gs	6.64 $\times 10^{-2}/L$	
双桩	0.27/Gs	6.64 $\times 10^{-2}/L$	8.75 \times 10 ⁻² /(s • Gs)
3 桩	0.27/Gs	6.64 $\times 10^{-2}/L$	1.75×10 ⁻¹ /($s \cdot Gs$)
4 桩	0.27/Gs	6.64 $\times 10^{-2}/L$	2. 37×10 ⁻¹ /($s \cdot Gs$)

注:表中的 L、s 和 Gs 由具体的长径比、距径比和桩土相对刚度取值, 单位分别为 m、m 和 MPa。

2.2.2 计算结果

1)相互作用系数

图 8 为桩-桩相互作用系数随桩体长径比和距径比的变化规律。由图 8 可见,该方法计算得到的相互作用系数与 Rotta Loria 等^[13]的数值模拟结果规律一致。相互作用系数随着长径比的增大而增大,随着距径比和桩-土相对刚度的增大而减小。因此,当桩体尺寸越细长或桩间距越小时,两桩之间的相互作用效果越明显,即双桩的变形较相同条件下单桩的变形提高越大,L/d=50、s/d=3、K=1 000时,双桩的桩顶位移是单桩桩顶位移的近 1.2 倍。从图 8 还可以发现,当桩间距较小时,该方法计算得到的相互作用系数较 Rotta Loria 等^[13]的数值模拟结果偏小。原因主要在于 Rotta Loria 等^[13]数值模拟时将桩周土体设置为理想的弹性体,没有考虑桩-土界面上的非线性力学特性,这可能会高估两桩之间的相互作用。



Fig. 8 Comparative analysis of interaction coefficients

2)位移比

Rotta Loria 等^[13]利用弹性有限元计算得到能量桩双桩的相互作用系数,在此基础上利用弹性叠加原理计算群桩位移比。为了验证该方法的可靠性,Rotta Loria 等^[13]直接对 *L*/*d*=25、*K*=1 000 这一情况下的 3 桩和 4 桩进行数值模拟。

图 9 为该方法计算得到的相同条件下 3 桩和 4 桩的位移比与 Rotta Loria 等^[13]的数值模拟结果的 对比。由图 9 可见,该方法计算得到的位移比相对 Rotta Loria 等^[13]的数值模拟结果偏小,原因与前面 相同。不仅如此,随着桩数的增加,计算结果与 Rotta Loria 等^[13]的数值模拟结果偏差也有所增大, 这是因为桩数越多,受到的邻桩相互作用就越大,计 算结果偏差也就相应有所增大。



Fig. 9 Comparative analysis of pile group displacement ratio

图 10 为利用该方法直接对 3 桩和 4 桩进行计 算的结果与对相互作用系数进行数值叠加得到的结 果的对比。由图 10 可见,利用该方法直接对 3 桩和 4 桩进行计算的结果较相互作用系数数值叠加的结 果偏小。因为 3 桩和 4 桩的桩顶位移是所有桩体共 同作用的结果,3 桩和 4 桩中任意两桩之间的相互 作用与单独两桩之间的相互作用不同,会受到其余 邻桩的影响,导致其相互作用比单独两根桩之间的 相互作用小。因此,利用相互作用系数数值叠加计



图 10 研究支持的异力运行比力的

Fig. 10 Comparative analysis of pile group displacement ratio

迷别

3 能量桩群桩沉降特性分析

利用该方法对能量桩群桩基础沉降特性进行分析,研究双桩、3 桩和 4 桩在力学荷载、温度荷载和 热力耦合作用下的桩顶位移响应。现选取 Rotta Loria 等^[13]数值模拟算例中的 L/d=25、K=1 000 这一情况作为计算对象,为了更加直观地分析群桩 的沉降特性,采用前面所提的位移比 R_d 来评价群桩 的桩顶位移情况。

为了确定桩顶荷载水平,利用单桩分析方法计 算单桩荷载沉降曲线,如图 11 所示。根据单桩荷载 沉降曲线,取桩顶极限荷载 P_u 为 3 000 kN,桩顶荷 载水平分别取为 50% P_u 、75% P_u 和 100% P_u ,即 1 500、2 250、3 000 kN。



Fig. 11 Single pile load-settlement curve

根据能量桩实际应用中的桩身温度变化范围, 将桩身温度增量取为±10、±15、±20 ℃。根据实 际工程中桩体间距的一般取值范围,将距径比取为 3、4、5、6。

3.1 力学荷载作用

图 12 为力学荷载作用下桩顶荷载水平对双桩、 3 桩和 4 桩的桩顶位移影响情况的对比。由图 12 可见,不管是双桩、3 桩还是 4 桩,位移比均随着桩 顶荷载水平的增大而减小。不仅如此,随着桩数的 增加,位移比随桩顶荷载水平增大而减小的幅度逐 渐增大,这是由于桩数越大,桩体受到邻桩的相互作 用越大,所以位移比对桩顶荷载水平的敏感程度越 高。从图 12 还可以发现,随着桩顶荷载水平的增 大,位移比随桩数增加而增大的幅度逐渐减小,这是 因为桩顶荷载水平越大,桩体下沉量越大,桩侧剪切 变形和桩端受压变形越大,即桩侧剪应力和桩端应 力的发挥程度越高,双桩、3 桩和 4 桩的沉降量差距 减小,且逐渐靠近对应桩顶荷载水平下的单桩沉 降量。



图 12 力学荷载作用下群桩位移比分析 Fig. 12 Displacement ratio analysis of pile group under mechanical load

3.2 温度荷载作用

图 13 为温度荷载作用下温度增量对双桩、3 桩 和 4 桩的桩顶位移影响情况的对比。由图 13 可见, 温度荷载作用下的单桩和群桩桩顶位移方向一致, 升温统一上抬,降温统一下沉,位移比始终为正数且 随着桩身温度增量的增大而减小。不仅如此,随着 桩数的增加,位移比随桩身温度增量增大而减小的 幅度逐渐增大,原因与力学荷载作用下的类似,升温 时相对更明显。当温度增量相同时,位移比随着桩 数的增加而增大。不同的是,随着温度增量的增大, 位移比随桩数增加而增大的幅度变化不明显,这可 能是因为在该温度增量范围内桩体变形程度没有桩 顶荷载作用下的大,桩侧剪应力和桩端应力的发挥



Fig. 13 Displacement ratio analysis of pile group under temperature load

程度不大,所以导致随着温度增量的增大,位移比随 桩数增加而增大的幅度变化不太明显。对比升温和 降温作用下的位移比可以发现,桩体升温时的位移 比明显比降温时的大,且桩数越多越明显。这可能 是因为升温时桩身下部向下膨胀,桩端应力发挥,对 桩体变形起到约束作用,而降温时桩体下部收缩,桩 端土不产生约束作用,从而导致升、降温时的位移比 有明显偏差。

3.3 热力耦合作用

3.3.1 荷载-升温耦合作用 图 14 为荷载-升温耦 合作用下温度增量和桩顶荷载水平对双桩、3 桩和 4 桩的桩顶位移影响情况的对比分析。由图 14 可见, 桩顶荷载为 50%P_u、温度增量为+20℃时的位移比 为负数,这是因为当桩顶荷载水平较小时,荷载-升 温耦合作用下可能会出现单桩桩顶上抬而群桩桩顶 下沉的情况。之所以单桩和群桩的桩顶位移方向相 反,是因为桩顶荷载引起的相互作用比温度变化引



Fig. 14 Analysis of pile group displacement ratio under load-heating coupling

起的相互作用更大,即邻桩的桩顶荷载引起的桩顶 附加沉降大于温度升高引起的桩顶附加位移,所以, 引入桩-桩相互作用后的群桩桩顶下沉。Rotta Loria 等^[13]也指出桩顶荷载作用下邻桩的影响比温 度变化时邻桩的影响更明显。当桩顶荷载水平较大 时,荷载-升温耦合作用下的单桩和群桩桩顶均下 沉,位移比为正数。与图 12 比较可以发现,位移比 随着温度增量的增大而增大,且桩数越多越明显。 但是,桩顶荷载水平越大,桩体升温导致位移比增大 的程度越小,这是因为桩顶荷载对位移比的影响逐 渐占据主导地位。

3.3.2 荷载-降温耦合作用 图 15 为荷载-降温耦 合作用下温度增量和桩顶荷载水平对双桩、3 桩和 4 桩的桩顶位移影响情况的对比。与荷载-升温耦合作 用不同的是,荷载-降温耦合作用下的单桩和群桩桩 顶均始终下沉,位移比不会出现负数的情况。由图 15 可见,与桩体升温时相反,桩体降温时的位移比





load-cooling coupling

随着温度增量的增大而减小,且桩数越多越明显。 但与升温时类似的是,桩顶荷载水平越大,桩体降温 导致位移比减小的程度越小,原因与桩体升温时 相同。

比较力学荷载作用、荷载-升温耦合作用和荷 载-降温耦合作用下的位移比可以发现,桩体升温引 起的位移比增大量普遍大于桩体降温引起的位移比 减小量。荷载-升温耦合作用下的位移比可能为负 数,这与具体的桩顶荷载水平和温度增量有关。

4 结论

1)基于荷载传递法,考虑桩-桩相互作用,建立 了能量桩双桩基础的沉降特性分析方法,并推广到 能量桩群桩。结合算例,通过与文献中实验数据的 对比分析,验证所提方法的合理性和可靠性。继而 对能量桩群桩基础在力学荷载、温度荷载以及热力 耦合作用下的沉降特性进行分析。该方法能模拟能 量桩群桩基础沉降特性,且计算简便,可用于能量桩 群桩的应用。

2)力学荷载作用下,群桩位移比随着桩顶荷载 水平的增大而减小,当 s/d=3、双桩桩顶荷载由 50%的极限承载增大至 100%时,位移比约由 1.38 减小至 1.23,且桩数越多,减小越明显。位移比随 着桩数的增加而增大,且桩顶荷载水平越小,增大越 明显。

3)温度荷载作用下,单桩和群桩桩顶位移方向 一致,升温统一上抬,降温统一下沉,位移比随着桩 身温度增量的增大而减小。当桩体升温、s/d=3、双 桩桩身温度增量分别为 10、20 ℃时,位移比分别约 为 1.072 和 1.065,且桩数越多,减小越明显。相较 于降温,桩体升高相同温度时的位移比较大。

4)荷载-升温耦合作用下,单桩和群桩的桩顶位 移情况与具体的桩顶荷载水平和温度增量有关。在 桩顶荷载较小时升温,可能会出现单桩桩顶上抬而 群桩桩顶下沉的情况。荷载-降温耦合作用下的单 桩和群桩桩顶始终下沉。与力学荷载作用下相比, 桩体升温导致位移比增大,降温导致位移比减小。

参考文献:

 [1] WU D, LIU H L, KONG G Q, et al. Interactions of an energy pile with several traditional piles in a row
 [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, 146(4): 06020002.

- [2] REN L W, XU J, KONG G Q, et al. Field tests on thermal response characteristics of micro-steel-pipe pile under multiple temperature cycles [J]. Renewable Energy, 2020, 147: 1098-1106.
- [3] MIMOUNI T, LALOUI L. Behaviour of a group of energy piles [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, 52(12): 1913-1929.
- [4]黄旭,孔纲强,刘汉龙,等.夏季制冷循环下 PCC 能量 桩负摩阻力特性研究[J].防灾减灾工程学报,2017, 37(4):511-517.
 HUANG X, KONG G Q, LIU H L, et al. Negative skin friction behavior of PCC energy pile under heating cycle [J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2017, 37(4):511-517. (in Chinese)
- [5]张阳,尹铁锋,范高飞,等.考虑热交换作用的桩基承载力特性研究[J].水利与建筑工程学报,2017,15
 (3):203-208.
 ZHANG Y, YIN T F, FAN G F, et al. Study on bearing capacity of pile foundation considering the heat

exchange effect [J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2017, 15(3): 203-208. (in Chinese)

- [6] 王成龙. 砂土中能量桩单桩竖向荷载传递机理与承载 特性研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2018.
 WANG C L. Vertical load transfer mechanism and bearing characteristics of single energy pile in sand [D]. Chongqing: Chongqing University, 2018. (in Chinese)
- [7] NG C W W, SHI C, GUNAWAN A, et al. Centrifuge modelling of heating effects on energy pile performance in saturated sand [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2015, 52(8): 1045-1057.
- [8]路宏伟,蒋刚,王昊,等.摩擦型能源桩荷载-温度现场联合测试与承载性状分析[J].岩土工程学报,2017,39(2):334-342.
 LUHW, JIANGG, WANGH, et al. In-situ tests and thermo-mechanical bearing characteristics of friction geothermal energy piles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(2): 334-342. (in Chinese)
- [9] PENG H F, KONG G Q, LIU H L, et al. Thermomechanical behaviour of floating energy pile groups in sand [J]. Journal of Zhejiang University-Science A, 2018, 19(8): 638-649.
- [10] 费康, 钱健, 洪伟, 等. 黏土地基中能量桩力学特性数 值分析[J]. 岩土力学, 2018, 39(7): 2651-2661.

FEI K, QIAN J, HONG W, et al. Numerical analysis of mechanical behavior of energy piles in clay [J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(7): 2651-2661. (in Chinese)

- [11] 蒋刚,李仁飞,王昊,等. 摩擦型能源桩热-力耦合全 过程承载性能分析[J]. 岩石力学与工程学报,2019, 38(12): 2525-2534.
 JIANG G, LI R F, WANG H, et al. Numerical analysis of the bearing capacity of floating energy piles during the full process of thermal-mechanical coupling
- Engineering, 2019, 38(12): 2525-2534. (in Chinese) [12] DUPRAY F, LALOUI L, KAZANGBA A. Numerical analysis of seasonal heat storage in an energy pile foundation [J]. Computers and Geotechnics, 2014, 55: 67-77.

[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and

- [13] ROTTA LORIA A F, LALOUI L. The interaction factor method for energy pile groups [J]. Computers and Geotechnics, 2016, 80: 121-137.
- [14] KEZDI A. The bearing capacity of pile and pile groups [C]//Proceeding of 4th ICSMFE, London, 1957.
- [15] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analysis of deformation of vertically loaded piles [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1978, 104: 14262.
- [16] WONG K S, TEH C I. Negative skin friction on piles in layered soil deposits [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 121(6): 457-465.
- [17] 刘方成,杨峻,吴孟桃.考虑阻尼修正的 Pyke 滞回模型研究[J]. 岩土工程学报,2019,41(1):86-94.
 LIU F C, YANG J, WU M T. Modified Pyke's hysteretic model considering damping ratio [J].
 Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019,41 (1):86-94. (in Chinese)
- [18] LEE K M, XIAO Z R. A simplified nonlinear approach

for pile group settlement analysis in multilayered soils [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2001, 38(5): 1063-1080.

- [19] 陈仁朋,周万欢,曹卫平,等.改进的桩土界面荷载传 递双曲线模型及其在单桩负摩阻力时间效应研究中的 应用[J].岩土工程学报,2007,29(6):824-830.
 CHEN R P, ZHOU W H, CAO W P, et al. Improved hyperbolic model of load-transfer for pile-soil interface and its application in study of negative friction of single piles considering time effect [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(6): 824-830. (in Chinese)
- [20] ALONSO E E, JOSA A, LEDESMA A. Negative skin friction on piles: A simplified analysis and prediction procedure [J]. Géotechnique, 1984, 34(3): 341-357.
- [21] KISHIDA H, UESUGI M. Tests of the interface between sand and steel in the simple shear apparatus[J]. Géotechnique, 1987, 37(1): 45-52.
- [22] 石熊,张家生,刘蓓,等. 红黏土与混凝土接触面剪切 特性试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015,46(5):1826-1831.

SHI X, ZHANG J S, LIU B, et al. Experimental research on shearing properties of interface between red clay and concrete [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2015, 46(5): 1826-1831. (in Chinese)

[23] 费康,戴迪,洪伟. 能量桩单桩工作特性简化分析方法
[J]. 岩土力学, 2019, 40(1): 70-80, 90.
FEI K, DAI D, HONG W. A simplified method for working performance analysis of single energy piles
[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(1): 70-80, 90. (in Chinese)

(编辑 黄廷)