

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.003



开放科学(资源服务)标识码(OSID):



黏土中吸力式桶形破坏包络面数值模拟研究

陈佳莹¹, 滕竟成², 吴则祥³

(1. 中交第三航务工程勘察设计院有限公司, 上海 200032; 2. 香港理工大学 土木与环境工程系, 香港;
3. 温州大学 建筑工程学院, 浙江 温州 325000)

摘要:为了应用高级土体本构对黏土中的吸力桶基础进行完整的有限元模拟,以建立吸力桶基础的破坏包络面,利用有限元方法分析了在不同单调组合荷载作用下固结黏土中的吸力桶基础离心机试验,对比试验结果验证了使用硬化土(HS)本构模型的有效性;通过径向滑移试验进行了大量的有限元分析,进一步研究了竖向力(V)-水平力(H)-弯矩(M)空间的破坏模式。在此基础上描述了H-M平面、V-H平面以及V-H-M空间的破坏包络面。结果表明,H-M破坏包络面类似于倾斜的椭圆;不同竖向荷载对H-M破坏包络面倾斜度的影响可以忽略;H-M破坏包络面的尺寸随着竖向荷载值的增加而减小;竖向荷载和水平荷载之间存在很强的相互影响,即竖向承载力和水平承载力构成的V-H屈服面近似为1/4椭圆,可以看出,H-M倾斜椭圆的大小由竖向荷载控制。基于数值模拟结果提出了在V-H-M空间中表达三维破坏包络面的解析式。

关键词:桶式基础;破坏包络面;黏土;有限元法;循环荷载;宏单元

中图分类号:TU442; TU476 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2022)04-0045-07

Numerical modelling of failure envelope for suction bucket foundation in clay

CHEN Jiaying¹, TENG Jingcheng², WU Zexiang³

(1. CCCC Third Harbor Consultants Co., Ltd, Shanghai 200032, P. R. China; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, P. R. China; 3. College of Civil Engineering and Architecture, Wenzhou University, Wenzhou 325000, Zhejiang, P. R. China)

Abstract: The purpose of this study is to perform a complete finite element (FE) simulation of the suction bucket foundation in clay using advanced soil constitutive model to establish the failure envelope of the suction bucket foundation. Firstly, the Hardening Soil (HS) model is used to analyse the centrifuge tests of suction bucket foundation in normally consolidated clay under different monotonic combined loadings by FE method. The comparisons between testing and simulated results verify the effectiveness of the FE analysis using the HS model. Then, a large number of FE analysis is performed by radial swipe tests, and further extended to the failure mode of V-H-M (vertical force-horizontal force-bending moment) space.

收稿日期:2019-08-11

基金项目:国家自然科学基金(No. 51808407)

作者简介:陈佳莹(1984-),女,主要从事水运工程、水利工程设计,E-mail:chenjy@theidi.com。
吴则祥(通信作者),E-mail:zexiang.wu@wzu.edu.cn。

Received:2019-08-11

Foundation item:National Natural Science Foundation of China (No. 51808407)

Author brief: CHEN Jiaying (1984-), main research interests: water transport engineering and water conservancy engineering, E-mail: chenjy@theidi.com.
WU Zexiang (corresponding author), E-mail: zexiang.wu@wzu.edu.cn.

Based on this, the failure envelope on the $H\text{-}M$ plane, the $V\text{-}H$ plane, and the three-dimensional failure envelope surface in the $V\text{-}H\text{-}M$ space are described. The results show that the $H\text{-}M$ failure envelope is similar to an inclined ellipse; the effect of vertical load on the inclination of the $H\text{-}M$ failure envelope can be ignored; the size of the $H\text{-}M$ failure envelope decreases with the increase of the vertical load; there is a strong interaction between vertical and horizontal loads, i.e., the $V\text{-}H$ yield surface formed by vertical and horizontal bearing capacity is approximately a quarter ellipse. It can be seen that the size of the $H\text{-}M$ inclined ellipse is controlled by the vertical load. Based on all these results of numerical simulations, a new analytical expression is finally proposed to represent the three-dimensional failure envelope of the suction bucket foundation in $V\text{-}H\text{-}M$ space.

Keywords: caisson foundation; failure envelope; clay; finite element method; cyclic loading; macro-element

吸力桶是一种顶部封闭的圆柱形管,它被沉到海底并压入海床,允许海洋沉积土在自重作用下进入,同时将水从其顶部抽出,以产生将其推至足够深度的吸力。其可安装至不同的海底深度,且方便回收,在海洋基础中得到广泛应用^[1-4]。然而,要优化其设计,必须了解吸力桶基础的性能。关于组合荷载下吸力桶-土相互作用的试验研究可分为 3 类:现场实验^[5]、室内模型试验^[6-7]、离心机试验^[8-9]。但基于吸力桶试验的强度包络面研究需要开展数量较多的不同组合荷载试验,这将大大消耗有限的试验资源。数值模拟方法可以用较少的试验标定参数,模拟更多的工况,既合理利用了试验成本,又节约了时间。因此,许多研究人员对黏土中吸力桶基础的特性进行了数值研究,包括安装时的竖向承载力特性^[10-11]以及一般荷载下的承载力特性^[12-13]。许多研究仅采用地勘报告中土的抗剪强度随深度变化剖面图或经验方程的反算方法来校准模型参数^[14-16]。由于数值模拟的可靠性在很大程度上取决于有限元结果是否能正确地再现地基土的非线性响应,因此,推荐直接从代表非线性应力-应变土体特性的常规室内试验结果中获取的土的力学参数,而不是仅间接地从地勘报告或反分析中获得的参数。

笔者采用有限元模拟的方法,基于黏土的硬化(HS)本构模型,对吸力桶基础离心试验进行数值建模和验证,然后模拟不同的荷载组合,以研究吸力桶-土的相互作用关系,并提出竖向力(V)-水平力(H)-弯矩(M)空间的破坏包络面的基本模式。

1 数值模拟

模拟应用商用有限元软件 PLAXIS-3D,并采用 Watson^[8]的黏土中吸力桶基础离心机试验来进行验证。

1.1 试验描述

Watson^[8]开展了大量正常固结高岭土中吸力桶基础的离心机试验。笔者选取 3 个典型的单调荷载试验(包括一组不排水承载力试验和两组侧滑试验)。其离心机模型的基础尺寸为长 390 mm、宽 650 mm、高 325 mm,吸力桶的直径为 50 mm、桶高为 150 mm、裙板厚度为 1 mm 的钢结构。采用 200g 加速度后,模拟的基础实际尺寸为长 78 m、宽 130 m、高 65 m。

1.2 有限元模型

根据原型尺寸(78 m×130 m×65 m)对吸力桶地基建模。利用对称性只需要建一半的模型进行有限元分析,如图 1 所示。模型的 4 个侧面边界上水平位移设置为零(即水平位移约束),底部的垂直和水平位移均为零(即均约束)。有限元网格由 19 664 个 10 节点四面体单元组成,形成 30 098 个节点。已进行过网格敏感度分析以确保此网格足够密、计算结果无网格依赖性。

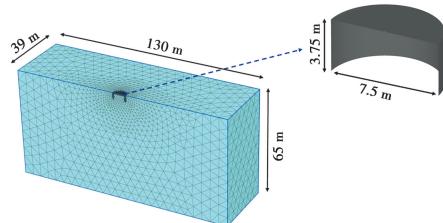


图 1 吸力桶基础 PLAXIS-3D 有限元模型

Fig. 1 FEM model with geometries in PLAXIS-3D

根据 Watson^[8]正常固结高岭土的修正剑桥模型参数取值为:初始孔隙率 $e_0 = 1.27$ 、泊松比 $\nu = 0.3$;压缩指数 $l = 0.278$;膨胀指数 $k = 0.03$;临界状态线的斜率 $M = 0.83$ 。黏土的 HS 模型参数取值为:应力相关系数 $m = 1$;一维压缩参考模量 $E_{oed}^{\text{ref}} = p^{\text{ref}}/\lambda^* = 816.6 \text{ kN/m}^2$ (其中,参考压缩指数 $l^* = l/(1 + e_0)$, p^{ref} 为参考应力);割线参考模量 $E_{50}^{\text{ref}} =$

$1.25E_{\text{ref}}^{\text{ocd}} = 1026.7 \text{ kN/m}^2$; 回弹参考模量 $E_{\text{ur}}^{\text{ref}} \approx p^{\text{ref}} / \kappa^* = 15133.3 \text{ kN/m}^2$ (其中, 参考膨胀指数 $k^* = k / (1 + e_0)$)。

吸力桶模型采用大型商业软件 PLAXIS-3D 的壳单元构建, 如图 1 所示。长宽比(L/D)为 0.5, 其中直径 $D=7.5 \text{ m}$ 。桶盖和裙板由两个刚体单元组成, 两个参考点均位于基座的对称线(中心)处。构建桶模型后, 应用该结构的边界条件, 在 PLAXIS 中定义了平移条件(x, z 自由, y 固定)和旋转条件(x, z 固定, y 自由)。为了对土-结构相互作用进行正确的建模, 设置了裙板和盖子与土的界面, 并采用刚性库仑摩擦模型, 摩擦角为 10.7° (其值为摩擦角 ϕ_c 的一半, 即 $0.5\phi_c$)。

由于吸力桶安装过程仅影响周边有限范围内的土^[17], 故不考虑吸力桶的安装过程。初始应力场根据高岭土的饱和重度 $\gamma_{\text{sat}} = 16.5 \text{ kN/m}^3$ 计算, 静止土压力系数 $K_{\text{nc}}^0 = 1 - \sin \phi_c = 0.64$ 。考虑到高岭土

渗透性弱的特点, 数值模拟采用不排水条件进行。

1.3 离心机试验验证

对 Watson^[8]的 3 个离心机试验进行模拟: 1) 坚向单调压入试验 K1-1; 2) 坚向无荷载($V=0$, 仅考虑吸力桶的自重)的侧向移动试验 K1-2; 3) 坚向压力 V 等于坚向屈服力 V' (其中 $V'/A = 32 \text{ kPa}$)时的侧移试验 K1-3。后两种试验均在吸力桶的加载基准点处受到水平位移的作用。图 2(a)为 K1-1 试验的 v (坚向位移)与 V (坚向力)的关系曲线与硬化模型(HS)得到的数值模拟的对比。其结果显示, HS 模型较为接近试验结果。图 2(b)、(c)为 K1-2 和 K1-3 的试验和模拟结果的比较, HS 模型的预测结果均与试验结果较为接近。其中, 反向加载的误差是由于所采用的土体本构模型没有考虑超固结条件下的塑性应变。尽管试验和数值模拟结果存在一定偏差, 但综合来看, 不同加载方式得到的全部模拟结果还是可接受的。

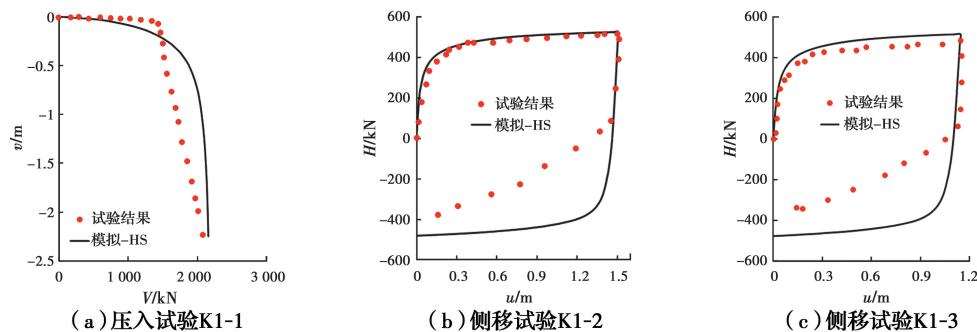


图 2 试验结果与模拟结果的比较

Fig. 2 Comparison between experimental and simulated results

2 H-M-V 空间破坏包络面

2.1 H-M 平面破坏包络面

Gottardi 等^[18]提出了两种位移控制路径确定基础破坏包络面的方法: 1) 滑移试验, 即在地基上施加一定的竖向荷载, 然后再施加较大的水平位移(最大荷载原理), 从而获得在该恒定竖向荷载下的水平承载力 HR ; 2) 径向位移试验, 即水平位移与旋转位移之间比值的增减保持不变。笔者采用径向位移控制法。荷载($V-H-M$)施加在吸力桶基础的加载参考点 LRP 上, 如图 3(a)所示。模型的外径 D 为 7.5 m 、裙边长度 L 为 3.75 m 。

典型的海上风电设备质量约为 600 t , 合计垂直静荷载为 6 MN , 相对较轻。因此, 水平和旋转承载能力的设计至关重要。为了研究 $H-M$ 平面上的破坏面形式, 首先给定不同的恒定径向荷载比, 即将不同的位移作用于吸水桶基础的加载参考点上。如图

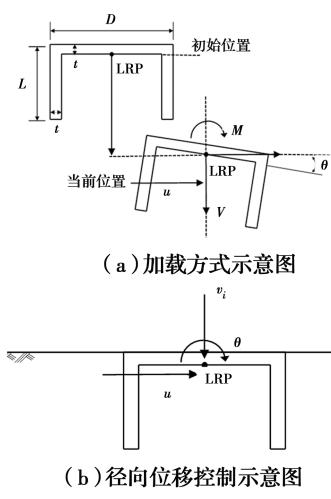


图 3 吸力桶基础示意图

Fig. 3 Schematic plot of suction bucket foundation

3(b)所示, 将一定的竖向荷载施加到指定值 $\chi = V_i / V_0$ (V_0 是屈服竖向荷载), 然后进行径向位移试验。施加足够大的位移, 以确保吸力桶基础达到屈服。

其中 $\chi=0$ 表示仅考虑吸力桶的自重。

图 4 为确定承载力的选择方法:基础破坏的荷载路径末端决定了最终承载能力。通过数值径向位移试验模拟获得的 H - M 平面破坏包络面如图 5(a)所示。水平位移 u 与旋转位移 θ 之比的增量或减量

是恒定的($\partial\theta/\partial u \equiv$ 常数)。破坏包络面通过各个路径屈服点放在一起而得到。从图 5(a)可以看出,黏土中的吸水桶基础破坏包络面的一些结果可归纳为:弯矩对水平承载力有显著影响且水平承载力取决于加载方向;包络面的形状是倾斜的椭圆。

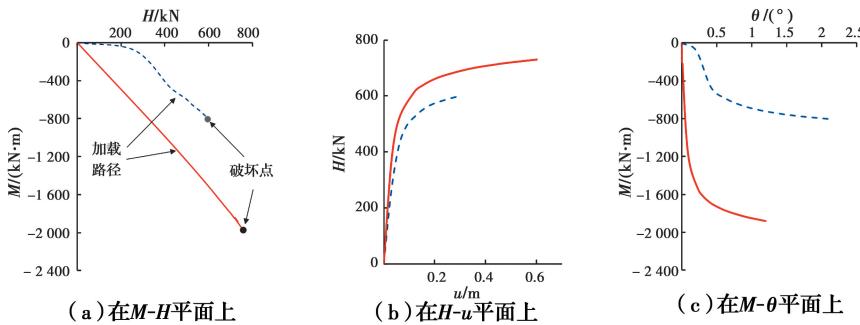


图 4 根据加载路径末端确定屈服点的例子

Fig. 4 Examples of determining the failure points from the end of the loading path

2.2 竖向荷载对 H - M 破坏包络面的影响

在不同的竖向荷载下,吸力桶地基在 H - M 平面上的承载力发生了显著变化。为了量化这种影响,对不同竖向荷载作用下的径向位移试验进行数值模拟。图 5(b)给出了不同竖向荷载下的破坏包络面,由图可见,不同竖向荷载对破坏包络面倾斜度的影响可以忽略;破坏包络面的尺寸随着竖向荷载值的增加而减小。

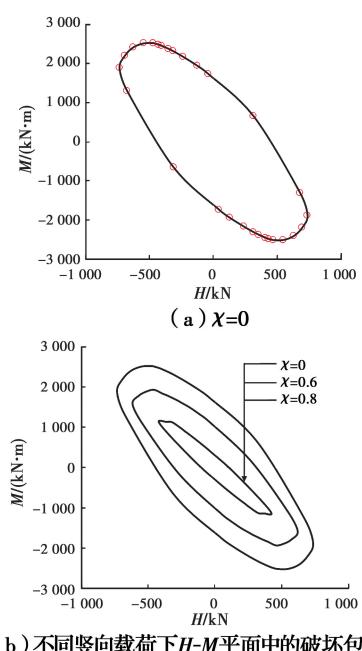


图 5 基于 HS 模型的 H - M 平面上的破坏包络面

Fig. 5 Failure envelopes in H - M plane based on HS models

2.3 H - V 及 H - M - V 破坏包络面

为了确定 H - V 平面的破坏包络面,进行了不同竖向荷载水平下的数值滑移试验,即在吸力桶基础的加载参考点上施加一系列恒定的竖向荷载,并再次使用最大荷载原理来获得破坏包络面,由此获得 H - V 平面上的破坏包络面。由于高度的非线性,屈服点形成了不平滑的曲线。结果表明,竖向荷载和水平荷载之间存在很强的相互影响,即竖向承载力和水平承载力构成的图近似为 $1/4$ 椭圆,如图 6(a)所示,峰值位于 $V=0$ 处。这与竖向力对 H - M 屈服面的影响规律一致,如图 5(b)所示。

结合不同竖向荷载下 H - M 平面(图 5(b))和 H - V 平面(图 6(a))的模拟曲线,在图 6(b)中绘制了采用 HS 模型模拟的 H - M - V 三维空间破坏包络面,可以看出,倾斜椭圆的大小由竖向荷载控制。

3 破坏包络面的解析公式

根据前面部分的模拟结果,吸力桶基础的破坏包络面在 H - M 平面上像一个倾斜的椭圆。因此,吸力桶基础的破坏面可以采用 Villalobos 等^[19]的公式来再现。

$$y = \left(\frac{H}{h_i V_0}\right)^2 + \left(\frac{M}{Dm_i V_0}\right)^2 + 2e \frac{H}{h_i V_0} \frac{M}{Dm_i V_0} - 1 = 0 \quad (1)$$

式中:参数 h_i 、 m_i 和 e 为破坏面的形状参数, h_i 和 m_i 分别控制包络面与坐标轴的交点, e 为包络面偏心率。

参数 h_i 和 m_i 随竖向压力 V 的变化规律如图 7(a)所示。可以看出,其关系接近于 $1/4$ 的圆和 $1/4$ 的椭圆,因此,为了更好地描述其规律,对 h_i 和 m_i 表达式进行修正,见式(2)~式(5)。

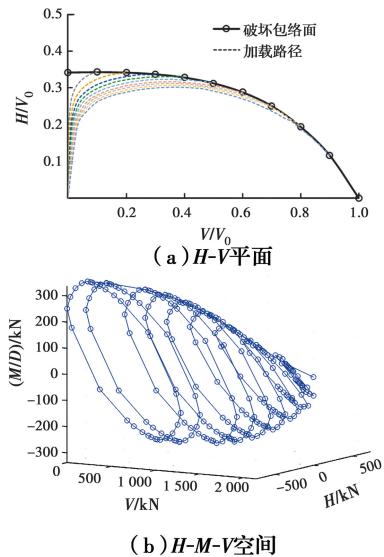


图6 基于HS模型的破坏包络面

Fig. 6 Failure envelope based on HS model

$$\frac{H}{H_0} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^{3.6} = 1 \quad (2)$$

$$\frac{M/D}{M_0/D} + \left(\frac{V}{V_0}\right)^{2.5} = 1 \quad (3)$$

$$h_i = \frac{H_i}{V_0} = h_0 \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{3.6}\right) \quad (4)$$

$$m_i = \frac{M_i/D}{V_0} = m_0 \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{2.5}\right) \quad (5)$$

上述所有方程可用于描述图7(a)。对于图7(b),拟合公式为

$$h_i = \frac{H_i}{V_0} = h_0 \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)\right) \cdot \\ \left(0.88\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + 1.08\left(\frac{V}{V_0}\right) + 1\right) \quad (6)$$

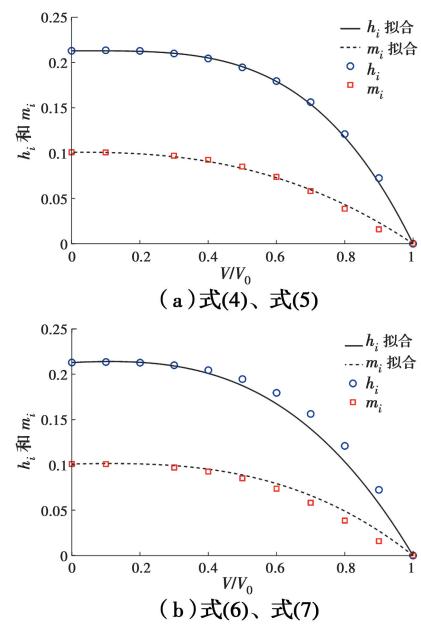
$$m_i = \frac{M_i/D}{V_0} = m_0 \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)\right) \cdot \\ \left(0.88\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + 1.08\left(\frac{V}{V_0}\right) + 1\right) \quad (7)$$

通过式(1)、式(4)和式(5)可以得到倾斜抛物面椭圆球体的一半(H-V-M空间上的破坏包络面)。

$$F = \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{2.5}\right)^2 \left(\frac{H}{h_0 V_0}\right)^2 + \\ 2e \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{2.5}\right) \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{3.6}\right) \frac{H}{h_0 V_0} \frac{M}{Dm_0 V_0} + \\ \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{3.6}\right)^2 \left(\frac{M}{Dm_0 V_0}\right)^2 - \\ \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{2.5}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)^{3.6}\right)^2 = 0 \quad (8)$$

也可以通过式(1)、式(6)和式(7)得到

$$F \left(\frac{H}{h_0 V_0}\right)^2 + \left(\frac{M}{Dm_0 V_0}\right)^2 + 2e \frac{H}{h_0 V_0} \frac{M}{Dm_0 V_0} - \\ F_V(V, V_0) = 0 \quad (9)$$

图7 基于HS模型进行曲线拟合的 h_i 、 m_i 与 V/V_0 Fig. 7 h_i , m_i versus V/V_0 based on HS model with curve fitting

以及

$$F_V(V, V_0) = \left(1 - \left(\frac{V}{V_0}\right)\right) \cdot \\ \left(0.88\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 + 1.08\left(\frac{V}{V_0}\right) + 1\right) \quad (10)$$

通过模拟结果拟合曲线得:竖向承载力相关系数 $V_0 = 2150$ kN;水平方向尺寸相关系数 $h_0 = 0.213$;弯矩方向尺寸相关系数 $m_0 = 0.101$;破坏面偏心系数 $e = 0.768$ 。结合式(8)和式(9)绘制了黏土中吸力桶基础的三维破坏面(图8),表明 H-V-M 空间的破

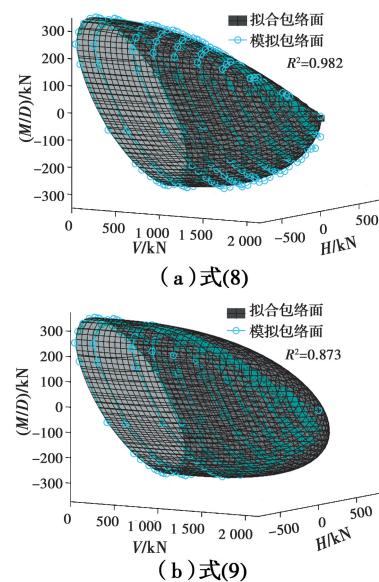


图8 基于HS模型进行拟合的三维破坏面

Fig. 8 Three-dimensional failure surfaces based on HS model

坏包络面公式(8)能更好地描述不同荷载组合下吸力桶-土的相互作用规律。

4 结论

采用硬化土(HS)模型,通过有限元方法模拟了在不同单调组合荷载作用下的正常固结黏土中的吸力桶基础离心机试验。与试验结果的对比表明,所提的有限元吸力桶模型能合理地还原真实试验。通过径向滑移试验进行大量有限元分析,形成V-H-M空间的破坏包络面。在此基础上,描述了H-M平面、V-H平面上的破坏包络面以及V-H-M空间三维破坏包络面。结果表明,H-M破坏包络面类似于倾斜的椭圆;不同竖向荷载对H-M破坏包络面倾斜度的影响可以忽略;H-M破坏包络面的尺寸随着竖向荷载值的增加而减小;竖向荷载和水平荷载之间存在很强的相互影响,即竖向承载力和水平承载力构成的V-H屈服面近似为1/4椭圆,可以看出,H-M倾斜椭圆的大小由竖向荷载控制。根据数值模拟的结果提出了在V-H-M空间中表达三维破坏包络面的新的解析表达式。

参考文献:

- [1] 范庆来, 郑静. 复合加载模式下海上风机圆形浅基础亚塑性宏单元模型[J]. 土木建筑与环境工程, 2014, 36(3): 59-63.
- FAN Q L, ZHENG J. A hypoplastic macro-element model for circular shallow foundations of offshore wind turbines under combined loading [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2014, 36 (3): 59-63. (in Chinese)
- [2] 马天驰, 陈旭光, 顾文旭. 整体冲刷作用下吸力式桶形基础稳定性分析[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版), 2019, 49(Sup2): 150-156.
- MA T C, CHEN X G, GU W X. Stability analysis of suction bucket foundation under general scour effect [J]. Periodical of Ocean University of China, 2019, 49 (Sup2): 150-156. (in Chinese)
- [3] 朱彬彬, 王滨, 李玉刚, 等. 台风作用下海上风机基础结构安全评价[J]. 海洋工程, 2019, 37(3): 78-85.
- ZHU B B, WANG B, LI Y G, et al. Typhoon risk assessment of the substructures of offshore wind turbines [J]. The Ocean Engineering, 2019, 37(3): 78-85. (in Chinese)
- [4] 李大勇, 吴宇旗, 张雨坤, 等. 砂土中桶形基础吸力值的设定范围[J]. 岩土力学, 2017, 38(4): 985-992,1002.
- LI D Y, WU Y Q, ZHANG Y K, et al. Determination of suction range for penetration of suction caissons in sand [J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(4): 985-992,1002. (in Chinese)
- [5] ZHANG P Y, GUO Y H, LIU Y G, et al. Model tests on sinking technique of composite bucket foundations for offshore wind turbines in silty clay [J]. Journal of Renewable and Sustainable Energy, 2015, 7 (3): 033113.
- [6] GUO Z, WANG L Z, YUAN F, et al. Model tests on installation techniques of suction caissons in a soft clay seabed [J]. Applied Ocean Research, 2012, 34: 116-125.
- [7] 朱斌, 应盼盼, 郭俊科, 等. 海上风电机组吸力式桶形基础承载力分析与设计[J]. 岩土工程学报, 2013, 35 (Sup1): 443-450.
- ZHU B, YING P P, GUO J K, et al. Analysis and design of bearing capacity of suction caisson foundations of offshore wind turbines [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(Sup1): 443-450. (in Chinese)
- [8] WATSON P G. Performance of skirted foundations for offshore structures [D]. Perth: The University of Western Australia, 1999.
- [9] KIM D J, CHOO Y W, KIM J H, et al. Investigation of monotonic and cyclic behavior of tripod suction bucket foundations for offshore wind towers using centrifuge modeling [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2014, 140 (5): 04014008.
- [10] GEROLYMOS N, ZAFEIRAKOS A, KARAPIPERIS K. Generalized failure envelope for caisson foundations in cohesive soil: Static and dynamic loading [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 78: 154-174.
- [11] 罗强, 冯娜, 贾虎. 考虑非共轴特性的吸力桶基础竖向荷载-变形特性研究[J]. 大连理工大学学报, 2017, 57 (4): 390-395.
- LUO Q, FENG N, JIA H. Research on vertical load-deformation behavior of suction bucket foundations in consideration of non-coaxial characteristic [J]. Journal of Dalian University of Technology, 2017, 57(4): 390-395. (in Chinese)
- [12] CHENG X L, WANG J H, WANG Z X. Incremental

- elastoplastic FEM for simulating the deformation process of suction caissons subjected to cyclic loads in soft clays [J]. Applied Ocean Research, 2016, 59: 274-285.
- [13] 刘树杰, 王忠涛, 莱茂田. 单向荷载作用下海上风机多桶基础承载特性数值分析[J]. 海洋工程, 2010, 28(1): 31-35.
LIU S J, WANG Z T, LUAN M T. Numerical analysis of bearing capacity behavior of multi-bucket suctional foundation for offshore wind turbine under monotonic loading [J]. The Ocean Engineering, 2010, 28(1): 31-35. (in Chinese)
- [14] 李舰, 蔡国庆, 尹振宇. 适用于弹黏塑性本构模型的修正切面算法[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(2): 253-259.
LI J, CAI G Q, YIN Z Y. Modified cutting-plane integration scheme for elasto-viscoplastic models [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(2): 253-259. (in Chinese)
- [15] 程马遥, 金银富, 尹振宇, 等. 改进DE-TMCMC法及其在高级模型参数识别上的应用[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(12): 2281-2289.
CHENG M Y, JIN Y F, YIN Z Y, et al. Enhanced DE-TMCMC and its application in identifying parameters of advanced soil model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, 41(12): 2281-2289. (in Chinese)
- [16] YIN Z Y, JIN Z, KOTRONIS P, et al. Novel SPH SIMSAND-based approach for modeling of granular collapse [J]. International Journal of Geomechanics, 2018, 18(11): 04018156.
- [17] JIN Z, YIN Z Y, KOTRONIS P, et al. Advanced numerical modelling of caisson foundations in sand to investigate the failure envelope in the $H\text{-}M\text{-}V$ space [J]. Ocean Engineering, 2019, 190: 106394.
- [18] GOTTARDI G, HOULSBY G T, BUTTERFIELD R. Plastic response of circular footings on sand under general planar loading [J]. Géotechnique, 1999, 49(4): 453-469.
- [19] VILLALOBOS F A, BYRNE B W, HOULSBY G T. An experimental study of the drained capacity of suction caisson foundations under monotonic loading for offshore applications [J]. Soils and Foundations, 2009, 49(3): 477-488.

(编辑 王秀玲)