

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.121



开放科学(资源服务)标识码(OSID):



考虑柱体摇摆效应的半刚性榫卯柱架 弹性抗侧刚度简化计算方法

张锡成, 胡成明, 韩乙楠

(西安建筑科技大学 土木工程学院; 结构工程与抗震教育部重点实验室, 西安 710055)

摘要:为了准确描述半刚性榫卯柱架在水平荷载下的抗侧行为,提出能够综合考虑榫卯节点半刚性和柱体摇摆效应的弹性杆-弹簧单元的简化分析模型。分别采用直接刚度法和静力凝聚法计算得到柱架的整体刚度矩阵和抗侧刚度表达式,通过计算值和拟静力试验结果的对比,验证了模型的有效性。选取木材弹性模量、榫卯刚度、柱高及竖向荷载为研究对象进行拓展参数分析,结果表明:考虑柱体摇摆的柱架抗侧刚度明显大于不考虑时的刚度;弹性模量对抗侧刚度的影响很小;柱体摇摆对柱架抗侧刚度的影响程度随节点刚度的增大而逐渐降低;柱高越大,柱架的抗侧刚度越小;竖向荷载对柱架的抗侧性能有明显的提升作用。根据参数分析结果,进一步提出基于刚性杆-弹簧单元的实用计算方法,计算误差稳定在10%左右,可以满足工程精度要求。

关键词:木结构古建筑;榫卯节点;柱体摇摆;抗侧刚度;恢复力模型

中图分类号: TU366.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2022)02-0072-11

Simplified calculation method for elastic lateral stiffness of semi-rigid mortise-tenon frame considering rocking column

ZHANG Xicheng, HU Chengming, HAN Yinan

(School of Civil Engineering; Key Lab of Structural Engineering and Earthquake Resistance, Ministry of Education, Xi'an University of Architecture & Technology, Xi'an 710055, P. R. China)

Abstract: In order to accurately describe the lateral behavior of semi-rigid mortise-tenon frame under horizontal load, a simplified analysis model with elastic rod-spring element is proposed, which can comprehensively consider the semi-rigid effect of mortise-tenon joint and rocking column effect. The global stiffness matrix and lateral stiffness expression of the frame are obtained by direct stiffness method and static condensation method respectively. The proposed model is verified by comparing the calculated values with the low cyclic loading test results. The wood elastic modulus, mortise-tenon stiffness, column height and vertical load were selected as analytical parameters. The parameter results show that the lateral

收稿日期: 2021-03-25

基金项目: 国家自然科学基金(51508454); 陕西省自然科学基金基础研究基金(2019JM-078)

作者简介: 张锡成(1984-), 男, 博士, 副教授, 主要从事古建筑木结构抗震及加固保护研究, E-mail: xicheng-zhang@163.com。

Received: 2021-03-25

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 51508454); Natural Science Foundation of Shaanxi Province (No. 2019JM-078)

Author brief: ZHANG Xicheng (1984-), PhD, associate professor, main research interests: seismic and reinforcement protection of ancient timber structures, E-mail: xicheng-zhang@163.com.

stiffness of the frame with consideration of rocking column is significantly greater than that without consideration. The influence of elastic modulus on the lateral stiffness is very small; The influence of rocking column on the lateral stiffness is gradually reduced with the increase of joint stiffness; The higher the column height, the smaller the column lateral stiffness. The vertical load can significantly improve the lateral performance of the frame. According to the results of parameter analysis, a practical calculation method based on rigid rod-spring element is further proposed. The calculation error is stable at about 10%, which can meet the requirements of engineering accuracy.

Keywords: ancient timber building; mortise-tenon joint; rocking column; lateral stiffness; restoring force model

中国传统木结构建筑风格鲜明,结构形制独特,具有极其重要的历史、艺术及科学研究价值,其最为鲜明的结构特点是梁柱之间采用榫卯连接。据历史资料记载,木结构古建筑在遭遇强烈地震时的震害往往是“墙倒而屋不塌”^[1],榫卯连接而成的柱架完好无损或柱脚略微滑移,表现出了优良的抗震性能。因此,研究榫卯节点在反复荷载作用下的力学性能具有重要的科学价值和现实意义。

目前,关于木结构古建筑中柱架力学性能的研究主要集中在榫卯连接受力机理以及柱脚连接受力性能等方面。在榫卯连接研究方面,方东平等^[2]对西安北门箭楼进行了现场以及缩尺模型的激振试验,证实了榫卯节点具有半刚性的结构属性,且节点的刚度对结构整体刚度影响很大;姚侃等^[3]、谢启芳等^[4]、张锡成等^[5]通过典型榫卯连接的试验研究和理论分析系统研究了节点的半刚性连接特性,提出了不同榫卯节点形式的恢复力模型及简化分析力学模型;潘毅等^[6]、周乾等^[7]、高永林等^[8]根据对透榫及燕尾榫节点试验结果的分析,建立了以弹性点、屈服点与极限点为特征点的三折线多参数 $M-\theta$ 力学模型;淳庆等^[9]、陈庆军^[10]分别对江浙地区、广州地区榫卯榫节点进行了低周反复荷载试验,研究了其抗震性能。Li 等^[11]采用基于等效框架的虚拟荷载法和基于等效框架的 D 值法对双跨传统木构架进行了研究;Chang 等^[12]研究了带有缝隙的台湾传统木构建筑榫卯节点,基于 Hankinson 公式推导了该类节点的刚度计算式。

在柱脚连接方面,姚侃等^[13]基于古建筑柱础与柱架的特性分析,建立了柱与柱础的摩擦滑移隔震体系模型,并给出柱脚摩擦滑移判定条件;贺俊筱等^[14]、王娟等^[15]发现木柱摇摆会产生较大的恢复力,柱脚在摇摆状态下的受力性能对整体结构的稳定性和整体性有着重要的影响;高潮等^[16]通过理论

分析研究了受水平地震作用的古建筑木结构柱非线性响应,发现柱顶荷载对木柱抵抗倾覆有明显效果。Lee 等^[17]通过柱脚局部受压试验得到了木柱转角与水平力之间的关系;Maeno 等^[18]通过柱架的拟静力试验得出了整个构架的恢复力模型和榫卯节点的恢复力模型,计算得到了基于摇摆现象的木柱恢复力模型。

上述研究均未涉及半刚性榫卯柱架抗侧刚度的计算分析问题,且未考虑柱体摇摆效应的影响。为此,笔者对半刚性榫卯柱架抗侧刚度简化计算方法进行研究,并考虑柱体摇摆效应的贡献,提出考虑柱体摇摆效应的榫卯柱架简化力学模型及抗侧刚度简化计算公式,并基于试验研究验证了该模型和公式的有效性。

1 柱体的摇摆效应

1.1 木结构古建筑中柱体的摇摆效应

木结构古建筑中柱脚采用平摆浮搁式做法(图1),直接将柱体平置于柱底的础石之上,属于典型的天然断离式连接。在遭遇地震作用及横风荷载等水平反复荷载作用下,柱体会由于柱脚的反复抬升和复位产生“摇摆效应”。一方面降低了强烈地震作用下柱架本身的延性需求,另一方面减小了础石在倾覆力矩作用下的抗拉需求,减小了地震破坏,起到了



图1 柱脚平摆浮搁式连接

Fig. 1 Flush pendulous connection of column foot

减震效果^[19]。文献[20]通过单层单开间空间柱架结构的振动台试验研究发现:结构水平地震作用下的变形主要集中在柱架层,柱架层的变形以侧向变形为主,柱体产生明显的摇摆效应。且由于柱架层和斗拱层刚度的较大差异,斗拱层侧向变形很小,可以忽略不计,柱体的摇摆会导致上部荷载作用点的偏移,由上柱截面形心位置移动到最外侧边缘,如图2所示。这种现象仅在单层带斗拱建筑中被发现,多层木结构古建筑中是否存在此现象尚缺乏深入研究。

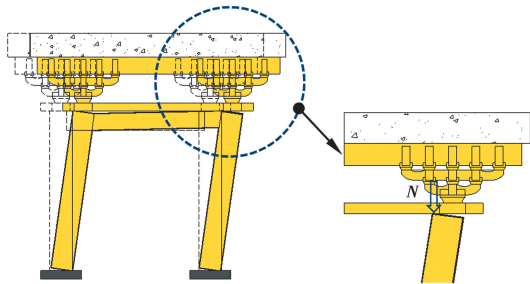


图2 柱架的摇摆效应

Fig. 2 Rocking effect of column frame

若将柱体视为刚体(图3),水平荷载 P 和竖向荷载 N 共同作用下产生侧向位移 δ ,由静力平衡条件可推导出三者的关系式为

$$P = \frac{N(d_c - \delta)}{l_c} \quad (1)$$

式中: P 为由于柱体摇摆产生的倾斜恢复力, N ; N 为竖向荷载, N ; d_c 、 l_c 分别为木柱的直径和高度,mm; δ 为木柱侧移变形。

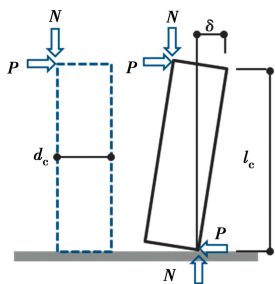


图3 柱体摇摆的刚体计算示意图

Fig. 3 Calculation diagram of rigid body considering rocking column

根据上述刚体理论计算的柱体摇摆产生的 P - δ 曲线为一条倾斜的直线,如图4所示,图中的 P_0 可看作将木柱视为刚体时由于竖向荷载引起的柱体摇摆恢复力。然而,由于木材的弹塑性性质,柱脚和柱头的边缘会由于压力作用产生顺纹方向的塑性变形,进而影响受力分析时合力作用点位置的确定。

因此,考虑实际变形后柱体摇摆的 P - δ 曲线与刚体曲线相差较大,根据已有试验研究结果^[18]可知,试验得到的 P - δ 曲线为一条曲线(图4)。值得注意的是, P_0 是刚体柱在转动过程中的最大恢复力。而实际上,考虑变形体变形后其柱脚转动的最大恢复力 P_{max} 应该小于 P_0 ,根据试验拟合到二者的关系为^[21]

$$P = P_0 \left\{ 1 - \frac{\delta}{d_c} + 0.99625 \exp(-7.5675\delta/d_c) - \frac{1.9963}{25\delta/d_c + 1} \right\} \quad (2)$$

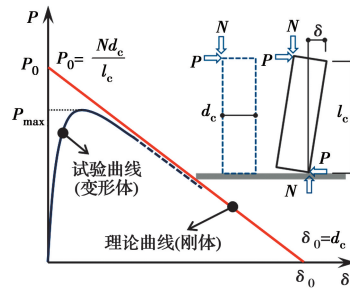


图4 柱体摇摆产生的 P - δ 恢复力曲线

Fig. 4 P - δ restoring force curve of rocking column

1.2 考虑摇摆效应的柱体简化模型

为便于建立简化模型,忽略柱体的弯曲变形和剪切变形,并通过在柱脚引入一个转动刚度为 k_f 的旋转弹簧(图5)。考虑柱体在摇摆过程中产生的恢复力,根据静力等效原则,建立二者的关系为

$$Pl_c = k_f \theta \quad (3)$$

$$k_f = \frac{Pl_c}{\theta} = \frac{Pl_c}{\delta/l_c} = \frac{Pl_c^2}{\delta} = k_c l_c^2 \quad (4)$$

式中: k_c 为柱体摇摆产生的侧向刚度, $k_c = P/\delta$ 。

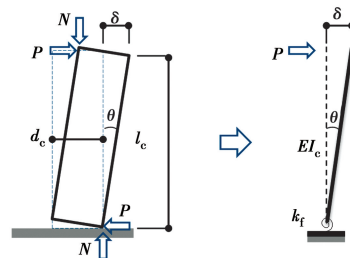


图5 考虑摇摆效应的柱体简化模型

Fig. 5 Simplified model considering rocking column

1.3 柱体摇摆的恢复力模型

日本学者通过大量试验研究,提出了木结构古建筑柱体摇摆状态下的倾斜恢复力模型^[22],如图6(a)所示。由图6(a)可知,柱体的摇摆状态可以分成3个阶段(图6(b)),状态①:当 $\delta \leq 0.1d_c$ 时,柱体

侧移较小,将产生抵抗侧向变形的恢复力(正值);状态②:当 $0.1d_c < \delta \leq d_c$ 时,柱体侧移较大,但仍未超过柱径,也将产生抵抗侧向变形的恢复力(正值);状态③:当 $\delta > d_c$ 时,柱体侧移大于柱径,将产生与侧向变形方向一致的恢复力(负值),结构发生倒塌。其中,状态①可以作为计算柱架侧向刚度的依据。

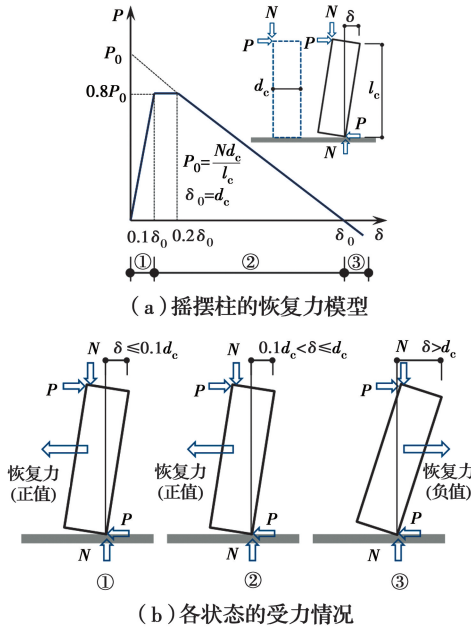


图 6 摇摆柱的恢复力模型及各状态的受力情况
Fig. 6 Restoring force model of rocking column and stress distribution in each condition

由图 6(a)中的恢复力模型以及公式(4)可以得出图 5 中所采用柱脚旋转弹簧的恢复力模型,如图 7 所示。

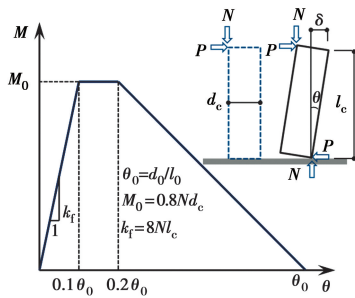


图 7 柱脚旋转弹簧的恢复力模型
Fig. 7 Restoring force model of rotating spring representing column base

值得注意的是,此模型仅适用于柱体摇摆导致上部荷载作用点偏移到柱体上表面最外侧边缘的情况。对于荷载作用点位置不变的情况,仍需进一步引入新的恢复力模型,但此模型与图 7 相比,仅在柱

脚转动刚度 k_r 取值上有所区别,不影响后续的研究过程和结论。

2 柱架抗侧刚度的简化计算

2.1 基于弹性杆-弹簧单元的计算简图

研究表明,当古建筑木柱柱径大于 200 mm 时,需要考虑由于柱架水平变形导致的柱体摇摆效应^[22],因此,以一榀单层单跨柱架为例(图 8(a)),计算大柱径(柱径大于 200 mm,考虑摇摆柱效应)和小柱径(柱径不大于 200 mm,不考虑摇摆柱效应)柱架抗侧刚度时的弹性杆-弹簧单元计算简图分别如图 8(b)、(c)所示。值得注意的是,当柱脚弹簧刚度为零时,图 8(b)所示的计算简图将与图 8(c)相同。

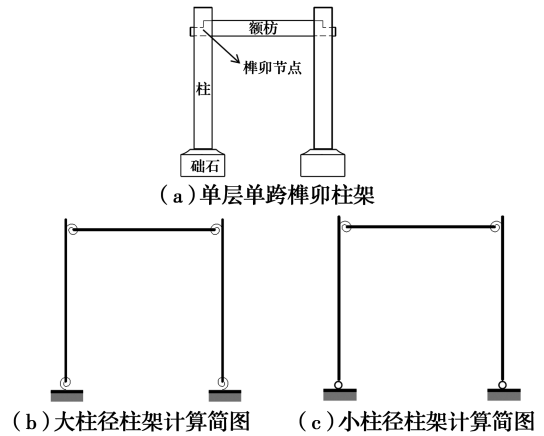


图 8 单层单跨榫卯柱架抗侧刚度计算简图

Fig. 8 Calculation diagram of lateral stiffness of single floor and single-span column frame connected by mortise-tenon joints

2.2 柱架刚度计算

采用直接刚度法^[23]计算柱架的整体刚度矩阵,为了便于求解柱架的抗侧刚度,利用先处理法对节点位移进行编号,如图 9 所示。其中,编号 1 是指柱架的侧移(忽略额枋轴向变形),编号 2~7 是指对应节点的转角位移。

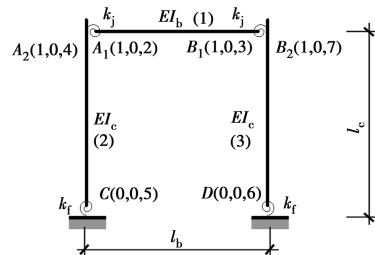


图 9 单元及结点编码

Fig. 9 Unit and connection coding

采用直接刚度法,可以得到柱架的整体刚度矩阵,如式(5)所示。

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{24EI_c}{l_c^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_c}{l_c^2} & \frac{6EI_c}{l_c^2} & \frac{6EI_c}{l_c^2} & \frac{6EI_c}{l_c^2} \\ 0 & \frac{4EI_b}{l_b} + k_j & \frac{2EI_b}{l_b} & -k_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2EI_b}{l_b} & \frac{4EI_b}{l_b} + k_j & 0 & 0 & 0 & -k_j \\ \frac{6EI_c}{l_c^2} & -k_j & 0 & \frac{4EI_c}{l_c} + k_j & \frac{2EI_c}{l_c} & 0 & 0 \\ \frac{6EI_c}{l_c^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_c}{l_c} & \frac{4EI_c}{l_c} + k_f & 0 & 0 \\ \frac{6EI_c}{l_c^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_c}{l_c} + k_f & \frac{2EI_c}{l_c} \\ \frac{6EI_c}{l_c^2} & 0 & -k_j & 0 & 0 & \frac{2EI_c}{l_c} & \frac{4EI_c}{l_c} + k_j \end{bmatrix} \quad (5)$$

由式(5)可知,考虑柱体摇摆效应的半刚性榫卯柱架与常规的框架结构相比,其刚度矩阵的形式并不相同,主要表现在弹簧单元在相邻结点的刚度系数影响上(刚度矩阵中的相关主系数和副系数)。将结点力与结点位移写成分块形式,则有

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{k}_{10} \\ \mathbf{k}_{01} & \mathbf{k}_{00} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{k}_{00} = \begin{bmatrix} \frac{4EI_b}{l_b} + k_j & \frac{2EI_b}{l_b} & -k_j & 0 & 0 & 0 \\ \frac{2EI_b}{l_b} & \frac{4EI_b}{l_b} + k_j & 0 & 0 & 0 & -k_j \\ -k_j & 0 & \frac{4EI_c}{l_c} + k_j & \frac{2EI_c}{l_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2EI_c}{l_c} & \frac{4EI_c}{l_c} + k_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_c}{l_c} + k_f & \frac{2EI_c}{l_c} \\ 0 & -k_j & 0 & 0 & \frac{2EI_c}{l_c} & \frac{4EI_c}{l_c} + k_j \end{bmatrix}$$

令除了侧向力 F_1 之外的所有节点力 \mathbf{F}_0 为零,便可得到柱架的抗侧刚度,由式(6)中的第2个表达式,可将 Δ_0 用 Δ_1 来表示。

$$\Delta_0 = -\mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{01} \Delta_1 \quad (7)$$

再将式(7)回代到式(6)中的第1个表达式,得

$$\mathbf{F}_1 = (\mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{10} \mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{01}) \Delta_1 = \hat{\mathbf{k}}_{11} \Delta_1 \quad (8)$$

式中: $\hat{\mathbf{k}}_{11}$ 为凝聚掉除侧移之外的所有自由度后的聚缩刚度, $\hat{\mathbf{k}}_{11} = \mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{10} \mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{01}$ 。

由式(8)可以得到柱架抗侧刚度为

$$k = \hat{\mathbf{k}}_{11} = \mathbf{k}_{11} - \mathbf{k}_{10} \mathbf{k}_{00}^{-1} \mathbf{k}_{01} \quad (9)$$

结合已有研究成果得出的榫卯刚度计算方法和柱体摇摆的恢复力模型,利用式(9)便可以计算柱架

式中的: F_1 为侧向力; \mathbf{F}_0 为结点力列阵, $\mathbf{F}_0 = \{F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7\}^T$; $\mathbf{k}_{11} = \frac{24EI_c}{l_c^3}$; $\mathbf{k}_{10} = \mathbf{k}_{01}^T = \{0 \ 0 \ \frac{6EI_c}{l_c^2} \ \frac{6EI_c}{l_c^2} \ \frac{6EI_c}{l_c^2} \ \frac{6EI_c}{l_c^2}\}$; Δ_1 为柱架的侧移; Δ_0 为结点位移列阵, $\Delta_0 = \{\Delta_2 \ \Delta_3 \ \Delta_4 \ \Delta_5 \ \Delta_6 \ \Delta_7\}^T$ 。

的抗侧刚度。

3 计算公式试验验证

3.1 试验简介

文献[24]按照《营造法式》设计制作了缩尺比为1:3.52的透榫柱架,并进行了拟静力试验,参考此试验结果作为理论分析的对照。模型采用俄罗斯红松制作,试件尺寸如图10所示,加载方式如图11所示,实测得到木材的弹性模量为10 110 MPa。

3.2 理论计算与试验结果对比分析

采用式(9)计算柱架计算刚度,首先要确定透榫节点的转动刚度 k_j 。为此,将同尺寸同工况(竖向荷

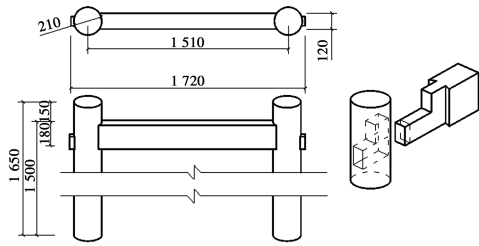


图 10 透榫柱架模型节点构造

Fig. 10 Sketch of column frame model connected by half-penetrated tenon joints

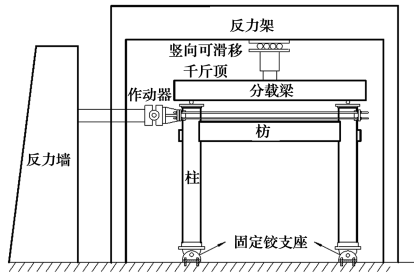


图 11 加载示意图

Fig. 11 Loading setup

载均为 20 kN)下获得的 $M-\theta$ 骨架曲线进行平均化处理,得到其平均骨架曲线^[24],以消除木材材性离散性造成的误差,如图 12 所示。再将平均骨架曲线进行多项式拟合,得到其拟合曲线,如图 13 所示,从而可知透榫节点的转动刚度 $k_j=48.40 \text{ kN} \cdot \text{m}/\text{rad}$ 。将计算参数进行归纳汇总,列于表 1。

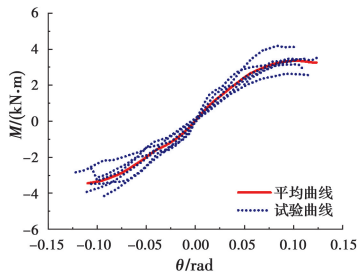


图 12 透榫柱架模型 $M-\theta$ 骨架曲线

Fig. 12 $M-\theta$ skeleton curve of column frame model connected by half-penetrated tenon joints

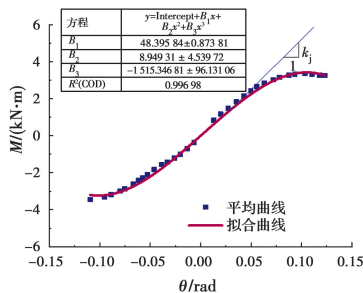


图 13 $M-\theta$ 平均骨架曲线和拟合曲线

Fig. 13 Average $M-\theta$ skeleton curve and fitting curve

表 1 计算参数汇总

Table 1 Summary of calculation parameters

E/MPa	$k_j/(\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$	$k_t/(\text{N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1})$	I_b/mm^4
10 110	4.840×10^7	0	5.832×10^7
I_c/mm^4	l_b/mm	l_c/mm	N/N
9.547×10^7	1 510	1 410	20 000

将表 1 所示参数代入式(9),通过 Matlab 进行矩阵计算,得到试验透榫柱架的抗侧刚度的计算值 $k=46.62 \text{ N}/\text{mm}$ 。

为了得到透榫柱架抗侧刚度的试验值,将测试得到的柱架 $P-\Delta$ 骨架曲线进行平均化处理,得到其平均骨架曲线,如图 14 所示。再将平均骨架曲线进行多项式拟合,得到其拟合曲线,如图 15 所示,从而可知透榫柱架的抗侧刚度试验值 $k=52.74 \text{ N}/\text{mm}$ 。

计算值与试验值的误差为 $(46.62 - 52.74) / 52.74 = -11.6\%$,表明二者的误差较小,所提出的抗侧刚度计算式(9)具有一定的精度,可以用于计算柱架的抗侧刚度,进而为地震作用下结构的抗侧变形验算提供理论依据。值得注意的是,所引证的文献无法考虑柱脚转动刚度的影响,该方法有待后续更多科研人员进行进一步的试验验证。

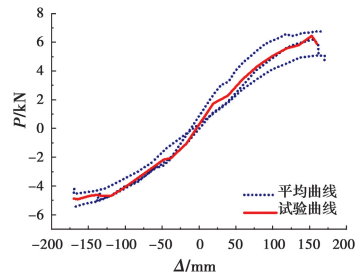


图 14 透榫柱架模型 $P-\Delta$ 骨架曲线

Fig. 14 $P-\Delta$ skeleton curve of column frame model connected by half-penetrated tenon joints

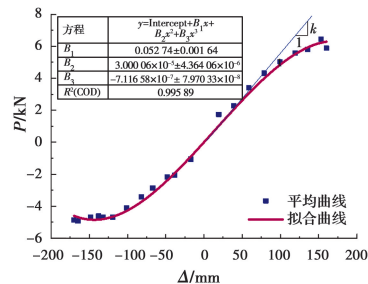


图 15 $P-\Delta$ 平均骨架曲线和拟合曲线

Fig. 15 Average $P-\Delta$ skeleton curve and fitting curve

4 抗侧刚度参数分析

为了进一步研究榫卯柱架各物理参数对其抗侧刚度的影响规律,仍以图 10 所示的柱架为原型,选取木材弹性模量 E 、榫卯刚度 k_j 、柱高 l_c 及竖向荷载 N 为研究对象,基于式(9),采用 Matlab 求解矩阵进行拓展参数分析。

4.1 弹性模量 E 的影响

设原型结构中木材的弹性模量为 E_0 ,计算模型中的为 E ,调整二者之间的比值就可以模拟不同木材类型的影响。表 2 列出了弹性模量不同时计算得到的柱架抗侧刚度值。表中 $E/E_0 = \infty$ 表示杆件为刚性杆件,柱脚旋转弹簧的转动刚度 k_f 按图 7 中所示公式计算: $k_f = 8 \times 20\,000 \times 1\,500 = 2.4 \times 10^8$ $\text{N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ 。

表 2 弹性模量不同时抗侧刚度计算值

Table 2 Calculation value of lateral stiffness with different elastic moduli

E/E_0	抗侧刚度计算值 $k/(\text{N} \cdot \text{mm}^{-1})$	
	不考虑柱体摇摆	考虑柱体摇摆
0.7	45.79	248.44
0.9	46.41	253.89
1	46.62	255.87
2	47.63	265.29
5	48.26	271.37
10	48.47	273.48
100	48.66	275.42
200	48.67	275.53
1 000	48.68	275.61
∞	48.69	275.64

注:考虑柱体摇摆时, $k_f = 2.4 \times 10^8$ $\text{N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$

将表 2 数据绘于图 16 中。由图 16 可以看出,弹性模量相同时,考虑柱体摇摆时的柱架抗侧刚度大于不考虑柱体摇摆时的刚度,说明柱体摇摆对柱架抗侧刚度有较大的贡献。随着弹性模量的增大,柱架抗侧刚度均呈现出先增加后趋于稳定的变化规律,最终收敛于某一数值,即杆件为刚性杆时的抗侧刚度值。总体而言,不考虑柱体摇摆(小柱径结构)时,抗侧刚度计算值离散性较小,说明弹性模量 E 对抗侧刚度的影响较小;考虑柱体摇摆(大柱径结构)时,抗侧刚度计算值离散性略大,但分别对比 $E/E_0 = 0.7$ 和 $E/E_0 = \infty$ 时的计算值可知,二者的差距仅为 $(248.44 - 275.64)/275.64 = -9.87\%$,说明弹性模量 E 对抗侧刚度的影响也很小。因此,可以采

用刚性杆-弹簧单元模型代替弹性杆-弹簧单元模型来计算柱架的抗侧刚度,其误差可控制在工程允许的范围。

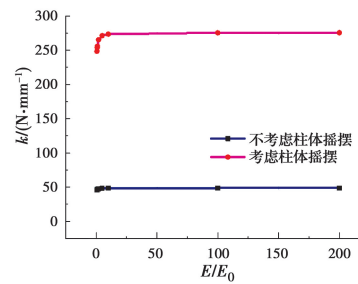


图 16 弹性模量不同时抗侧刚度计算值的变化曲线

Fig. 16 Variation curves of calculated values of lateral stiffness with different elastic moduli

4.2 榫卯刚度 k_j 的影响

设原始结构中榫卯节点的初始刚度为 k_{j0} ,计算模型中榫卯节点的刚度为 k_j ,调整二者比值的大小可以模拟不同的榫卯连接方式。表 3 给出了不同榫卯连接刚度下计算模型的抗侧刚度及其比值 k/k' 。表中 $k_j/k_{j0} = \infty$ 表示节点为刚性节点。

表 3 榫卯刚度不同时计算模型的抗侧刚度

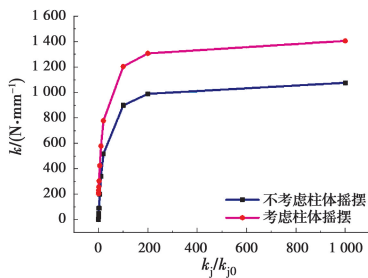
Table 3 Lateral stiffness of calculation model with different mortise and tenon stiffness

k_j/k_{j0}	k'	k	k/k'
0.001	0.05	204.54	4 090.80
0.01	0.49	205.02	418.41
0.1	4.85	209.83	43.26
0.5	23.82	230.73	9.69
1	46.62	255.87	5.49
2	89.46	303.12	3.39
5	199.35	424.58	2.13
10	337.57	577.81	1.71
20	516.70	777.14	1.50
100	897.86	1 204.17	1.34
200	989.06	1 306.93	1.32
1000	1 076.54	1 405.71	1.31
∞	1 100.88	1 433.24	1.30

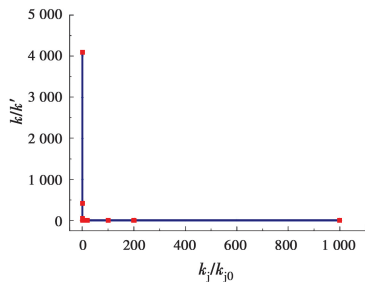
注:考虑柱体摇摆时, $k_f = 2.4 \times 10^8$ $\text{N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ 。 k' 为不考虑柱体摇摆时的抗侧刚度; k 为考虑柱体摇摆时的抗侧刚度。

将表 3 数据绘于图 17 中。由图 17(a)可以看出,榫卯刚度相同时,考虑柱体摇摆时的柱架抗侧刚度要大于不考虑柱体摇摆时的刚度。随着榫卯刚度的增大,柱架抗侧刚度均呈现出先升高后趋于稳定的变化规律,最终收敛于某一数值,即结点刚接时的

抗侧刚度值。总体而言,榫卯刚度对结构抗侧刚度影响较大,由于节点刚度偏小,导致整个柱架的抗侧刚度也较小,接近于柔性框架。由图 17(b)可知,随着节点刚度比 k_j/k_{j0} 的逐渐增大,两种计算模型得到的抗侧刚度比值 k/k' 越来越小,并收敛于 1.3,说明柱体摇摆对柱架抗侧刚度的影响程度随节点刚度的增大而逐渐降低。对于榫卯节点而言,随着木材的老化及干缩变形,其刚度明显退化,实际刚度会略小于或者远远小于原始刚度,即 $k_j/k_{j0} < 1$,此范围为柱架抗侧刚度的敏感区间,抗侧刚度基本与榫卯节点刚度同比例变化。因此,在计算实际结构的抗侧刚度时,有必要考虑柱体摇摆的影响。



(a) 抗侧刚度计算值变化曲线



(b) 抗侧刚度比值变化曲线

图 17 榫卯刚度不同时抗侧刚度计算值及其比值的变化曲线

Fig. 17 Variation curves of calculated values and ratios of lateral stiffness with different stiffness of mortise-tenon joints

4.3 柱高 l_c 的影响

设原始结构中柱高为 l_{c0} , 计算模型中柱高为 l_c , 调整二者比值的大小可以模拟不同柱高的影响。表 4 给出了柱高不同时的抗侧刚度计算值。

表 4 柱高不同时计算模型的抗侧刚度

Table 4 Lateral stiffness of calculation model with different heights of column

l_c/l_{c0}	抗侧刚度计算值 $k/(N \cdot mm^{-1})$	
	不考虑柱体摇摆	考虑柱体摇摆
0.6	142.60	570.20
0.7	101.30	452.09
0.8	75.59	371.19
0.9	58.53	312.42

续表 4

l_c/l_{c0}	抗侧刚度计算值 $k/(N \cdot mm^{-1})$	
	不考虑柱体摇摆	考虑柱体摇摆
1.0	46.62	267.83
1.1	38.00	232.85
1.2	31.55	204.69
1.3	26.60	181.52
1.4	22.72	162.14

注: $l_{c0} = 1\ 410\ mm, N = 2\ 000\ N$ 。

将表 4 数据绘于图 18 中,由图 18 可以看出,柱高相同时,考虑柱体摇摆时的柱架抗侧刚度也大于不考虑柱体摇摆时的刚度。随着柱高的增大,柱架抗侧刚度均呈现出逐渐下降的趋势,表明柱高越大,柱架的抗侧刚度越小,柱高对柱架的抗侧性能有不利影响。

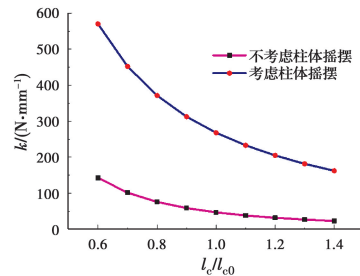


图 18 柱高不同时抗侧刚度计算值的变化曲线

Fig. 18 Variation curves of calculated values of lateral stiffness with different heights of column

4.4 竖向荷载 N 的影响

设原始结构中竖向荷载为 N_0 , 计算模型中竖向荷载为 N , 调整二者比值的大小可以模拟不同竖向荷载(屋盖重量)的影响。表 5 给出了竖向荷载不同时抗侧刚度的计算值。

表 5 竖向荷载不同时计算模型的抗侧刚度

Table 5 Lateral stiffness of calculation model with different vertical loads

N/N_0	抗侧刚度计算值 $k/(N \cdot mm^{-1})$	
	不考虑柱体摇摆	考虑柱体摇摆
0.6	46.62	177.32
0.7	46.62	197.55
0.8	46.62	217.38
0.9	46.62	236.82
1.0	46.62	255.87
1.1	46.62	274.55
1.2	46.62	292.87
1.3	46.62	310.83
1.4	46.62	328.46

注: $N_0 = 2\ 000\ N$ 。

将表5数据绘于图19中。由图19可以看出,竖向荷载相同时,考虑柱体摇摆时的柱架抗侧刚度也大于不考虑柱体摇摆时的刚度;不考虑柱体摇摆时,竖向荷载对柱架抗侧刚度没有影响;考虑柱体摇摆时,随着竖向荷载的增大,柱架抗侧刚度也逐渐增大,表明竖向荷载对柱架的抗侧性能有明显的提升作用,这也揭示了木结构古建筑的大屋盖存在的合理性,厚重的大屋盖可以大幅度提高柱架的抗侧性能,降低水平荷载作用下的侧移变形。

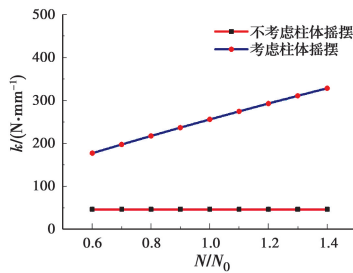


图19 竖向荷载不同时抗侧刚度计算值的变化曲线
Fig. 19 Variation curve of calculated values of lateral stiffness with different vertical loads

5 基于刚性杆-弹簧单元的实用计算方法

5.1 实用计算方法及公式

由前述分析可知,可采用刚性杆-弹簧单元模型代替弹性杆-弹簧单元模型来计算柱架的抗侧刚度,以达到简化计算的目的。刚性杆-弹簧单元模型及其在水平荷载作用下的变形和受力分析如图20所示。

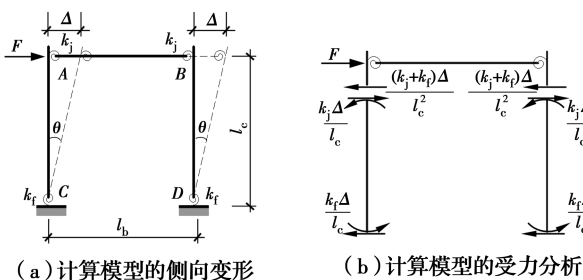


图20 刚性杆-弹簧单元计算模型的侧向变形及受力分析

Fig. 20 Lateral deformation and force analysis of calculation model with rigid rod-spring element

由静力平衡条件很容易推出水平力 F 与水平位移 Δ 之间满足关系的表达式

$$F = \frac{2(k_j + k_f)}{l_c^2} \Delta \quad (10)$$

$$k = \frac{2(k_j + k_f)}{l_c^2} \quad (11)$$

将表1中的数据代入式(11)并与基于弹性杆-弹簧单元导出的抗侧刚度计算式(式(9))进行比较,二者的差值为 $(48.69 - 52.74)/52.74 = -7.69\%$,说明二者误差很小,满足工程精度要求。因此,工程实践中,可以采用基于刚性杆-弹簧单元导出的简化计算式(式(11))计算柱架的抗侧刚度,以快速评估木结构古建筑的抗侧性能。

进一步地,对于多开间、等高柱架结构,其抗侧刚度简化公式为

$$k = \frac{2nk_j + (n+1)k_f}{l_c^2} \quad (12)$$

式中: n 为开间数量,一般取 $1 \sim 11$ 中的奇数。

5.2 实用计算方法误差分析

为了进一步验证式(11)的可靠性,选取榫卯节点刚度为基本变化参数,采用不同计算模型得到的柱架抗侧刚度如表6所示,并将表6数据绘于图21中。

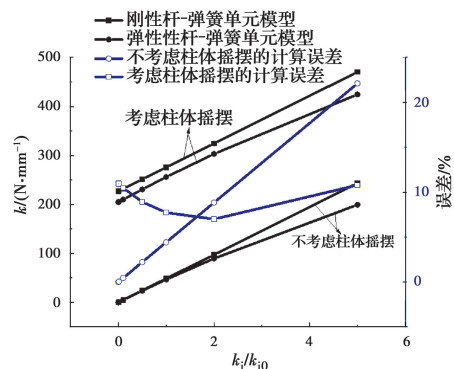


图21 榫卯节点刚度变化时不同计算模型的抗侧刚度曲线
Fig. 21 Lateral stiffness curves of different calculation models considering changing stiffness of mortise-tenon joints

从图21可以看出,不考虑柱体摇摆效应时,基于刚性杆-弹簧单元模型的抗侧刚度简化计算公式的计算结果与基于弹性杆-弹簧单元模型的计算值随着节点刚度的增加逐渐增大,节点刚度越小,二者结果越接近,误差接近于零;当节点刚度增大到5倍时,误差基本控制在25%以内。考虑柱体摇摆效应时,二者的计算误差基本稳定在10%左右。表明采用提出的简化计算公式可以较好地计算榫卯柱架的抗侧刚度。因此,该简化计算公式可用于木结构古建筑的受力和抗侧性能评价。在评价具体工程问题时,可采用现场实测材性数据及相关文献给出的计算公式^[4-6]确定榫卯节点刚度的取值。

表6 榫卯节点刚度变化时不同计算模型的抗侧刚度

Table 6 Lateral stiffness of different calculation models considering changing stiffness of mortise-tenon joints

k_j/k_{j0}	不考虑柱体摇摆			考虑柱体摇摆		
	抗侧刚度 $k/(N \cdot mm^{-1})$		误差/%	抗侧刚度 $k/(N \cdot mm^{-1})$		误差/%
	弹性杆-弹簧单元模型	刚性杆-弹簧单元模型		弹性杆-弹簧单元模型	刚性杆-弹簧单元模型	
0.001	0.05	0.05	0	204.54	227.00	10.98
0.01	0.49	0.49	0	205.02	227.44	10.93
0.1	4.85	4.87	0.44	209.83	231.82	10.48
0.5	23.82	24.34	2.21	230.73	251.29	8.91
1	46.62	48.69	4.42	255.87	275.64	7.73
2	89.46	97.37	8.84	303.12	324.32	6.99
5	199.35	243.43	22.11	424.58	470.38	10.79

注:考虑柱体摇摆时, $k_f = 2.4 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{mm}/\text{rad}$ 。

6 结论

1)在遭遇地震或横风等水平作用时,木结构古建筑中的柱体会由于柱脚的反复抬升和复位产生“摇摆效应”,进而产生较大的恢复力。考虑柱体摇摆的柱架抗侧刚度明显大于不考虑时的刚度,因此在计算榫卯柱架的抗侧刚度时,柱体的“摇摆效应”不可忽略。

2)基于弹性杆-弹簧单元简化模型,采用直接刚度法和静力凝聚法得到了抗侧刚度的计算值。

3)弹性模量对抗侧刚度的影响很小;柱体摇摆对柱架抗侧刚度的影响程度随节点刚度的增大而逐渐降低;柱高越大,柱架的抗侧刚度越小;竖向荷载对柱架的抗侧性能有明显的提升作用。

4)基于刚性杆-弹簧单元的实用计算方法所得计算刚度值与弹性杆-弹簧单元的计算结果相差较小,计算误差基本稳定在10%左右,且能够实现快速计算的目的,可用于木结构古建筑的受力分析和抗侧性能评价。

参考文献:

- [1] 潘毅,王超,季晨龙,等.汶川地震中木结构古建筑的震害调查与分析[J].建筑科学,2012,28(7):103-106.
PAN Y, WANG C, JI C L, et al. Investigation and analysis of seismic damage for Chinese ancient timber buildings in Wenchuan earthquake [J]. Building Science, 2012, 28(7): 103-106. (in Chinese)
- [2] 方东平,俞茂宏,宫本裕,等.木结构古建筑结构特性的实验研究[J].工程力学,2000,17(2):75-83.
FANG D P, YU M H, MIYAMOTO Y, et al. Experimental studies on structural characteristics of ancient timber architectures [J]. Engineering

Mechanics, 2000, 17(2): 75-83. (in Chinese)

- [3] 姚侃,赵鸿铁,葛鸿鹏. 古建木结构榫卯连接特性的试验研究[J]. 工程力学, 2006, 23(10): 168-173.
YAO K, ZHAO H T, GE H P. Experimental studies on the characteristic of mortise-tenon joint in historic timber buildings [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(10): 168-173. (in Chinese)
- [4] 谢启芳,杜彬,钱春宇,等. 古建筑木结构燕尾榫节点弯矩-转角模型研究[J]. 工程力学, 2016, 33(8): 39-44.
XIE Q F, DU B, QIAN C Y, et al. Study on the moment-rotation model of the dovetail mortise-tenon joint of ancient timber buildings [J]. Engineering Mechanics, 2016, 33(8): 39-44. (in Chinese)
- [5] 张锡成,代武强,薛建阳. 带空隙透榫节点弯矩-转角关系理论分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2018, 45(5): 125-133.
ZHANG X C, DAI W Q, XUE J Y. Theoretical analysis on moment-rotation relationship of through-tenon joint with gap [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(5): 125-133. (in Chinese)
- [6] 潘毅,安仁兵,王晓玥,等. 古建筑木结构透榫节点力学模型研究[J]. 土木工程学报, 2020, 53(4): 61-70, 82.
PAN Y, AN R B, WANG X Y, et al. Study on mechanical model of through-tenon joints in ancient timber structures [J]. China Civil Engineering Journal, 2020, 53(4): 61-70, 82. (in Chinese)
- [7] 周乾,闫维明,周锡元,等. 古建筑榫卯节点抗震性能试验[J]. 振动测试与诊断, 2011, 31(6): 679-684, 808.
ZHOU Q, YAN W M, ZHOU X Y, et al. Aseismic behavior of Chinese ancient tenon-mortise joint [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2011, 31(6): 679-684, 808. (in Chinese)

- [8] 高永林, 陶忠, 叶燎原, 等. 传统木结构典型榫卯节点基于摩擦机理特性的低周反复加载试验研究[J]. 建筑结构学报, 2015, 36(10): 139-145.
GAO Y L, TAO Z, YE L Y, et al. Low-cycle reversed loading tests study on typical mortise-tenon joints of traditional timber building based on friction mechanism [J]. Journal of Building Structures, 2015, 36(10): 139-145. (in Chinese)
- [9] 淳庆, 吕伟, 王建国, 等. 江浙地区抬梁和穿斗木构体系典型榫卯节点受力性能[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2015, 45(1): 151-158.
CHUN Q, LÜ W, WANG J G, et al. Mechanical properties of typical mortise-tenon joints of post and lintel construction and column and tie construction of timber buildings in Jiangsu Province and Zhejiang Province [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2015, 45(1): 151-158. (in Chinese)
- [10] 陈庆军, 彭章锋, 蔡健, 等. 广府古建筑木结构箍头榫节点抗震性能研究[J]. 建筑结构学报, 2019, 40(10): 168-179.
CHEN Q J, PENG Z F, CAI J, et al. Seismic behavior of hoop head tenon-mortise joint in ancient wood structures in Guangfu [J]. Journal of Building Structures, 2019, 40(10): 168-179. (in Chinese)
- [11] LI X W, ZHAO J H, MA G W, et al. Experimental study on the seismic performance of a double-span traditional timber frame [J]. Engineering Structures, 2015, 98: 141-150.
- [12] CHANG W S, HSU M F, KOMATSU K. Rotational performance of traditional Nuki joints with gap I: Theory and verification [J]. Journal of Wood Science, 2006, 52(1): 58-62.
- [13] 姚侃, 赵鸿铁. 木构古建筑柱与柱础的摩擦滑移隔震机理研究[J]. 工程力学, 2006, 23(8): 127-131, 159.
YAO K, ZHAO H T. Study on the mechanism of sliding friction shock isolation between timber column and plinth in historical buildings [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(8): 127-131, 159. (in Chinese)
- [14] 贺俊筱, 王娟, 杨庆山. 摇摆状态下古建筑木结构木柱受力性能分析及试验研究[J]. 工程力学, 2017, 34(11): 50-58.
HE J X, WANG J, YANG Q S. Theoretical and experimental analysis on mechanical behavior of column in traditional timber structure during rocking [J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(11): 50-58. (in Chinese)
- [15] 王娟, 崔志涵, 杨庆山, 等. 唐代殿堂型木构架柱架摇摆抗侧机理研究[J]. 工程力学, 2019, 36(10): 104-114.
WANG J, CUI Z H, YANG Q S, et al. A study on horizontal resistance mechanism of palace-style wooden frame in Tang dynasty [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(10): 104-114. (in Chinese)
- [16] 高潮, 杨庆山, 王娟, 等. 受水平地震作用的古建筑木结构柱非线性响应研究[J]. 建筑结构学报, 2018, 39(Sup2): 207-214.
GAO C, YANG Q S, WANG J, et al. Nonlinear response study on columns in traditional timber structure under horizontal earthquake action [J]. Journal of Building Structures, 2018, 39(Sup2): 207-214. (in Chinese)
- [17] LEE D, ARAKI Y, ENDO T, et al. Modelling of column base for traditional timber buildings based on local compression experiments at contact surface between column base and foundation stone [J]. Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), 2009, 74: 865-872.
- [18] MAENO M, SUZUKI Y, OHSHITA T, et al. Seismic response characteristics of traditional wooden frame by full-scale dynamic and static tests [C]//The 13th World Conference on Earthquake Engineering, Vancouver, B. C., Canada, 2004: 1184.
- [19] 周颖, 吕西林. 摇摆结构及自复位结构研究综述[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(9): 1-10.
ZHOU Y, LU X L. State-of-the-art on rocking and self-centering structures [J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(9): 1-10. (in Chinese)
- [20] ZHANG X C, XUE J Y, ZHAO H T, et al. Experimental study on Chinese ancient timber-frame building by shaking table test [J]. Structural Engineering and Mechanics, 2011, 40(4): 453-469.
- [21] NAOHITO K. Column rocking resistance in Japanese traditional timber buildings [C]//Proceeding of the International Wood Engineering Conference, Japan, 1996, 1: 186-190.
- [22] ONO T, KAMEYAMA Y, SATO A, et al. Experiments on seismic safety of traditional timber temples Part1: Results of horizontal loading test [C]//9th World Conference on Timber Engineering, Portlan: WCTE, 2006: 383.
- [23] CHOPRA A K. Dynamics of structures: Theory and application to earthquake engineering [M]. Upper Saddle, New Jersey: Prentice Hall, 2000.
- [24] 隋葵. 中国古代木构耗能减震机理与动力特性分析[D]. 西安: 西安建筑科技大学, 2009.
SUI Y. Analysis on energy dissipation mechanism and dynamic characteristic for Chinese ancient timber buildings [D]. Xi'an: Xi'an University of Architecture and Technology, 2009. (in Chinese)