

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.055



开放科学(资源服务)标识码(OSID):



考虑台基影响的应县木塔地震响应有限元分析

薛建阳^{1,2}, 吴晨伟¹, 翟磊¹, 王瑞鹏¹, 马林林¹

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 西安 710055; 2. 上海市建筑科学研究院有限公司
上海市工程结构安全重点实验室, 上海 200032)

摘要:为研究台基对应县木塔地震响应的影响,采用 ANSYS 有限元软件建立了八角形台基、上部木结构及考虑台基影响的应县木塔整体结构有限元模型,采用模态分析法得到了模型的自振频率及周期。分析得到了上部木结构的弱水平刚度方向,并对上部木结构和考虑台基影响的整体结构模型输入地震波激励,对比分析了两种模型的地震响应。结果表明:八角形台基的频率较高且各阶频率比较接近,当上部木结构的高阶频率与台基频率接近时,台基对上部木结构动力特性有较大影响。木塔东西方向为弱水平刚度方向。相比其他地震波激励,当长周期 Tianjin 波激励时,上部木结构和考虑台基影响的整体结构模型的加速度和位移响应更大。随着输入激励的峰值加速度增大,模型结构动力系数呈减小趋势。在相同峰值加速度的同种地震波激励下,考虑台基影响的整体结构加速度和位移响应均大于仅考虑上部木结构的情况。

关键词:应县木塔;台基;动力特性;地震响应;有限元分析

中图分类号:TU366.2 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2022)02-0022-08

Finite element analysis on seismic responses of Yingxian Wooden Tower by considering the effect of stylobate

XUE Jianyang^{1,2}, WU Chenwei¹, ZHAI Lei¹, WANG Ruipeng¹, MA Linlin¹

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, P. R. China;
2. Shanghai Key Laboratory of Engineering Structure Safety, SRIBS, Shanghai 200032, P. R. China)

Abstract: In order to study the effect of stylobate on the seismic responses of Yingxian Wooden Tower, the models of octagonal stylobate, the upper timber frame and the overall structure are built by ANSYS finite element software. The modal analysis method is used to obtain the natural frequencies and periods of the model. The direction of the weak horizontal stiffness of the upper timber structure is obtained, and seismic wave excitation is input to the upper wooden structure and the overall structure model respectively. Then

收稿日期:2020-12-28

基金项目:国家自然科学基金(51978568);上海市工程结构安全重点实验室开放课题(2020-KF07);陕西省科技创新团队项目(2019TD-029);陕西省自然科学基金基础研究计划(2020JZ-50)

作者简介:薛建阳(1970-),男,博士,教授,主要从事木结构抗震及钢-混凝土组合结构研究, E-mail: jianyang_xue@163.com.

Received:2020-12-28

Foundation items:National Natural Science Foundation of China (No. 51978568); Open Fund of Shanghai Key Laboratory of Engineering Structure Safety (No. 2020-KF07); Shaanxi Key Scientific and Technological Innovation Team (No. 2019TD-029); Natural Science Basic Research Project of Shaanxi Province (No. 2020JZ-50)

Author brief:XUE Jianyang (1970-), PhD, professor, main research interests: seismic resistance of timber structure and steel-concrete composite structure, E-mail: jianyang_xue@163.com.

the seismic responses of the two models are compared and analyzed. Results show that the octagonal stylobate has a higher natural frequency and all frequencies are relatively close. And when the high-order frequency of the upper timber structure is close to that of the stylobate, the stylobate obviously affects the dynamic properties of the upper timber structure. The east-west direction of the wooden tower is the direction of weak horizontal stiffness. Compared with other seismic wave excitations, the acceleration and displacement responses of the upper timber structure and the overall structure model are greater when the long-period Tianjin wave is input. As the peak acceleration of the inputting excitation increases, the dynamic coefficients only considering the structure decrease. Under the excitation of the same type of seismic wave with the same peak acceleration, the acceleration and displacement response of the overall structure are greater than those of the upper timber structure.

Keywords: Yingxian Wooden Tower; stylobate; dynamic properties; seismic response; finite element analysis

应县木塔全称佛宫寺释迦塔,位于山西省应县县城西北角,始建于辽清宁二年(公元 1056 年),是中国现存最高、最古老、保存最完整的木塔建筑。应县木塔由上部木结构和台基组成,如图 1(a)所示。上部木结构平面为八角形,包括 5 个明层和 4 个平坐层,共 9 层,高度达 65.878 m。台基是中国古建筑的独特组成部分,是指高出地面以承托建筑物的底座,其不仅使建筑物防潮、防腐,还具有重要的文化和建筑价值^[1]。应县木塔在台基包括八角形台基以及四方形的外围台基(图 1(b))。

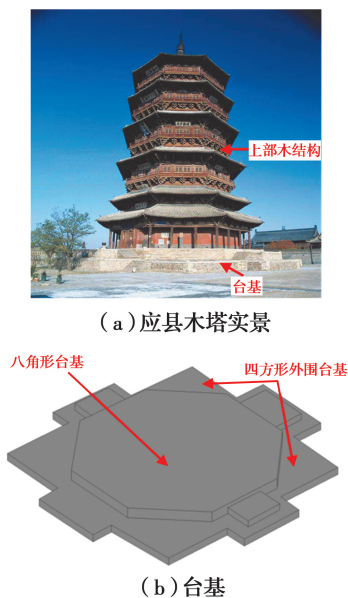


图 1 应县木塔

Fig. 1 Yingxian Wooden Tower

一些学者已经对应县木塔的力学性能进行了研究。陈志勇等^[2-3]通过低周往复水平加载和竖向单调加载试验,研究了其柱脚节点、梁柱节点和斗拱节点的力学性能,并采用有限元软件建立了精细化有限元模型,得到了其模态参数,同时也对木塔的抗震

性能进行了研究。李铁英等^[4]制作了应县木塔 1:10 结构模型并进行了拟动力试验研究,计算了木塔在不同地震烈度下的弹塑性地震响应,得到了木塔实体结构非线性恢复力曲线,并提出了木结构古建筑的双参数地震损坏准则。

相关研究表明,在对有台基的木结构古建筑进行地震响应分析时,不能忽略台基对上部木结构的影响^[5-6]。目前,对考虑台基影响的应县木塔地震响应的研究还较少^[7-8]。为了准确评估台基对应县木塔地震响应的影响,采用 ANSYS 有限元软件建立了台基、上部木结构及考虑台基影响的整体结构有限元模型^[9],得到了各模型的自振频率及周期。通过对上部木结构和考虑台基影响的整体结构输入地震波激励,对比两模型中参考点的加速度、位移时程曲线和结构动力系数,研究台基对应县木塔地震响应的影响。

1 模型建立

1.1 材料参数

对应县木塔替换梁柱构件的树种材料进行材性试验^[10]可知,其梁、柱、阑额及支撑等主要受力构件的木材皆为华北落叶松。华北落叶松的密度为 548 kg/m³,泊松比为 0.34,其他材性参数见表 1。木材顺纹受压和顺纹受拉的弹性模量取相等值^[11]。

表 1 华北落叶松物理性能参数

Table 1 Physical parameters of North China larch

弹性模量/MPa		剪切模量/MPa		
E_L	$E_R=E_T$	G_{LR}	G_{LT}	G_{RT}
10 000	200	600	750	180

注: E, G 分别为木材的弹性模量和剪切模量;下标 L、R 和 T 分别表示木材的顺纹方向、横纹径向和横纹弦向。

八角形台基是应县木塔的直接持力层。依据应县木塔塔区工程地质条件勘察结果^[10]可知,八角形台基为夯实填土,厚度约 5 m。夯土土质为密实粉砂质粉土,其材性参数见表 2。为避免夯土材料受剪时土颗粒产生体积膨胀现象,膨胀角取为 0°。八角形台基下部的四方形台基夯实程度较低,主要作用是保护八角形台基,增强其稳定性。

表 2 夯土材料参数

Table 2 Material parameters of rammed soil

密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	弹性模 量/MPa	泊松 比	粘聚力/ MPa	摩擦 角/(°)	膨胀 角/(°)
1 870	20.9	0.33	0.063	25.7	0

1.2 上部木结构及构件尺寸

整体木结构建筑空间尺寸、木构件尺寸及细节构造参考陈明达^[12]的测绘草图。木结构主要的结构构件包括木柱、阑额、乳栿和支撑等。虽然构件数量较多,种类丰富,但主要的截面形式相对统一,主要的构件截面尺寸见表 3。

表 3 木塔主要构件截面尺寸

Table 3 Section dimensions of main members

构件	尺寸	构件	尺寸
柱	$\phi 600 \text{ mm}$	乳栿	$500 \text{ mm} \times 340 \text{ mm}$
阑额	$360 \text{ mm} \times 170 \text{ mm}$	支撑	$300 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$

1.3 单元及基本参数

采用 BEAM188 单元模拟木柱、阑额、乳栿和支撑的力学行为;采用 COMBIN39 单元模拟榫卯节点的半刚性以及斗拱在水平力作用下的非线性特征;采用 COMBIN14 单元模拟斗拱在竖向荷载作用下的力学行为。八角形台基夯土部分采用 Drucker-Prager 模型,单元则采用 20 节点的 SOLID186 实体单元。

斗拱节点的水平弹簧和竖向弹簧的实常数采用袁建力等^[13]进行的应县木塔柱头、补间及转角铺作 1:3 比例模型的水平拟静力和竖向静力试验中所得数据。采用陈志勇等^[2]完成的应县木塔明层柱-阑额 1:3.4 缩尺模型的拟静力试验结果确定榫卯节点弹簧单元的实常数。

1.4 有限元模型的建立

应县木塔一层明层外槽与内槽柱间修筑了高大的土壑墙,对木柱有较强的嵌固作用,并增加了木塔 1 层的抗侧刚度。有限元建模时将土壑墙等效为柱

间斜撑,并将木塔 1 层木构件的弹性模量乘以 10 倍的放大系数^[3],以增大模型 1 层的抗侧刚度。为考虑外围四方形台基对八角形台基的约束作用,对八角形台基 0~1.66 m 高度区间内各结点施加 UX、UY、UZ、ROTX、ROTY、ROTZ 等 6 个方向的约束。由于应县木塔 1 层内外槽木柱皆被土壑墙包裹,木柱柱底与础石之间不易产生滑移,将模型柱脚约束条件设为铰接。所建立的上部木结构及考虑台基影响的整体结构有限元模型如图 2 所示。

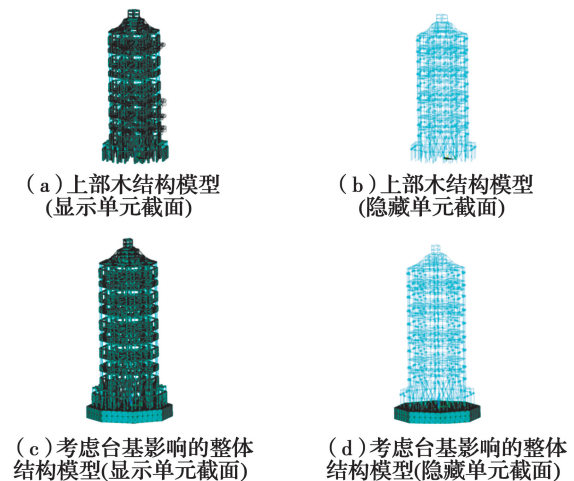


图 2 应县木塔有限元模型

Fig. 2 Finite element model of the Yingxian Wooden Tower

2 模态分析

采用 Block Lanczos 法计算得到各模型的振型、自振频率及周期。图 3 分别为八角形台基 1 阶(东西平动)和 3 阶扭转振型图。表 4 为八角形台基的前 7 阶自振频率及周期。由表 4 和图 3 可知,八角形台基具有较高的自振频率且各阶频率比较接近,这一方面是因为其内部夯土较密实,另一方面外围四方形台基也提供了较强的侧向约束,增加了其抗侧刚度。

表 4 八角形台基自振频率、周期及模态振型

Table 4 Natural frequencies, periods and modal shapes of octagonal stylobate

阶数	频率 f/Hz	周期 T/s	模态振型
1	4.857	0.205 9	东西方向平动
2	4.860	0.205 8	南北方向平动
3	5.103	0.195 9	扭转
4	5.413	0.184 7	东西方向平动
5	5.420	0.184 5	南北方向平动
6	5.713	0.175 0	扭转
7	5.716	0.174 9	扭转

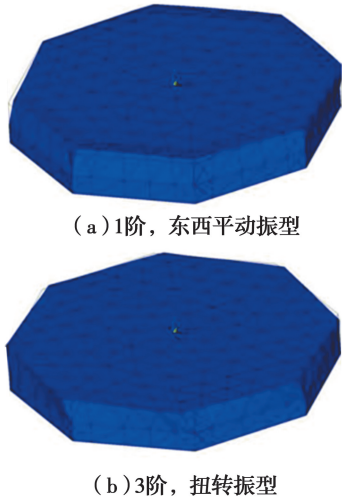


图 3 八角形台基振型图

Fig. 3 Vibration modes of octagonal stylobate

表 5 为上部木结构和考虑台基影响的整体结构前 7 阶平动自振频率和周期。由表 5 可知,上部木结构自振频率变化幅度较大。在低阶频率范围内,台基对整体结构的自振频率的影响可忽略不计,整体结构的自振频率与上部木结构接近;但当上部木结构的高阶频率与台基频率接近时,整体结构的自振频率开始接近台基的自振频率。这说明整体结构的低阶频率主要取决于上部木结构的频率,而其高阶频率受台基的影响较大。

表 5 上部木结构和考虑台基影响的整体结构平动自振频率及周期

Table 5 Translation natural frequencies and periods of upper timber frame and overall structure considering the effect of stylobate

阶数	上部木结构		台基+木结构	
	f/Hz	T/s	f/Hz	T/s
1	0.626	1.597	0.626	1.597
2	1.772	0.564	1.772	0.564
3	3.051	0.328	3.051	0.328
4	3.733	0.268	3.733	0.268
5	4.502	0.222	4.502	0.222
6	5.534	0.181	5.022	0.199
7	6.167	0.162	5.665	0.177

上部木结构的一阶扭转频率为 0.852 Hz,略大于 1 阶平动频率,但小于 2 阶平动频率。说明木塔上部木结构的抗扭转刚度较小,在地震作用下,上部木结构发生弯曲变形的同时也容易发生扭转变形。

为了验证模拟结果的正确性,将上部木结构平

动振型的自振频率模拟值与文献[14]实测值进行对比,结果见表 6。由表 6 可知,平动频率的模拟计算值与实测值的相对误差较小,说明模拟结果具有一定的准确性。

表 6 上部木结构平动振型自振频率模拟值与文献[14]实测值对比

Table 6 Comparison between simulated natural frequencies and measured frequencies in reference [14]

阶数	模拟值/Hz	文献[14]实测值/Hz	相对误差/%
1 阶	0.626	0.601	4.16
2 阶	1.772	1.660	6.75

注:相对误差 = |(模拟值 - 实测值) / 实测值| × 100%

3 地震响应分析

为提升计算效率,首先对上部木结构输入三向 Taft 波以分析其弱水平刚度方向,然后沿弱水平刚度方向和竖直方向分别输入 El Centro 波、Taft 波及 Tianjin 波,以研究木塔的地震响应规律。

3.1 上部木结构弱水平刚度方向分析

建立了 1:1 的 2 层明层及 3 层平座层有限元模型(见图 4),并对其输入 X 向(木塔东西方向)、Y 向(木塔南北方向)和 Z 向(木塔竖直方向)Taft 波地震激励,主震方向分别取 X 向和 Y 向,加速度峰值取 250 cm/s²。X 向、Y 向及 Z 向输入激励的峰值加速度比分别为 1:0.85:0.65 和 0.85:1:0.65。

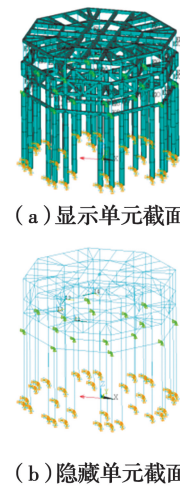


图 4 2 层明层及 3 层平座层有限元模型

Fig. 4 Finite element model of the second bright storey and the third hidden storey

图 5 为不同主激振方向参考点(2 层明层外槽柱顶测点)的位移时程曲线。当 X 向为主激振方向时,参考点 X 向最大位移为 207.12 mm, Y 向最大位

移为 190.80 mm。X 向最大位移比 Y 向大 8.60%。当 Y 向为主激振方向时,参考点 X 向最大位移为 175.14 mm,Y 向最大位移为 224.40 mm,Y 向最大位移较 X 向大 28.13%。参考点在 Y 向为主激振方向时,Y 向的最大位移较 X 向为主激振方向时 X 向最大位移大 8.15%。说明上部木结构的 Y 向抗侧刚度小于 X 向,上部木结构的 Y 向(东西方向)为弱水平刚度方向。

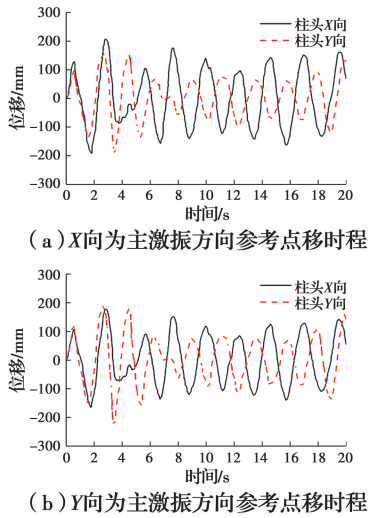


图 5 不同主激励方向下参考点位移时程曲线

Fig. 5 Displacement time-history curves of the reference point under different main excitation directions

图 6 为不同主激振方向参考点加速度时程曲线对比图。可以看出,X 向为主激振方向时,X 向最大加速度为 196 cm/s²;Y 向为主激振方向时,Y 向最大加速度为 255 cm/s²。Y 向最大加速度较 X 向大 30.10%。说明木结构模型的 Y 向地震响应明显大于 X 向,上部木结构的 Y 向为弱水平刚度方向,这与位移时程分析所得结论一致。

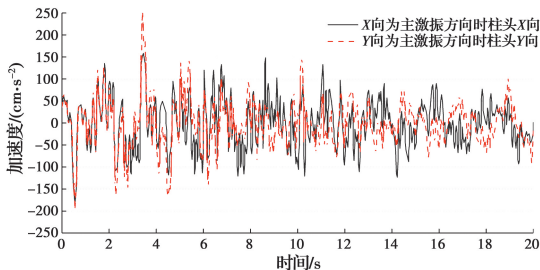


图 6 不同主激励方向下参考点加速度时程曲线

Fig. 6 Acceleration time-history curves of the reference point under different main excitation directions

3.2 上部木结构和考虑台基影响的整体结构地震响应分析

进行结构地震响应分析时,可选择与木塔所在

场地特征相吻合的实际地震记录。木塔地基土偏软,基本属于中硬 II 类场地土^[16],故选用能反映该场地条件且应用较为广泛的 El Centro 波、Taft 波。由于木塔整体刚度较小,为考察长周期地震激励的影响,同时选用 Tianjin 波作为地震激励。分别对上部木结构和考虑台基影响的整体结构沿 Y 向 3 种地震波和 Z 向输入峰值加速度 50、100 cm/s²。Y 向和 Z 向输入峰值加速度比取 1:0.65。各工况均以木塔 5 层外层槽木柱柱顶为参考点。

图 7 为不同工况上部木结构和考虑台基影响的整体结构的位移时程曲线。可以看出,在相同峰值

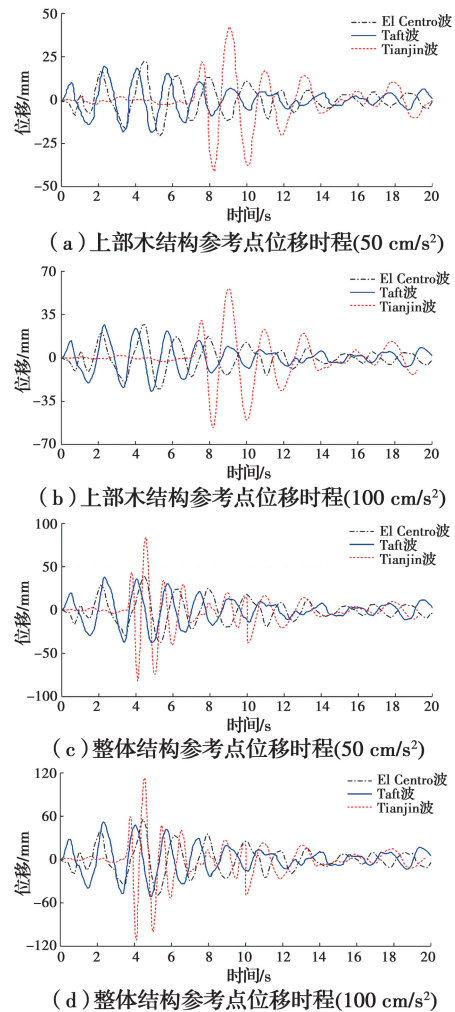


图 7 多工况激励下上部木结构和考虑台基影响的整体结构参考点位移时程曲线

Fig. 7 Displacement time-history curves of the reference point for upper timber frame and overall structure considering the effect of stylobate under multi-excitation conditions

加速度作用下,3 条地震波所引起的模型结构位移响应绝对值大小排序为 Tianjin 波>El Centro 波≈Taft 波。当峰值加速度相同时,Tianjin 波激励下的

上部木结构和考虑台基影响的整体结构参考点的最大位移明显大于其他地震波激励时对应的最大位移。这是由于 Tianjin 波属于长周期地震波,其主要频率集中于 0~3 Hz,与上部木结构和考虑台基影响的整体结构的自振频率分布范围相重合。由此可见,具有长周期特征的地震波激励会对应县木塔产生严重影响,在木塔日常振动监测中应给予重点关注。

表 7、表 8 分别为峰值加速度为 50、100 cm/s² 的不同地震波作用下上部木结构和考虑台基影响的整体结构的地震响应。随输入地震波峰值加速度的增大,上部木结构和考虑台基影响的整体结构的位移和加速度响应均增大。图 8 为在峰值加速度为 50 cm/s² 和 100 cm/s² 的不同地震波激励下上部木结构和考虑台基影响的整体结构的动力系数,各工况的动力系数基本小于 1,木塔结构上测点的地震响应较输入激励均减小。这是由于上部木结构中半刚性榫卯节点以及斗拱铺作层发挥了较明显的减隔震作用。由图 8、表 7 及表 8 可知,除 El Centro 波激励外,随输入激励的峰值加速度增大,半刚性榫卯节点和各层铺作层耗能减震作用不断提升,上部木结构和考虑台基影响的整体结构的动力系数均减小。总

体来看,应县木塔具有较良好的耗能减震能力,在较小地震波激励下,其耗能能力随着地震动强度的增大而有所增强。

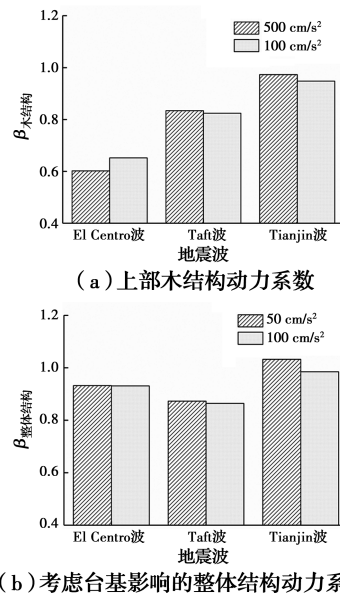


图 8 上部木结构和考虑台基影响的整体结构动力系数
Fig. 8 Dynamic coefficients of upper timber frame and overall structure considering the effect of stylobate

表 7 峰值加速度为 50 cm/s² 时地震波激励下上部木结构和考虑台基影响的整体结构的地震响应

Table 7 Seismic responses of upper timber frame and overall structure considering the effect of stylobate under peak acceleration of 50 cm/s²

地震波	$d_{木结构}/mm$	$a_{木结构}/(cm \cdot s^{-2})$	$\beta_{木结构}$	$d_{整体结构}/mm$	$a_{整体结构}/(cm \cdot s^{-2})$	$\beta_{整体结构}$
El Centro 波	23	30.1	0.602	28	46.6	0.932
Taft 波	20	41.7	0.834	27	43.7	0.873
Tianjin 波	42	48.7	0.973	56	51.6	1.032

注: $d_{木结构}$ 、 $d_{整体结构}$ 分别为上部木结构和考虑台基影响的整体结构的最大位移响应绝对值; $a_{木结构}$ 、 $a_{整体结构}$ 分别为上部木结构和考虑台基影响的整体结构的最大加速度绝对值; $\beta_{木结构}$ 、 $\beta_{整体结构}$ 分别为上部木结构和考虑台基影响的整体结构的动力系数。

表 8 峰值加速度为 100 cm/s² 时地震波激励下上部木结构和考虑台基影响的整体结构的地震响应

Table 8 Seismic responses of upper timber frame and overall structure considering the effect of stylobate under peak acceleration of 100 cm/s²

地震波	$d_{木结构}/mm$	$a_{木结构}/(cm \cdot s^{-2})$	$\beta_{木结构}$	$d_{整体结构}/mm$	$a_{整体结构}/(cm \cdot s^{-2})$	$\beta_{整体结构}$
El Centro 波	40	65.2	0.652	54	93.1	0.931
Taft 波	38	82.4	0.824	52	86.4	0.864
Tianjin 波	85	94.8	0.948	113	98.5	0.985

图 9 为在峰值加速度为 50、100 cm/s² 时 El Centro 波激励下上部木结构和考虑台基影响的整体结构的位移和加速度时程曲线。可以看出,在相同峰值加速度的同种地震波激励下,考虑台基影响

的整体结构的加速度和位移响应均大于上部木结构。因此,对应县木塔进行地震响应分析时,若不考虑八角形台基的影响会导致计算结果偏不安全。

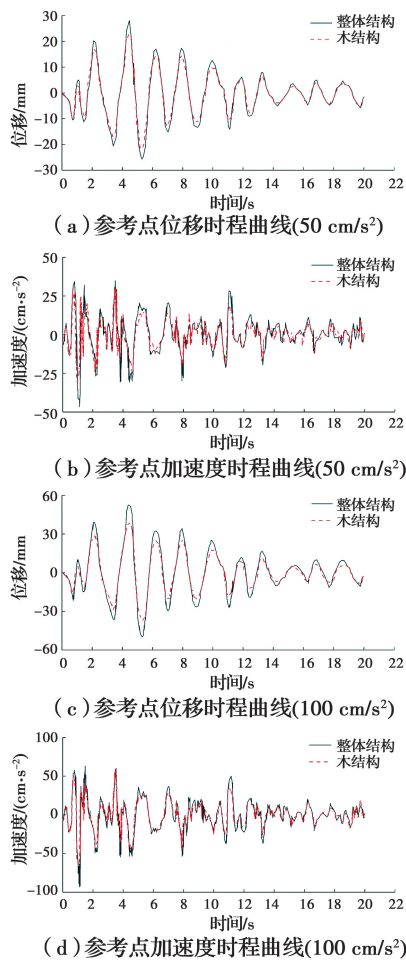


图9 El Centro波激励下参考点位移和加速度时程曲线
Fig.9 Displacement and acceleration time-history curves of the reference point under the El Centro wave excitation

4 结论

建立了应县木塔台基、上部木结构及考虑台基影响的整体结构有限元模型,分别对上部木结构和考虑台基影响的整体结构模型进行了地震响应分析。得到以下主要结论:

1)八角形台基具有较高的自振频率且各阶频率比较接近,当上部木结构的高阶频率与台基频率接近时,上部木结构自振频率受台基影响较大。

2)上部木结构的Y向(木塔东西方向)抗侧刚度小于X向(木塔南北方向),因此,Y向为弱水平刚度方向,可在木塔的东西方向布设交叉支撑,提高结构在弱刚度方向的抗侧能力。

3)当峰值加速度相同时,不同地震波所引起的地震响应大小排序为:Tianjin波>El Centro波 \approx Taft波。具有长周期特征的地震波激励对木塔影

响较大,应重点加固破坏严重的榫卯节点,适当减小结构自振周期,以减小木塔的位移响应。

4)随着输入地震波峰值加速度的增大,上部木结构和考虑台基影响的整体结构的动力系数均呈减小趋势,在相同峰值加速度的同种地震波激励下,考虑台基影响的整体结构的加速度和位移响应均大于仅考虑上部木结构的情况。

参考文献:

- [1] 宋晓滨, 吴亚杰, 罗烈, 等. 传统楼阁式木结构塔振动台试验研究[J]. 建筑结构学报, 2017, 38(2): 10-19. SONG X B, WU Y J, LUO L, et al. Shaking table test on a traditional pavilion-style wooden pagoda [J]. Journal of Building Structures, 2017, 38(2): 10-19. (in Chinese)
- [2] 陈志勇. 应县木塔典型节点及结构受力性能研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011. CHEN Z Y. Behaviour of typical joints and the structure of Yingxian wood pagoda [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011. (in Chinese)
- [3] 陈志勇, 祝恩淳, 潘景龙. 应县木塔精细化结构建模及水平受力性能分析[J]. 建筑结构学报, 2013, 34(9): 150-158. CHEN Z Y, ZHU E C, PAN J L. Lateral structural performance of Yingxian Wood Pagoda based on refined FE models [J]. Journal of Building Structures, 2013, 34(9): 150-158. (in Chinese)
- [4] 李铁英, 魏剑伟, 张善元, 等. 木结构双参数地震损坏准则及应县木塔地震反应评价[J]. 建筑结构学报, 2004, 25(2): 91-98. LI T Y, WEI J W, ZHANG S Y, et al. Double parameter seismic damage criterion on wooden structure and seismic response appraisal on Yingxian wooden tower [J]. Journal of Building Structures, 2004, 25(2): 91-98. (in Chinese)
- [5] 赵鸿铁, 马辉, 薛建阳, 等. 高台基古建筑木结构动力特性及地震反应分析[J]. 地震工程与工程振动, 2011, 31(3): 115-121. ZHAO H T, MA H, XUE J Y, et al. Analysis of dynamic characteristics and seismic responses of the ancient timber building on high-platform base [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2011, 31(3): 115-121. (in Chinese)
- [6] WU C W, XUE J Y, ZHOU S Q, et al. Seismic

- performance evaluation for a traditional Chinese timber-frame structure [J/OL]. International Journal of Architectural Heritage. <https://doi.org/10.1080/15583058.2021.1894503>.
- [7] XIE Q F, WANG L, ZHANG L P, et al. Seismic behaviour of a traditional timber structure: Shaking table tests, energy dissipation mechanism and damage assessment model [J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2019, 17(3): 1689-1714.
- [8] SAKAI H, IZUNO K, SAKO K, et al. Seismic assessment of Japanese traditional wooden structure by dynamic interaction numerical analysis of surrounding ground [J]. Journal of Natural Disaster Science, 2014, 35(1): 1-20.
- [9] WANG J, HE J X, YANG N, et al. Study on aseismic characteristics of Tibetan ancient timber structure [J]. Advances in Materials Science and Engineering, 2017, 2017: 1-15.
- [10] 侯卫东, 王林安, 永昕群. 应县木塔保护研究[M]. 北京: 文物出版社, 2016.
- HOU W D, WANG L A, YONG X Q. Research and protection of Yingxian Wooden Pagoda [M]. Beijing: Culture Relics Publishing House, 2016. (in Chinese)
- [11] 王瑞鹏. 考虑台基影响的应县木塔地震模拟分析及加固方法的探讨[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2018.
- WANG R P. Seismic analysis of Yingxian Wooden Tower considered the effect of tower base and the discussion for the new set of enhancement programme [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2018. (in Chinese)
- [12] 陈明达. 应县木塔[M]. 北京: 文物出版社, 1966.
- CHEN M D. Yingxian Wooden Pagoda [M]. Beijing: Culture Relics Publishing House, 2016. (in Chinese)
- [13] 袁建力, 陈韦, 王珏, 等. 应县木塔斗栱模型试验研究[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(7): 66-72.
- YUAN J L, CHEN W, WANG J, et al. Experimental research on bracket set models of Yingxian Timber Pagoda [J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(7): 66-72. (in Chinese)
- [14] 浩飞虎. 应县木塔动力特性试验研究及变形分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2019.
- HAO F H. Study on dynamic characteristics test and deformation analysis of Ying County Wooden Pagoda [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture & Technology, 2019. (in Chinese)
- [15] 魏剑伟, 李铁英, 张善元, 等. 应县木塔地基工程地质勘测与分析[J]. 工程地质学报, 2003, 11(1): 70-78.
- WEI J W, LI T Y, ZHANG S Y, et al. Engineering-geological surveying and analysis of Yingxian Wooden Tower foundation [J]. Journal of Engineering Geology, 2003, 11(1): 70-78. (in Chinese)

(编辑 胡玲)