

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2020.164



开放科学(资源服务)标识码(OSID):



预应力部分外包钢组合梁变形性能试验研究

张鹏, 赵晓冬, 邓宇

(广西科技大学 土木建筑工程学院, 广西 柳州 545006)

摘要:为探究预应力部分外包钢组合梁在竖向加载下的变形性能,对12片预应力部分外包钢组合梁进行竖向两点加载试验,探究其裂缝开展、挠度与延性性能等变形性能。采用分型维度理论对各试件裂缝开展情况进行分析;利用Euler梁理论与Timoshenko梁理论分别推导梁的挠曲线方程,进而推出梁的跨中挠度计算值;计算预应力部分外包钢组合梁位移延性系数、截面曲率延性系数与能量延性系数,并采用灰度关联分析法进行3种延性系数的影响因素分析。结果表明,施加一定程度预压应力的部分外包钢组合梁在破坏时裂缝开展最充分;基于Timoshenko梁理论的挠曲线方程与跨中挠度计算值最接近真实值;截面面积是试件位移延性系数与曲率延性系数最重要的影响因素,而型钢锚固形式则为能量延性系数最重要的影响因素。

关键词:组合梁;分型维度;挠曲线方程;延性系数;灰度关联法

中图分类号:TU378.1 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2022)01-0105-12

Experimental study on deformation performance of prestressed partially steel-encased concrete composite beams

ZHANG Peng, ZHAO Xiaodong, DENG Yu

(College of Civil and Architectural Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, Guangxi, P. R. China)

Abstract: In order to explore the deformation performance of the prestressed partially clad steel composite beams under vertical loading, a vertical two-point loading test is carried out on 12 prestressed partially clad steel composite beams to explore the deformation performance such as crack development, deflection and ductility. In this paper, the fractal dimension theory is used to analyze the crack development of each specimen. Based on the Euler beam theory and Timoshenko beam theory, the flexural equations of beams are derived respectively, and then the mid-span deflection of beams is calculated. The displacement ductility coefficient, section curvature ductility coefficient and energy ductility coefficient of prestressed partially

收稿日期:2020-07-10

基金项目:国家自然科学基金(51768008);中国博士后科学基金(2017M613273XB);柳州市科学研究与技术开发计划(2017BC40202);广西科技大学创新团队支持计划(GKYC201908)

作者简介:张鹏(1967-),男,博士,教授,主要从事钢筋混凝土结构研究,E-mail:gxutzp@126.com.

Received:2020-07-10

Foundation items:National Natural Science Foundation of China (No. 51768008); China Postdoctoral Science Foundation Project (No. 2017M613273XB); Liuzhou Scientific Research and Technology Development Plan (No. 2017B C40202); Innovation Team Support Program of Guangxi University of Science and Technology (No. GKYC201908)

Author brief:ZHANG Peng (1967-), PhD, professor, main research interest: reinforced concrete structure, E-mail: gxutzp@126.com.

clad steel composite beams are calculated. Influence factors of three ductility factors are analyzed by gray correlation analysis. The results show that the cracks develop most fully when the partially clad steel composite beams with a certain degree of pre-compressive stress are applied. The deflection equation based on the theory of Timoshenko beam and the calculation value of mid-span deflection are closest to the real value. The section area is the most important factor affecting the ductility coefficient of displacement and the ductility coefficient of curvature, and the anchoring form of section steel is the most important factor affecting the ductility coefficient of energy.

Keywords: composite beam; fractal dimension; deflection curve equation; ductility coefficient; grey correlation analysis method

随着城市化与工业现代化建设的快速发展,城市人口大量增加,这给城市建筑物的空间需求带来巨大挑战^[1]。因此,迫切需要具有自重轻、跨度大、截面尺寸小和节约材料等特性的新结构形式出现。预应力部分外包钢组合梁是一种将混凝土浇筑在 H 型钢腹板两侧,将 H 型钢上、下翼缘裸露在外并配置预应力筋的新型组合梁结构^[2-4]。预应力部分外包钢组合梁的外包型钢可以对内部的混凝土起到包裹、约束作用,提高了构件的整体刚度并有效避免了钢构件的平面扭转屈曲性能,同时,结构的耐火性、耐久性与延性性能也充分提高^[5-6]。此外,预应力技术的加入还可以较好地抑制混凝土的开裂^[7],因而在大跨度高层建筑及桥梁结构中有着广阔的应用前景。

学者们对部分外包钢组合梁的受力性能进行了大量试验,以探究其受力规律。Anwar Hossain 等^[8-9]对型钢腹板内填充混凝土的组合梁进行了大量试验研究,总结出混凝土与钢板截面黏结-滑移力学模型;Nakamura^[10]对 U 型外包钢组合梁进行了承载力性能试验,分析其受弯承载力影响因素;李国强等^[11]对型钢腹板嵌入式组合梁展开了抗弯性能试验研究;张道明^[12]对预应力部分外包钢组合梁进行了抗弯性能分析;李业骏等^[13]、丁保安等^[14]对不同外包钢混凝土组合梁的延性性能展开了深入研究;杜德润等^[15-16]对部分外包钢组合简支梁进行了抗剪性能分析与型钢抗滑移分析,此外,还对部分外包钢组合连续梁进行了内力分布分析。但学者们对预应力部分外包钢组合梁结构的变形性能尚未有针对性试验,在中国,还没有相关规范或规程对该结构的设计作具体规定。因此,笔者对 12 片预应力部分外包钢组合梁结构进行竖向两点加载试验,从裂缝开展、挠度与延性性能 3 个方面对该结构展开变形性能研究。采用分型维度理论^[17]对各梁试件进行裂缝开展分析;利用 Euler 梁理论与 Timoshenko 梁理论推导梁的挠曲线方程与跨中挠度计算值;利用

灰度关联分析法对预应力部分外包钢组合梁位移延性系数、截面曲率延性系数与能量延性系数展开影响因素分析。

1 试验概况

1.1 试件设计与制作

共设计制作 12 片预应力部分外包钢组合梁试件,各试件的基本参数如表 1 所示。

表 1 各试件参数表

Table 1 Parameters of each specimen

试件号	截面尺寸	预应力张拉水平/%	型钢锚固方式
SPECL1	194 mm×150 mm	0	I
SPECL1-3P	194 mm×150 mm	30	I
SPECL1-4P	194 mm×150 mm	40	I
SPECL1-5P	194 mm×150 mm	50	I
SPECL2	200 mm×200 mm	0	I
SPECL2-4P	200 mm×200 mm	40	I
SPECL2-5P	200 mm×200 mm	50	I
SPECL2-6P	200 mm×200 mm	60	I
PECB2	194 mm×150 mm	0	II
PECB2-2	194 mm×150 mm	30	II
PECB2-3	194 mm×150 mm	50	II
PECB2-4	194 mm×150 mm	60	II

注:SPEC 与 PEC 表示预应力部分外包钢混凝土试件;L 表示栓钉焊接与型钢腹板;B 表示栓钉焊接与型钢翼缘;P 表示预应力张拉水平。

表 1 中 I 类型钢锚固方式为在型钢腹板焊接栓钉的锚固方式,II 类型钢锚固方式为在型钢翼缘焊接栓钉的锚固方式。栓钉尺寸及具体形式见图 1,栓钉布置间距为 200 mm。此外,所有试验梁的上、下翼缘之间按一定间距焊接 HRB400 级钢筋,既起到箍筋的作用,又可作为梁的抗剪连接件。

在型钢骨架完全加工好后,将钢绞线穿入需要施加预应力的试件骨架并进行预应力张拉,张拉过程中采用一端固定、一端张拉的方式。待钢绞线预

应力损失基本稳定后浇筑自密实混凝土。混凝土养护完毕后将试件侧面用打磨机打磨平整。

预应力部分外包钢组合梁各试件尺寸如图 1 所示。

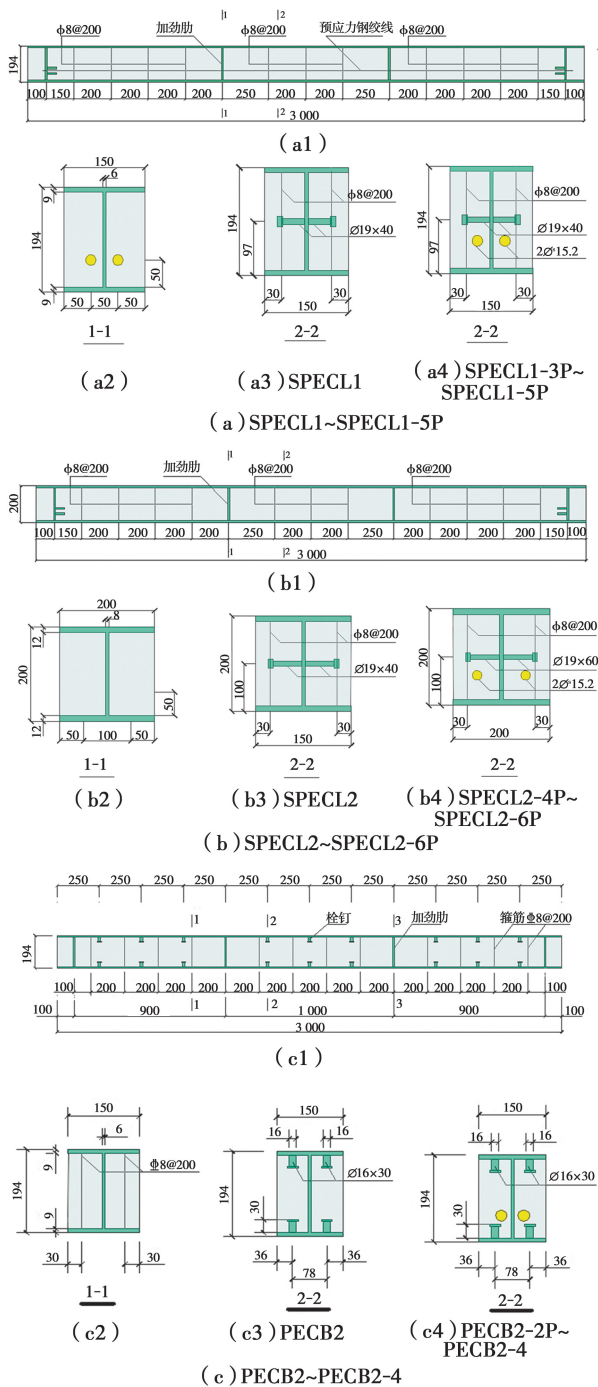


图 1 各试件尺寸示意

Fig. 1 The size of each specimen

1.2 材料性能

在试验开始前,需要对主要试验材料进行材性试验,按《混凝土结构试验方法标准》^[18]中的规定对钢筋、型钢与预应力钢绞线以及混凝土试块进行材性试验,钢筋、型钢与预应力钢绞线力学性能指标如

表 2 所示,混凝土力学性能指标如表 3 所示。

表 2 钢材力学性能指标

Table 2 Mechanical properties of steel

材料	厚度、直径/mm	屈服强度/MPa	极限强度/MPa	弹性模量/ 10^5 MPa
Q235B 型钢	6	305	425	2.05
	8	341	457	2.05
	9	347	469	2.05
	12	354	481	2.05
横筋	$\phi 8$	424	610	2.05
1860 级低松弛钢绞线	$\phi^s 15.2$	1 637	1 926	2.10

注:钢绞线屈服强度取值为 0.85 倍的极限抗拉强度。

表 3 混凝土力学性能指标

Table 3 Mechanical properties of concrete

混凝土型号	抗压强度/MPa	抗拉强度/MPa	弹性模量/ 10^4 MPa
C30	31.45	3.06	3.29

1.3 测点布置

试件的竖向位移、横筋、跨中型钢腹板与上下翼缘板以及混凝土的应变情况为试验测量主要内容。试件位移计与应变片布置见图 2,沿截面高度方向粘贴的应变片均为等间距粘贴。

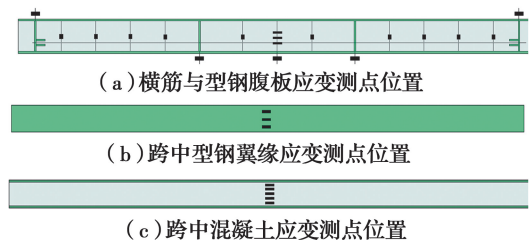


图 2 试件位移计与应变片布置示意

Fig. 2 Layout of displacement meters and strain gauges

1.4 加载方案

试验在广西科技大学结构试验室进行,使用量程为 1 000 kN 的液压千斤顶装置进行加载,通过电动油泵进行控制。试验所用力传感器放置在液压千斤顶与分配钢梁之间。试验荷载利用长度为 1.7 m 的分配钢梁进行二等分,再通过柱铰传递给试验梁,试验加载装置示意图 3。

在试验前,需对试验梁进行预加载,在检查各个试验仪器工作情况以及试验梁的稳定性良好后进行正式加载。在试验梁开裂之前,按每级所加荷载为 5% 的计算极限荷载进行匀速加载,每级持荷 10 min。在试验梁开裂后,每级所加荷载为计算极

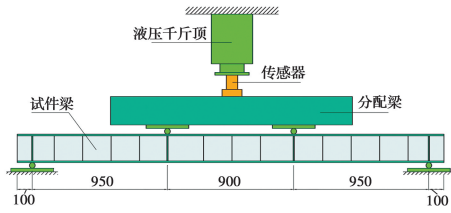


图 3 试验加载装置示意

Fig. 3 Schematic diagram of test loading device

限荷载的 10%，每级持荷 10 min。当荷载值达到试验梁计算极限荷载的 80% 时，每级加载速度放缓至计算极限荷载的 5%，直至荷载不再增加，并降为极限荷载的 85% 时，试验梁破坏，开始缓慢卸载。试验过程中产生的所有数据均通过 JM3813 多功能静态应变采集仪自动收集。

2 裂缝开展分析

2.1 裂缝开展情况

所有试验试件最终破坏形态如图 4 所示。由图 4 可知，所有试件破坏模式均为弯曲破坏，且破坏过程亦大致相同。在加载初期至试件屈服荷载前，试件竖向变形并不明显，试件达到屈服荷载后，在加劲肋处裂缝开展较快，试件产生肉眼可见的竖向变形，随着荷载的继续施加，裂缝也持续向上开展，过程中伴随着混凝土掉渣现象。当试件接近极限荷载时，试件跨中上部受压区混凝土已被严重压碎，型钢翼缘板变形起皮，从混凝土部分剥离，直至试件破坏。在整个加载过程中，所有试件均未发生面外失稳现象。此外，预应力部分外包钢组合梁 SPECL1-3P、SPECL1-4P、SPECL1-5P、SPECL2-4P、SPECL2-5P、SPECL2-6P、PECB2-2、PECB2-3 与 PECB2-4 相较于各自的对照组 SPECL1、SPECL2 与 PECB2 其开裂荷载均有明显提高，且施加预应力后裂缝分布较为均匀，可见，预应力筋的设置对裂缝开展起到了很好的抑制作用。对比 SPECL1、SPECL1-3P、SPECL1-4P 与 SPECL1-5P 可知，当预加压力较大时，试件加劲肋板附近混凝土易产生相对较大的长裂缝。其原因可能是加劲肋板与其附近混凝土之间并未设置抗剪装置，导致二者间的结合处抗剪能力薄弱，当预加压力较大时，该位置在破坏时会呈现出类似脆性破坏状态，裂缝发展较其他位置更为明显。所有试件在破坏之前征兆明显，总体上具有较好的塑性性能，并且在较大的荷载作用下稳定性良好。

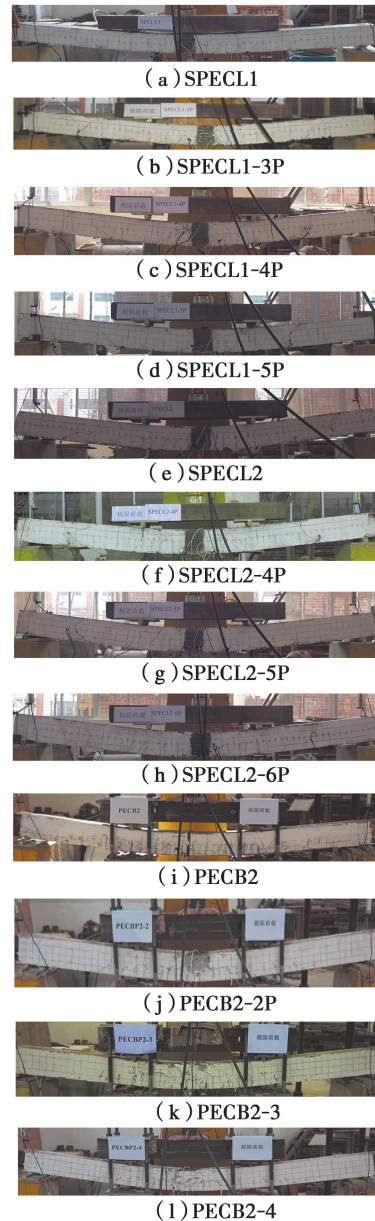


图 4 各试件最终破坏形态

Fig. 4 Final failure modes of each specimen

2.2 分形维数评价

通过引入分形维数来评价试件破坏时的裂缝开展情况。分形维数是评价几何图形分形特征的重要参数，表示几何图形局部与整体的相似程度^[19]。分形维数的确定方法主要有标尺法 (Ruler method)，盒计数法 (Box method) 及分岛法 (Slit island)^[20-21]。为定量评估构件表面裂纹的分形特征，采用计盒法计算裂缝的分形维数。计盒法的操作过程为：取边长为 r 的方盒覆盖全梁，统计内部含有裂缝的方盒数量记为 $N(r)$ ，缩短方盒边长并重复以上过程，最终获得一系列的 $(r, N(r))$ 数据。拟合 $\ln r - \ln N(r)$ 曲线，如果得到的曲线为线性相关的直线，则证明裂

缝具有分形特征,裂纹的分形维数为

$$D_f = \ln N(r) / \ln r \quad (1)$$

使用计盒法求解结构的分形维度需要预先确定方盒的尺寸范围,尺寸的上限为裂纹间距,下限为骨料最大粒径^[22]。试验混凝土中骨料的粒径为 5~30 mm,上限取裂纹平均间距,90 mm^[23]。因此,方盒尺寸分别为 30、40、50、60、70、80、90 mm。破坏状态下所有试件 $\ln r - \ln N(r)$ 关系曲线如图 5 所示。

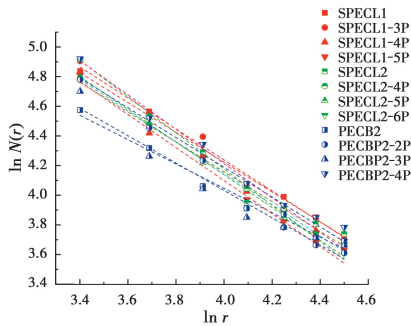


图 5 各试件 $\ln r - \ln N(r)$ 关系曲线

Fig. 5 The relation curve of each specimen $\ln r - \ln N(r)$

由图 5 可知,在破坏状态下,各试件表面裂缝在给定的网格尺寸范围 $\ln r - \ln N(r)$ 内存在较好的线性关系,说明在一定标度范围内预应力部分外包钢组合梁的表面裂缝分布满足统计意义上的分形特征,所有构件表面裂缝的分形维数如表 4 所示。

表 4 各试件分形维数

Table 4 Fractal dimension of each specimen

试件号	截面尺寸	预应力张拉水平/%	分形维数 D_f
SPECL1	194 mm×150 mm	0	1.005
SPECL1-3P	194 mm×150 mm	30	1.106
SPECL1-4P	194 mm×150 mm	40	1.223
SPECL1-5P	194 mm×150 mm	50	1.056
SPECL2	200 mm×200 mm	0	1.004
SPECL2-4P	200 mm×200 mm	40	1.104
SPECL2-5P	200 mm×200 mm	50	1.006
SPECL2-6P	200 mm×200 mm	60	1.046
PECB2	194 mm×150 mm	0	0.917
PECB2-2	194 mm×150 mm	30	0.927
PECB2-3	194 mm×150 mm	50	1.064
PECB2-4	194 mm×150 mm	60	1.046

对比试件 SPECL1 与试件 SPECL2,由表 4 可知,相同预应力张拉水平下的试件 SPECL2 比试件 SPECL1 的分形维数略小或近似相同,说明试件截面尺寸的改变对试件裂缝开展的影响不大。对比试件 SPECL1 与试件 PECB2 可知,试件 PECB2 的分形维数较试件 PECL1 下降了 8.7%,说明 I 型型钢锚固方式下的试件梁比 II 型型钢锚固方式下的试件梁裂缝开展更充分一些。原因可能是采用腹板焊接栓钉的 I 型型钢锚固方式平均黏结强度更大一些^[24],故混凝土与型钢的结合受力情况更协调。对比试件 SPECL1、试件 SPECL1-4P、试件 SPECL1-5P 与试件 SPECL1-6P 的分形维数可知,预加一定程度的预应力可使试件在破坏时的裂缝开展更充分,但当施加的预应力较大时,其分形维度反而会有所下降。说明较大的预应力对试件的开展帮助不大,原因可能是对梁内混凝土施加较大的预压应力会导致梁内混凝土的延性下降,脆性增加,梁内混凝土产生较为集中的细长裂缝而非分布范围较广的中小裂缝。故可认为在某一特定范围内的预应力张拉水平对预应力部分外包钢混凝土梁试件的破坏现象有一定影响。

3 挠度分析

3.1 荷载-挠度曲线

各试件的荷载-挠度曲线如图 6 所示。对比 SPECL1、SPECL2 与 PECB2 可知,改变试件截面尺寸与型钢锚固方式对试件承载力和竖向变形均产生明显影响。以 SPECL1 系列为例,对比 SPECL1、SPECL1-3P、SPECL1-4P 与 SPECL1-5P 可知,施加预加压力对试件承载能力有所提高,但影响有限;对试件抵抗竖向变形的能力则影响较为明显,但亦有随着预加压力的提高,最大挠度变形反而下降的趋势。

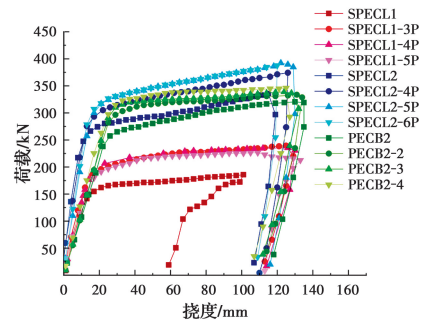


图 6 试件荷载-挠度曲线

Fig. 6 Load-deflection curve of specimens

势。综上所述,3种影响因素均为预应力部分外包钢组合梁试件挠度变化的重要影响因素。

3.2 短期刚度推导

《混凝土结构设计规范》^[25](以下简称规范)提出了关于允许出现裂缝构件的短期刚度基本公式,在此公式的基础上进行修改,考虑型钢对试件刚度的贡献,提出预应力部分外包钢组合梁的短期刚度基本公式,见式(2)~式(12)。

$$B_s = \frac{\frac{A_a E_a + A_c E_c}{A_a + A_c} I_0}{\frac{1}{\beta_{0.4}} + \frac{M_{cr} - 0.4}{0.6} \left(\frac{1}{\beta_{cr}} - \frac{1}{\beta_{0.4}} \right)} \quad (2)$$

$$I_0 = \frac{b}{3} [x_0^3 + (h - x_0)^3] + (\alpha_p - 1) A_p e_{pn}^2 \quad (3)$$

$$x_0 = \frac{\frac{bh^2}{2} + (\alpha_a - 1) A_c h + (\alpha_p - 1) A_p e_{pn}}{2(\alpha_a - 1) A_c + bh} \quad (4)$$

$$\alpha_a = \frac{E_a}{E_c} \quad (5)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_c} \quad (6)$$

$$\rho = \frac{\alpha_1 A_p + A_a}{bh_0} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\beta_{0.4}} = \left(0.8 + \frac{0.15}{\alpha_a \rho} \right) (1 + 0.45 \gamma_f) + C \quad (8)$$

$$\gamma_f = \frac{(b_f - b) h_f}{bh_0} \quad (9)$$

$$M_{cr} = (\sigma_{pe} + \gamma f_{tk}) W_0 \quad (10)$$

$$\gamma = \left(0.7 + \frac{120}{h} \right) \gamma_m \quad (11)$$

$$\sigma_{pe} = \frac{N_{pe}}{A} \pm \frac{N_{pe} e_{pn}}{I_n} y_n \quad (12)$$

式中: A_a 、 A_c 、 A_p 分别为试件截面型钢与混凝土面积, mm^2 ; E_a 、 E_c 、 E_p 分别为试件截面型钢与混凝土

弹性模量, MPa ; I_0 为开裂前试件截面换算惯性矩, mm^4 ; x_0 为截面受压区高度, mm ; e_{pn} 为净截面重心至预应力钢筋的距离, mm ; M_k 、 M_{cr} 分别为计算区段内的最大弯矩值与开裂弯矩值, $\text{kN} \cdot \text{m}$; $\beta_{0.4}$ 、 β_{cr} 分别为 $M_{cr}/M_k=0.4$ 、 0.6 时的刚度降低系数, β_{cr} 依然按规范取值 0.85 ; ρ 为型钢与预应力筋综合配筋率,式中 α_1 依然按规范后张法预应力筋取值为 1 ; γ_f 为受拉翼缘截面面积与腹板有效截面面积的比值; σ_{pe} 为有效预压应力, kN ; N_{pe} 为试件有效预压力, kN ; γ 为混凝土构件的截面抵抗矩塑性影响系数,式中 γ_m 依然按规范取矩形截面值 1.55 ; I_n 为静截面惯性矩, mm^4 ; y_n 为净截面重心至受拉型钢边缘的距离, mm ; f_{tk} 为混凝土轴心抗压强度标准值, N/mm^2 ; W_0 为截面抵抗矩, mm^3 。此外,式(6)中的 C 为参照规范形式下的调整系数,通过与短期刚度试验值拟合的方式进行取值,最终取值为 -0.25 。

根据《规范》中受弯构件短期刚度的截面刚度与曲率的理论关系式来计算所有试件短期刚度试验值,见式(13)。

$$B_{s, \text{exp}} = \frac{M_{k, \text{exp}} h_0}{\epsilon_{am} + \epsilon_{cm}} \quad (13)$$

分别求出各试件试验值与理论计算值,将各试件短期刚度的试验值与理论计算值进行比较,结果见表5。两者最大偏差发生在试件 PECB2-4,为 19% 。分析原因可能为试件 PECB2-4 在应变监测部位附近的混凝土存在缺陷,导致在加载过程中试件下侧型钢拉应变过大,致使其短期刚度试验值低于理论计算值。所有试件刚度平均偏差约为 7% 。从比较结果来看,上述公式计算出的预应力部分外包钢短期刚度值表现出较好的精确性。

表5 各试件短期刚度理论值与试验值比较

Table 5 Comparison between theoretical and experimental values of short-term stiffness of each specimen

试件号	h_0/mm	$M_{k, \text{exp}}/(\text{kN} \cdot \text{m})$	ϵ_{am}	ϵ_{cm}	$B_{s, \text{exp}}/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$	$B_s/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$	$B_{s, \text{exp}}/B_s$
SPECL1	189.5	195.18	5 161.57	535.71	6.49	6.46	1.00
SPECL1-3P	189.5	251.06	6 894.01	877.70	6.12	6.34	0.97
SPECL1-4P	189.5	247.39	7 113.57	1 609.76	5.37	6.40	0.84
SPECL1-5P	189.5	237.54	5 620.51	605.47	7.23	6.62	1.09
SPECL2	194	354.07	6 319.86	611.48	9.91	9.79	1.01
SPECL2-4P	194	393.40	7 322.52	745.10	9.46	9.91	0.95
SPECL2-5P	194	411.75	8 407.31	1 095.24	8.41	9.84	0.85
SPECL2-6P	194	407.64	5 592.69	2 494.74	9.78	9.90	0.99
PECB2	189.5	263.66	6 094.78	1 675.60	6.43	6.26	1.03

续表 5

试件号	h_0/mm	$M_{k,\text{exp}}/(\text{kN}\cdot\text{m})$	ϵ_{am}	ϵ_{cm}	$B_{s,\text{exp}}/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	$B_s/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	$B_{s,\text{exp}}/B_s$
PECB2-2	189.5	286.05	7 198.07	1 103.07	6.53	6.48	1.00
PECB2-3	189.5	301.48	8 598.38	1 736.29	5.53	6.51	0.85
PECB2-4	189.5	315.35	10 216.90	1 117.93	5.27	6.50	0.81

注: h_0 为试件截面有效高度; $M_{k,\text{exp}}$ 为试件最大弯矩试验值; ϵ_{am} 为试件下侧型钢最大拉应变; ϵ_{cm} 为试件上侧混凝土最大压应变; $B_{s,\text{exp}}$ 为试件短期刚度试验值; B_s 为试件短期刚度理论值。

3.3 基于两种理论下的挠曲线方程

组合梁试件的挠曲线方程可以反映试件在竖向加载作用下的整体变形情况,为寻求更加精确与相对简便的梁挠曲线方程,采用 Euler 梁理论与 Timoshenko 梁理论分别构建该结构的挠曲线方程,并以跨中挠度值作为判定标准,通过将两种理论下的梁跨中挠度计算值与试验值进行比较,得出最接近试验值的计算理论。

3.3.1 基于 Euler 梁理论的试件挠曲线方程

Euler 梁理论又称经典梁理论,此理论在计算梁的挠度时忽略了横向剪力和横向正应变的影响,形式简单、实用,在长梁试件中应用广泛。根据图 2 所示加载示意图,在纯外荷载作用下的梁弯矩方程如式(15)所示。

$$M(x) = \begin{cases} Fx & (0 \leq x < l_1) \\ Fl_1 & (l_1 \leq x < l_1 + l_2) \\ F(2l_1 + l_2) - Fx & (l_1 + l_2 \leq x < 2l_1 + l_2) \end{cases} \quad (15)$$

式中: F 为试件屈服时加载点竖向加载值; l_1 与 l_2 分别为试验梁弯剪段与纯弯段间距,如图 2 所示,取值 950、900 mm。

在 Euler 梁理论下梁的挠曲线基本微分方程为

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (16)$$

由于试件在正常使用荷载状态下需使用短期刚度,因此,式(16)中的 EI 需替换为短期刚度 B_s 。求解微分方程并带入边界条件可得 Euler 梁理论下的试件挠曲线,Euler 梁挠曲线方程见式(17)。

由于预应力筋对试件梁的反拱作用会对试件整体挠度产生一定程度影响^[26],试件梁挠曲线方程还需叠加由预应力筋产生的挠度 Δf , Δf 见式(18)。

$$\Delta f = \frac{M_p l^2}{\alpha B_s} \quad (18)$$

$$M_p = -N_{pe} e_p \quad (19)$$

$$N_{pe} = 2\sigma_{pe} A_p \quad (20)$$

式中: l 为试件总长度; α 为刚度折减系数,依据各试件试验真实挠度值,采用文献[27]中的公式并取平均值,见式(21)。

$$\alpha = \frac{|M_p| l^2}{8f_{\text{exp}} B_{s,\text{exp}}} \quad (21)$$

实际上,由于自重也会使梁产生一定的挠度,即自重挠度 f_G ,自重挠度 f_G 计算式为

$$f_G = \frac{1}{B_s} \left(\frac{q_G x^4}{24} - \frac{q_G l^3}{48} x \right) \quad (22)$$

故预应力部分外包钢组合梁的挠度公式为

$$f_E = f + \Delta f + f_G \quad (23)$$

该理论下的梁跨中挠度计算式为

$$f'_E = \frac{1}{B_s} \left[\frac{Fl_1}{8} l^2 - \frac{Fl_1}{2} \left(\frac{1}{2} l_2 + l_1 \right) l + \frac{1}{6} Fl_1^3 + \frac{Fl_1 l^2}{\alpha} + \frac{5q_G l^4}{384} \right] \quad (24)$$

3.3.2 基于 Timoshenko 梁理论的试件挠曲线方程 在 Euler 梁理论中,计算梁的挠度时仅考虑了梁弯曲变形的影响,但 Timoshenko 认为梁的挠度除受弯曲变形的影响,梁内截面的剪切变形也会对梁产生附加挠度^[28],若用 f_s 表示仅由剪切作用所引起的挠度,其基本表达式为

$$\frac{df_s}{dx} = \frac{\alpha_s V}{G_1 A} \quad (25)$$

$$G_1 = \frac{A_a G_a + A_c G_c}{A_a + A_c} \quad (26)$$

式中: G_1 为组合梁截面剪切弹性模量,按式(26)进行计算; G_c 与 G_a 分别为混凝土剪切模量与型钢剪切模量; α_s 为剪切系数,矩形截面取 1.5。

求解此微分方程可得

$$f_s = \begin{cases} \frac{\alpha_s V}{G_1 A} x & (0 \leq x \leq l_1) \\ \frac{\alpha_s V}{G_1 A} l_2 & (l_1 \leq x \leq l_1 + l_2) \\ \frac{\alpha_s V}{G_1 A} x & (l_1 + l_2 \leq x \leq 2l_1 + l_2) \end{cases} \quad (27)$$

故依据 Timoshenko 梁理论,预应力部分外包钢组合梁的挠曲线基本方程为

$$f_T = f + \Delta f + f_G + f_s \quad (28)$$

该理论下的预应力部分外包钢组合梁跨中挠度计算式为

$$f'_T = \frac{1}{B_s} \left[\frac{Fl_1 l^2}{8} - \frac{Fl_1}{2} \left(\frac{1}{2} l_2 + l_1 \right) l + \frac{1}{6} Fl_1^3 + \frac{Fl_1 l^2}{\alpha} + \frac{5q_G l^4}{384} \right] + \frac{\alpha_s V}{G_1 A} l_2 \quad (29)$$

3.4 两种理论下的跨中挠度比较分析

将两种理论下试件屈服阶段跨中挠度试验值与挠度计算值进行比较,结果如表 6 所示。

表 6 各试件跨中挠度理论值与试验值比较

Table 6 Comparison of theoretical and experimental values of mid-span deflection of each specimen

试件号	f_{exp}/mm	f'_E/mm	$\frac{f'_E}{f_{\text{exp}}}$	f'_T/mm	$\frac{f'_T}{f_{\text{exp}}}$
SPECL1	30.11	25.62	0.85	28.43	0.94
SPECL1-3P	26.96	21.86	0.81	27.62	1.02
SPECL1-4P	26.06	20.94	0.80	27.04	1.04
SPECL1-5P	25.34	20.32	0.80	25.99	1.03
SPECL2	28.07	24.87	0.89	25.28	0.90
SPECL2-4P	27.03	22.74	0.84	24.32	0.90
SPECL2-5P	26.25	22.09	0.84	23.56	0.90
SPECL2-6P	25.33	21.43	0.85	22.40	0.88
PECB2	29.69	23.91	0.81	26.12	0.88
PECB2-2	25.48	21.30	0.84	22.37	0.88
PECB2-3	21.93	20.15	0.92	20.27	0.92
PECB2-4	21.36	20.08	0.94	20.13	0.94

注: f_{exp} 为试件跨中挠度试验值; f'_E 为 Euler 梁理论挠度理论值; f'_T 为 Timoshenko 梁挠度理论值。

依据表 6 中的数据计算两种理论值与试验值的

方差大小,其中 Euler 梁理论值的方差约为 17.87,而 Timoshenko 梁理论值的方差仅为 5.19。由表 6 可以看出, Timoshenko 梁理论计算出的各试件跨中挠度值均稍大于 Euler 梁理论下的跨中挠度计算值,也更加接近试验值,故在计算预应力部分外包钢混凝土梁的跨中挠度时,建议采用 Timoshenko 梁理论进行该结构在屈服荷载下的跨中挠度计算。

4 延性分析

4.1 3 种延性系数计算与比较

延性是指构件或构件的某个截面从屈服开始到达最大承载能力或到达以后而承载能力还没有明显下降期间的变形能力。在工程中常用延性系数来定量描述构件的延性。常用的延性系数主要有位移延性系数、曲率延性系数与能量延性系数^[29]。其中,位移延性系数与能量延性系数能够反映构件整体的延性性能,而曲率延性系数则能反映对应截面处的截面延性。为探求预应力部分外包钢组合梁的延性性能,将各试件位移延性系数、曲率延性系数与能量延性系数分别进行计算,并对 3 种延性系数进行比较。3 种延性系数的计算公式如式(30)~式(32)所示。

$$\text{位移延性系数: } \mu_t = \frac{f_s}{f_y} \quad (30)$$

$$\text{曲率延性系数: } \mu_{1/\rho} = \frac{(1/\rho)_s}{(1/\rho)_y} \quad (31)$$

$$\text{能量延性系数: } \mu_E = \frac{1}{2} \left(\frac{E_{pl} + E_{el}}{E_{el}} + 1 \right) \quad (32)$$

式中: f_y 为试件屈服时跨中挠度值; f_s 为试件跨中最大挠度值; $(1/\rho)_y$ 为试件屈服时跨中曲率值; $(1/\rho)_s$ 为试件跨中最大曲率值; E_{pl} 为试件塑性能; E_{el} 为试件弹性能; E_{pl} 与 E_{el} 可通过各试件的位移-荷载曲线所包围的面积取得,试件弹性能与塑性能示意图如图 7 所示。

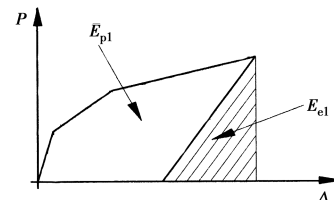


图 7 弹性能与塑性能示意

Fig. 7 Schematic diagram of elastic and plastic energy

各试件位移延性系数、曲率延性系数与能量延性系数对比如表 7 所示。由表 7 可知,各试件的位移延性系数与能量延性系数的变化趋势基本相同,

在预应力张拉水平不太大时,各试件的延性系数随预应力的增大而增大,但当预应力张拉水平超过某一界限时,其延性系数反而有所减小。其原因可能是较大的预压应力使试件储存了较多的弹性能,限制了试件的裂缝开展,且在试件逐步开裂的过程中因裂缝开展不充分导致其应力在重分布时分布不均衡,在破坏时试件沿最大裂缝处产生弯曲破坏,最终导致试件脆性增加,延性减少。综合试件的试验结果,建议此结构的预应力张拉水平以不超过 40%为宜。同时通过表 7 可知,当试件的试验参数改变时,能量延性系数相较位移延性系数的波动更明显些,

因此,在对不同预应力部分外包钢组合梁的整体延性性能进行分析时,推荐采用能量延性系数进行评价与比较。

分析各试件的跨中截面曲率延性系数可知,试件的曲率延性系数基本呈现出随截面尺寸的增大而减小、随预应力张拉水平增大而增大的趋势。说明预应力张拉水平的提高以及增加试件梁的截面尺寸均有利于对预应力部分外包钢组合梁试件的跨中截面延性的提高。对比 SPECL1 与 PECB2, PECL1-5P 与 PECBP2-3 可知,锚固形式的改变对试件跨中截面曲率延性系数的影响不大。

表 7 各试件延性系数对比表

Table 7 Comparison table of ductility coefficient of each specimen

试件号	f_y/mm	f_s/mm	μ_t	$(1/\rho)_y/\text{m}^{-1}$	$(1/\rho)_s/\text{m}^{-1}$	$\mu_{1/\rho}$	$E_{pl}/(\text{kN}\cdot\text{mm})$	$E_{el}/(\text{kN}\cdot\text{mm})$	μ_E
ECL1	30.11	102.02	3.39	26.80	65.72	2.45	23 943.47	2 478.77	5.83
SPECL1-3P	26.96	128.99	4.78	23.71	58.25	2.47	25 752.68	1 677.36	8.68
SPECL1-4P	26.06	129.98	4.99	15.21	45.62	3.02	24 948.80	1 854.40	7.73
SPECL1-5P	25.34	132.99	5.25	22.16	74.74	3.37	24 113.95	2 731.52	5.41
SPECL2	28.07	118.99	4.24	24.50	45.50	1.86	32 142.54	1 602.88	11.02
SPECL2-4P	27.03	128.02	4.74	27.52	54.07	1.96	41 764.45	2 048.12	10.70
SPECL2-5P	26.25	130.98	4.99	29.75	59.42	2.00	39 013.72	2 070.05	10.42
SPECL2-6P	25.33	122.01	4.81	18.25	43.00	2.36	37 860.36	2 295.16	9.25
PECB2	29.69	135.98	4.58	41.24	91.74	2.22	35 552.29	2 975.10	6.74
PECBP2-2	25.48	134.00	5.26	33.09	97.93	2.96	35 898.09	2 762.21	6.99
PECBP2-3	21.93	132.02	6.02	33.47	102.33	3.06	33 696.38	2 607.26	7.46
PECBP2-4	21.36	128.01	5.99	25.77	106.19	4.12	35 454.9	3 234.38	6.48

注: f_y 为试件屈服时跨中挠度值; f_s 为试件破坏时跨中挠度值; μ_t 为试件位移延性系数; $(1/\rho)_y$ 为试件屈服时跨中曲率值; $(1/\rho)_s$ 为试件跨中最大曲率值; $\mu_{1/\rho}$ 为试件曲率延性系数; E_{pl} 为试件塑性性能; E_{el} 为试件弹性性能; μ_E 为能量延性系数。

4.2 基于灰度关联法的影响因素分析

灰度关联分析法是一种根据因素间发展趋势的相异程度来确定彼此间的关联程度大小的影响因素分析方法,主要应用于研究“少数据不确定性”问题^[30]。由于此方法对样本量的大小没有太高要求,恰好适合试验的影响因素分析。

依据表 8 中的各试件影响因素参数,对各试件位移延性系数、曲率延性系数与能量延性系数分别进行关于截面面积、预应力张拉水平与型钢锚固方式的参数影响因素分析。具体计算步骤如下:

1) 对各因素数列 $x_i(k)$ 进行无量纲化处理,将各

因素数列值除以各数列平均值,得到无量纲数列 $x'_i(k)$;

2) 将新的数列 $x'_i(x)$ 代入公式 $\Delta_i(k) = |x'_0(k) - x'_i(k)|$ 进行计算,得到各差序列 $\Delta_i(k)$,其中 $x'_0(k)$ 为目标数列,即试件的 3 种延性系数值数列;

3) 利用 $\Delta_{\max} = \max_i \max_k \Delta_i(k)$ 与 $\Delta_{\min} = \min_i \min_k \Delta_i(k)$ 分别求出各序列的 Δ_{\max} 与 Δ_{\min} 值,之后利用公式 $q_i(k) = (\Delta_{\min} + 0.5\Delta_{\max}) / (\Delta_i(k) + 0.5\Delta_{\max})$ 计算出各试件各因素的关联系数;

表 8 各试件影响因素参数表

Table 8 Influencing factor parameters of each specimen

编号	试件号	k_1/mm^2	$k_2/\%$	k_3
1	SPECL1	29 100	0	1(I)
2	SPECL1-3P	29 100	30	1(I)
3	SPECL1-4P	29 100	40	1(I)
4	SPECL1-5P	29 100	50	1(I)
5	SPECL2	40 000	0	1(I)
6	SPECL2-4P	40 000	40	1(I)
7	SPECL2-5P	40 000	50	1(I)
8	SPECL2-6P	40 000	60	1(I)
9	PECB2	29 100	0	2(II)
10	PECB2-2	29 100	30	2(II)
11	PECB2-3	29 100	50	2(II)
12	PECB2-4	29 100	60	2(II)

注: k_1 、 k_2 、 k_3 分别为影响因素:截面面积、预应力张拉水平与型钢锚固方式。

表 9 各试件 3 种延性系数影响因素分析

Table 9 Analysis of influencing factors of three ductility coefficients of each specimen

编号	μ_t	$\mu_{1/\rho}$	μ_E	$q_t(k_1)$	$q_t(k_2)$	$q_t(k_3)$	$q_{1/\rho}(k_1)$	$q_{1/\rho}(k_2)$	$q_{1/\rho}(k_3)$	$q_E(k_1)$	$q_E(k_2)$	$q_E(k_3)$
1	3.39	2.45	5.83	1.15	0.48	0.58	0.87	0.36	1.00	1.00	0.49	0.48
2	4.78	2.47	8.68	0.78	1.00	0.85	0.87	0.96	0.98	0.55	0.79	0.44
3	4.99	3.02	7.73	0.72	0.90	0.73	0.96	1.00	0.63	0.67	0.78	0.73
4	5.25	3.37	5.41	0.66	0.65	0.62	1.00	0.75	0.51	0.88	0.47	0.40
5	4.24	1.86	11.02	1.00	0.42	0.41	0.76	0.43	0.43	0.39	0.34	0.51
6	4.74	1.96	10.70	0.80	0.83	0.51	0.78	0.55	0.45	0.40	0.83	0.61
7	4.99	2.00	10.42	0.72	0.61	0.57	0.79	0.42	0.46	0.42	0.81	0.73
8	4.81	2.36	9.25	0.77	0.45	0.52	0.85	0.37	0.55	0.50	0.54	0.71
9	4.58	2.22	6.74	0.46	0.40	1.00	0.55	0.38	0.95	0.37	0.46	0.81
10	5.26	2.96	6.99	0.55	0.85	0.62	0.66	0.71	0.66	0.38	1.00	1.00
11	6.02	3.06	7.46	0.71	0.79	0.43	0.68	0.64	0.61	0.41	0.57	0.90
12	5.99	4.12	6.48	0.70	0.56	0.44	0.80	0.74	0.37	0.36	0.42	0.67
	γ_i			0.75	0.66	0.61	0.80	0.61	0.63	0.53	0.62	0.67

注: μ_t 为试件位移延性系数; $\mu_{1/\rho}$ 为试件曲率延性系数; μ_E 为试件能量延性系数; $q_t(k_1)$ 、 $q_t(k_2)$ 与 $q_t(k_3)$ 分别为 3 种影响因素对位移延性系数的关联系数; $q_{1/\rho}(k_1)$ 、 $q_{1/\rho}(k_2)$ 与 $q_{1/\rho}(k_3)$ 分别为 3 种影响因素对曲率延性系数的关联系数; $q_E(k_1)$ 、 $q_E(k_2)$ 与 $q_E(k_3)$ 分别为 3 种影响因素对能量延性系数的关联系数; γ_i 为各因素对各延性系数的关联度。

5 结论

1)对预应力部分外包钢组合梁进行基于分形维度理论下的裂缝开展情况分析,结果表明,各试件裂缝开展情况满足统计意义上的分形特征,且施加一定程度的预压应力与型钢腹板焊接栓钉的锚固方式对该结构的裂缝开展情况影响较大。

2)依据试件试验结果进行基于 Euler 梁理论与 Timoshenko 梁理论的预应力部分外包钢组合梁的挠曲线方程推导,并对两种理论下的跨中挠度计算值与试验值进行比较,认为基于 Timoshenko 梁理论计算出的跨中挠度值更接近试验值。

3)对各试件进行关于位移延性系数、跨中曲率延性系数与能量延性系数的计算与分析,结果表明,

4)利用公式 $\gamma_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_i(k)$ 计算各因素关联度,

γ_i 越大说明该因素对延性系数的影响程度越深。

各试件分析结果见表 9。由表 9 可知,试件截面面积、预应力张拉水平与型钢锚固形式 3 种参数对于位移延性系数的关联度值分别为 0.75、0.66 与 0.61;对于曲率延性系数的关联度值分别为 0.80、0.61 与 0.63;对于能量延性系数的关联度值分别为 0.53、0.62 与 0.67。依据灰度关联分析结果,表明试件截面面积对试件位移延性系数与曲率延性系数的影响程度最深,而型钢锚固形式则能显著影响各试件的能量延性系数。

增大试件截面尺寸与在一定范围内提高试件的预应力张拉水平均可改善预应力部分外包钢组合梁延性。

4)对试件 3 种延性系数进行基于截面尺寸、预应力张拉水平与型钢锚固方式的灰度关联法分析,分析结果表明,试件截面面积对试件位移延性系数与曲率延性系数的影响程度最深,型钢锚固形式对能量延性系数的影响系数最深。

参考文献:

- [1] 邓宇,张鹏,张祥宁,等. 预应力部分外包组合梁抗弯承载力试验研究与理论分析[J]. 建筑钢结构进展, 2018, 20(3): 42-50.
DENG Y, ZHANG P, ZHANG X N, et al. Experimental and analytical study on flexural capacity

- of prestressed simply supported partially concrete encased composite beams [J]. *Progress in Steel Building Structures*, 2018, 20(3): 42-50. (in Chinese)
- [2] 胡夏闽, 江雨辰, 施悦, 等. 部分外包混凝土筒支组合梁受弯性能试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2015, 36(9): 37-44.
HU X M, JIANG Y C, SHI Y, et al. Experimental study on flexural behavior of simply supported partially concrete encased composite beams [J]. *Journal of Building Structures*, 2015, 36(9): 37-44. (in Chinese)
- [3] 王钧. 内置 H 型钢预应力混凝土组合梁受力性能与设计方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010.
WANG J. Research on mechanical performance and design methods of prestressed composite concrete beam with encased H-steel [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. (in Chinese)
- [4] 傅传国, 李玉莹, 梁书亭. 预应力型钢混凝土筒支梁受弯性能试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2007, 28(3): 62-73.
FU C G, LI Y Y, LIANG S T. Experimental study on simply supported prestressed steel reinforced concrete beams [J]. *Journal of Building Structures*, 2007, 28(3): 62-73. (in Chinese)
- [5] 张婧, 胡夏闽, 张冰, 等. 拉力作用下部分外包钢-混凝土组合构件受剪性能试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2017, 38(Sup1): 349-354.
ZHANG J, HU X M, ZHANG B, et al. Shear behavior of partially encased steel-concrete composite specimens under tension [J]. *Journal of Building Structures*, 2017, 38(Sup1): 349-354. (in Chinese)
- [6] 杜德润, 李爱群, 陈丽华, 等. 外包钢-混凝土组合筒支梁试验研究[J]. *建筑结构*, 2006, 36(4): 64-67.
DU D R, LI A Q, CHEN L H, et al. Experimental study on steel encased concrete composite beam [J]. *Building Structure*, 2006, 36(4): 64-67. (in Chinese)
- [7] 张鹏, 沈民合, 邓宇, 等. 部分外包钢预应力组合梁试验与承载力设计方法研究[J]. *建筑结构*, 2019, 49(23): 60-63, 87.
ZHANG P, SHEN M H, DENG Y, et al. Test and research on design method of bearing capacity of partially-encased steel prestressed composite beam [J]. *Building Structure*, 2019, 49(23): 60-63, 87. (in Chinese)
- [8] ANWAR HOSSAIN K M, WRIGHT H D. Finite element modelling of the shear behaviour of profiled composite walls incorporating steel-concrete interaction [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2005, 21(6): 659-676.
- [9] ANWAR HOSSAIN K M. Designing thin-walled composite-filled beams [J]. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 2005, 158(4): 267-278.
- [10] NAKAMURA S I. Bending behavior of composite girders with cold formed steel U section [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2002, 128(9): 1169-1176.
- [11] 李国强, 李亮, 李现辉, 等. 腹板嵌入式组合梁抗弯性能理论和试验研究[J]. *土木建筑与环境工程*, 2011, 33(3): 1-7, 30.
LI G Q, LI L, LI X H, et al. Theoretical and experimental analysis of bending behavior of composite beam with notched web [J]. *Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering*, 2011, 33(3): 1-7, 30. (in Chinese)
- [12] 张道明. 新型预应力外包钢组合梁抗弯性能的研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2008.
ZHANG D M. Investigation of bending resistance performance on new-type prestressed outer-plated steel-concrete composite beam [D]. Shenyang: Northeastern University, 2008. (in Chinese)
- [13] 李业骏, 石启印, 任冠宇, 等. 高强新型外包钢-混凝土组合梁延性性能研究[J]. *建筑结构*, 2017, 47(1): 94-99.
LI Y J, SHI Q Y, REN G Y, et al. Study on ductility of high-strength steel-encased composite beam [J]. *Building Structure*, 2017, 47(1): 94-99. (in Chinese)
- [14] 丁保安, 范旭红, 郑可格, 等. 基于弯矩曲率法的 U 型外包钢混凝土组合梁延性及受弯性能分析[J]. *建筑科学*, 2017, 33(3): 51-58.
DING B A, FAN X H, ZHENG K K, et al. Ductility and flexural behavior analysis of steel-encased concrete composite beams based on moment-curvature method [J]. *Building Science*, 2017, 33(3): 51-58. (in Chinese)
- [15] 杜德润. 新型外包钢-混凝土组合筒支梁及组合框架试验研究[D]. 南京: 东南大学, 2005.
DU D R. Experiment research for composite simply supported beams with U shape steel plate encased concrete and composite frames [D]. Nanjing: Southeast University, 2005. (in Chinese)
- [16] 杜德润, 谷顺顺, 许云龙. 部分填充式外包钢-混凝土组合连续梁受力性能分析[J]. *工业建筑*, 2017(Sup2): 256-260.
DU D R, GU S S, XU Y L. Analysis of mechanical properties of partially filled steel and concrete composite continuous beam [J]. *Industrial Building*, 2017(Sup2): 256-260. (in Chinese)

- [17] 殷新龙, 孙洪泉, 薛祯钰, 等. 橡胶混凝土梁裂缝分形理论分析[J]. 土木建筑与环境工程, 2013, 35(Sup2): 157-159.
YIN X L, SUN H Q, XUE Z Y, et al. Study of cracks on rubber concrete beams based on fractal theory [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2013, 35(Sup2): 157-159. (in Chinese)
- [18] 混凝土结构试验方法标准: GB/T 50152—2012 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012.
Standard for test method of concrete structures: GB/T 50152—2012 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012. (in Chinese)
- [19] 栾海洋, 范颖芳, 王大为, 等. 基于分形理论的CFRP布增强混凝土梁抗弯性能研究[J]. 工程力学, 2015, 32(4): 160-168.
LUAN H Y, FAN Y F, WANG D W, et al. Study on the flexural behavior of the CFRP-reinforced concrete beam with fractal theory [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(4): 160-168. (in Chinese)
- [20] ISSA M A, ISSA M A, ISLAM M S, et al. Fractal dimension: A measure of fracture roughness and toughness of concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2003, 70(1): 125-137.
- [21] WANG L, WANG L D, FEI W D. Fractal analysis of fracture surfaces in aluminum borate whisker-reinforced aluminum alloy 6061 composite [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 2011, 21(3): 461-466.
- [22] HABER Z B, MACKIE K R, ZHAO L. Mechanical and environmental loading of concrete beams strengthened with epoxy and polyurethane matrix carbon fiber laminates [J]. Construction and Building Materials, 2012, 26(1): 604-612.
- [23] 赵志浩, 于江, 秦拥军. 钢筋混凝土受剪梁裂纹分形演化特征试验[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2020, 41(4): 61-66, 74.
ZHAO Z H, YU J, QIN Y J. Fractal evolution characteristics experiment of shear cracks in reinforced concrete beams [J]. Journal of Henan University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 41(4): 61-66, 74. (in Chinese)
- [24] 张鹏, 沈民合, 邓宇. 部分外包型钢混凝土试件黏结滑移性能试验研究[J]. 工业建筑, 2019, 49(7): 162-168.
ZHANG P, SHEN M H, DENG Y. Experimental research on the bonding slip performance of partially encased steel concrete members [J]. Industrial Construction, 2019, 49(7): 162-168. (in Chinese)
- [25] 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
Code for design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)
- [26] 张鹏, 白启宏, 邓宇, 等. 预应力部分外包组合简支梁试验研究及挠度计算[J]. 工业建筑, 2018, 48(2): 89-94.
ZHANG P, BAI Q H, DENG Y, et al. Experimental study and deflection calculation of prestressed partially concrete encased composite beams [J]. Industrial Construction, 2018, 48(2): 89-94. (in Chinese)
- [27] 姚大立, 刘云峰, 余芳. 预应力自密实再生混凝土梁弹性阶段挠度计算[J]. 沈阳工业大学学报, 2020, 42(3): 355-360.
YAO D L, LIU Y F, YU F. Deflection calculation for elastic stage of prestressed self-compacting recycled concrete beams [J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2020, 42(3): 355-360. (in Chinese)
- [28] 杜龙怀, 刘凤奎. 基于欧拉与铁摩辛柯理论的简支梁挠度分析[J]. 兰州工业学院学报, 2014, 21(2): 41-44.
DU L H, LIU F K. Analysis of beam deflection based on the Euler and Timoshenko theory [J]. Journal of Lanzhou Institute of Technology, 2014, 21(2): 41-44. (in Chinese)
- [29] 杨剑, 方志. CFRP配筋活性粉末混凝土梁延性和变形性能[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2015, 42(3): 14-22.
YANG J, FANG Z. Ductility and deformability of RPC beams prestressed with CFRP tendons [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2015, 42(3): 14-22. (in Chinese)
- [30] 张智梅, 陈刚, 王卓. FRP筋混凝土梁的抗剪承载力[J]. 上海大学学报(自然科学版), 2020, 26(2): 301-310.
ZHANG Z M, CHEN G, WANG Z. Shear bearing capacity for concrete beams with FRP reinforcement [J]. Journal of Shanghai University (Natural Science Edition), 2020, 26(2): 301-310. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)