

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.004



开放科学(资源服务)标识码(OSID):



混凝土圆环形截面非均匀配筋计算的解析法

李彬,周东华

(昆明理工大学 建筑工程学院,昆明 650500)

摘要: 环形截面是工程结构中常见的截面形式,但混凝土环形截面配筋计算存在双重非线性(材料和截面宽度变化的非线性)。《混凝土结构设计规范》中仅给出计算均匀配筋的超越方程组,需编程和迭代求解,不能手算,极为不便。另外,一些环形截面构件(如高桥墩、预制管桩等)长度长、截面尺寸大、钢筋用量大,若采用均匀配筋,中性轴附近钢筋应力小,经济性不好。若采用非对称配筋,将受力钢筋布置在远离中性轴的外围区域,可充分利用混凝土和钢筋强度,提高经济效益。为此,根据混凝土和钢筋的本构关系确定应变变化的范围和边界,从应变出发,利用解析方法由应变求解应力,进而计算内力,不需迭代,最终将计算结果绘制成便于手算配筋的诺谟图,计算快速方便。该方法适用于C50及以下强度混凝土和任意直径大小的环形截面。

关键词: 圆环形截面;钢筋混凝土;解析法;应变;诺谟图

中图分类号: TU375.4 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2022)04-0133-07

Analytical method for calculating non-uniform reinforcement of concrete ring section

LI Bin, ZHOU Donghua

(School of Civil Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500, P. R. China)

Abstract: Ring section is a common form of section in engineering structure, but there exists double nonlinearity (nonlinearity of material and section width) in reinforcement calculation of concrete ring section. In the *Code for Design of Concrete Structures*, only the transcendental equations for the calculation of uniform reinforcement are given, which require programming and iterative solution and cannot be calculated manually, which is very inconvenient. In addition, some ring section members (such as high bridge piers, precast pipe piles, etc.) have long length, large section size and large amount of reinforcement. If uniform reinforcement is adopted, the reinforcement stress near the neutral axis is small and the economy is poor. If asymmetrical reinforcement is adopted, the stress reinforcement is arranged in the peripheral area far away from the neutral axis, which can make full use of the strength of concrete and reinforcement to improve economic benefits. Based on the constitutive relation between concrete and steel,

收稿日期: 2020-08-18

基金项目: 国家自然科学基金(51668027)

作者简介: 李彬(1995-),男,主要从事混凝土结构研究, E-mail: 1171494710@qq.com。

周东华(通信作者),男,教授,博士生导师, E-mail: 806029639@qq.com。

Received: 2020-08-18

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 51668027)

Author brief: LI Bin (1995-), main research interest: reinforced concrete structure, E-mail: 1171494710@qq.com.

ZHOU Donghua (corresponding author), professor, doctoral supervisor, E-mail: 806029639@qq.com.

this paper determines the range and boundary of strain variation and starts from strain. By analytical method, stress is solved by strain, and then internal force is calculated without iteration. Finally, the calculated results are drawn into a Nomo-diagram that is convenient for manual calculation of reinforcement, which is fast and convenient for calculation, and suitable for C50 or below strength concrete and annular sections with arbitrary diameters.

Keywords: circular ring section; reinforced concrete; analytical method; strain; Nomo-diagram

工程中的圆环形截面构件有的有明确单一的弯曲方向,例如:边坡抗滑桩为单向弯曲,高桥墩沿跨度方向为主弯曲,通常,这类构件截面尺寸大、长度长。采用均匀配筋的最大缺点是不能充分利用中性轴附近的钢筋强度,而能充分发挥钢筋强度且经济性好的配筋方式是非均匀配筋,即将受力钢筋设置在离中性轴较远的外围区域。

环形截面配筋的计算具有双重非线性(材料非线性和截面宽度变化非线性),因此,计算较为困难。《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)^[1](以下简称《规范》)中虽然给出了相关的计算公式,但仅仅是针对均匀配筋,没有非均匀配筋的计算方法或公式。另外,《规范》给出的公式是超越方程组,须迭代求解,无法手算。针对这一问题,笔者做了两方面的工作,一是提供环形截面非均匀配筋的计算方法,二是解决双重非线性不能手算的问题。无需迭代计算的思路是:由截面应变计算应力,进而计算内力^[2-3]。要实现这一点的关键是确定截面应变,根据《规范》给出的混凝土和钢筋的本构关系确定截面应变的极限范围,将其范围分成了 5 个区域^[4-8],使每个区域均有一侧含有极限应变,便可将截面应变变为已知量。

1 截面抗力

1.1 本构关系

《规范》中给出了完整的混凝土和钢筋的本构关系数学表达式

$$\begin{cases} \sigma_c = \left(-\epsilon_c - \frac{\epsilon_c^2}{4}\right) f_c & (\epsilon_c > -2.0\text{‰}) \\ \sigma_c = f_c & (\epsilon_c \leq -2.0\text{‰}) \end{cases} \quad (1a)$$

$$\begin{cases} \sigma_s = E_s \epsilon_s & (\epsilon_s < \epsilon_y) \\ \sigma_s = f_y & (\epsilon_s \geq \epsilon_y) \end{cases} \quad (1b)$$

式中: ϵ_c 和 ϵ_s 分别为混凝土和钢筋的应变(式中应变值取千分位)。

1.2 截面应变区域

采用的计算方法和思路是由截面应变通过本构

关系确定应力,再由应力求内力和判断受力状态(轴拉、小偏拉、大偏拉、纯弯、小偏压、大偏压、轴压)。如图 1 所示,根据本构关系构造可能的截面应变范围^[9-10],并把可能的截面应变范围分成 5 个应变区域,各受力状态对应的截面应变能够完全在图 1 中表示出来,图中: r 为外圆半径; r_1 为内圆半径; h_0 为截面有效高度; a_s 为钢筋合力至截面下边缘的距离。截面上边缘应变范围从 $10\text{‰} \sim -3.3\text{‰}$;截面下边缘应变范围从 $10\text{‰} \sim -2.0\text{‰}$ 。

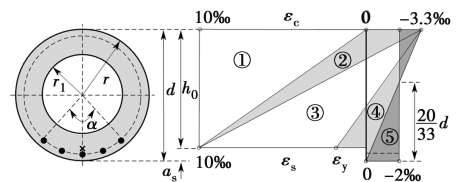


图 1 混凝土和钢筋的应变变化区域

Fig. 1 Strain variation area of concrete and reinforcement

在截面应变范围划分的 5 个区域中,每个区域至少有一侧的应变是极限应变^[11]并在这一区域内保持不变(极限应变是常量),以确保截面处于极限状态,即区域①、②截面下侧应变为钢筋的极限应变 $\epsilon_s = 10\text{‰}$;区域③、④截面上侧应变为混凝土受压区上边缘的极限应变 $\epsilon_c = -3.3\text{‰}$;由区域⑤中截面上下边缘应变的数值和几何关系可得区域⑤的旋转点位置为距离截面下边缘 $20d/33$ 处 $\epsilon_c = -2\text{‰}$ (轴压时的极限应变),这样就可以使平衡方程中未知量的个数等于方程个数,方便求解截面内力^[12-14]。5 个区域的截面应变规律和受力情况如表 1 所示。

表 1 截面应变与实际受力状态

Table 1 Section strain and actual stress state

区域	截面上边缘应变	截面下边缘应变	受力状态
①	$0 < \epsilon_c \leq 10\text{‰}$	$\epsilon_s = 10\text{‰}$	轴拉或小偏拉
②	$-3.3\text{‰} < \epsilon_c \leq 0$	$\epsilon_s = 10\text{‰}$	大偏拉或纯弯
③	$\epsilon_c = -3.3\text{‰}$	$\epsilon_y < \epsilon_s \leq 10\text{‰}$	纯弯或大偏压
④	$\epsilon_c = -3.3\text{‰}$	$0 = \epsilon_{c1} < \epsilon_s \leq \epsilon_y$	小偏压
⑤	$-3.3\text{‰} \leq \epsilon_c \leq 2\text{‰}$	$0 \leq \epsilon_s \leq 2\text{‰}$	小偏压或轴压

上述 5 个应变分布区域可适用于各种截面形状的钢筋混凝土,推导圆环形截面的配筋计算都基于这些应变区域^[15],这 5 个应变区域的分布不仅能满足《规范》中对混凝土和钢筋极限应变的规定,即图 1 中区域,而且还能够完善混凝土等效矩形应力换算引起的区域②、⑤的应变缺失。

1.3 截面参数

根据区域中混凝土和钢筋应变规律,可由图 2 计算出混凝土受压区高度,即

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_s} h_0 \quad (2)$$

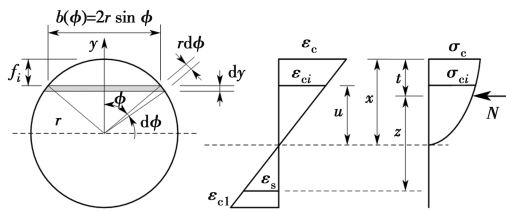


图 2 截面参数及应变

Fig. 2 Section parameters and strain distribution

根据图 2 的几何关系 $h_0 = t + z$,其中: t 为混凝土合力位置与混凝土受压区边缘间的距离; z 为混凝土受压区合力至钢筋重心的距离,令 $k_z = z/h_0$,即 k_z 为内力臂系数; x 为混凝土受压区高度,令 $k_x = x/h_0$,即 k_x 为受压区高度系数。

通过已知的受压区高度,截面范围内任意高度 u 处的应变均可求出

$$\epsilon_{ci} = \frac{u}{x} \epsilon_c \quad (3)$$

但圆形截面内任意高度处的应变还不能通过 u 求出来,需要引入一个参数弦高 $f_i = r(1 - \cos \varphi)$,弦高最小时在圆的顶部,弦高最大时在圆的底部,可得圆内任意高度 u 的表达式 $u = x - f_i = x - r(1 - \cos \varphi)$,其中 x 和 f_i 为两个相互独立的变量,当截面应变已知,也就是 x 固定时,弦高就只随着圆心角的变化而变化,这样就可以找出任意纤维处的应变与圆心角的函数关系,即

$$\epsilon_{ci} = \frac{x - r(1 - \cos \varphi)}{x} \epsilon_c \quad (4)$$

将式(4)代入式(1a)可求得任意高度处的应力计算式

$$\sigma_{ci}(\varphi) = - \left(\epsilon_{ci} + \frac{\epsilon_{ci}^2}{4} \right) f_c = \left\{ \epsilon_c \left[\frac{r}{x} (1 - \cos \varphi) - 1 \right] - \frac{\epsilon_c}{4} \left[1 - \frac{r}{x} (1 - \cos \varphi) \right]^2 \right\} f_c =$$

$$\left\{ \left(\frac{r}{x} - 1 \right)^2 \frac{\epsilon_c^2}{4} - \left(\frac{r}{x} - 1 \right) \epsilon_c + \left[\frac{r}{x} \epsilon_c - \frac{r}{x} \left(\frac{r}{x} - 1 \right) \frac{\epsilon_c^2}{2} \right] \cos \varphi + \frac{r^2 \epsilon_c^2}{4x^2} \cos^2 \varphi \right\} f_c = (K_1 + K_2 \cos \varphi + K_3 \cos^2 \varphi) f_c \quad (5)$$

式中: $k_1 = \left(\frac{r}{x} - 1 \right)^2 \frac{\epsilon_c^2}{4} - \left(\frac{r}{x} - 1 \right) \epsilon_c$; $k_2 = \left[\frac{r}{x} \epsilon_c - \frac{r}{x} \left(\frac{r}{x} - 1 \right) \frac{\epsilon_c^2}{2} \right]$; $k_3 = \frac{r^2 \epsilon_c^2}{4x^2}$ 。

根据材料的本构关系,当混凝土应变 $\epsilon_c \geq -2\text{‰}$ 时,对应的应力分布为抛物线;当混凝土应变 $-3.3\text{‰} \leq \epsilon_c < -2\text{‰}$ 时,对应的应力分布为矩形+抛物线。

1.3.1 抛物线阶段 ($\epsilon_c \geq -2\text{‰}$) 混凝土受压区边缘应变 $\epsilon_c \geq -2\text{‰}$ 的应力分布如图 3 所示。

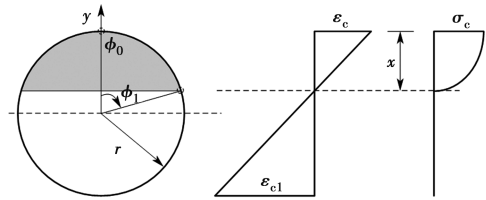


图 3 $\epsilon_c \geq -2\text{‰}$ 时的应力分布

Fig. 3 The stress distribution of $\epsilon_c \geq -2\text{‰}$

$$N_{cl} = \int_0^x \sigma(\varphi) b(\varphi) dy = 2r^2 f_c \int_0^x (K_1 + K_2 \cos \varphi + K_3 \cos^2 \varphi) \sin^2 \varphi d\varphi = 2r^2 f_c \left[\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) K_1 + \frac{\sin^3 \varphi}{3} K_2 + \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} \quad (6)$$

$$M_{cl} = \int_0^x \sigma_{ci}(\varphi) b(\varphi) r \cos \varphi dy = 2r^3 f_c \int_0^x (K_1 + K_2 \cos \varphi + K_3 \cos^2 \varphi) \sin^2 \varphi \cos \varphi d\varphi = 2r^3 f_c \left[-\frac{\sin^3 \varphi}{3} K_1 - \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_2 + \left(\frac{5 \sin^3 \varphi - 3 \sin^5 \varphi}{15} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} \quad (7)$$

以上计算的轴力和弯矩(按混凝土受压区每一层纤维对中性轴的距离计算的弯矩)都与截面尺寸和混凝土强度相关,为了消除这种相关性,将轴力和弯矩分别除以 $\pi r^2 f_c$ 和 $\pi r^3 f_c$,其中,弦长与对应圆心角的关系 $b(\varphi) = 2r \sin \varphi$ 、积分上下限 $\varphi_0 = 0, \varphi_1 = \arccos(r-x)/r$,这样就能计算出抛物线阶段的无量纲轴力和弯矩,见式(8)和式(9)。

$$n_{c1} = \frac{2}{\pi} \left[\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) K_1 + \frac{\sin^3 \varphi}{3} K_2 + \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} \quad (8)$$

$$m_{c1} = \frac{2}{\pi} \left[-\frac{\sin^3 \varphi}{3} K_1 - \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_2 + \frac{5\sin^3 \varphi - 3\sin^5 \varphi}{15} K_3 \right] \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} \quad (9)$$

1.3.2 矩形+抛物线阶段 ($-3.3‰ \leq \epsilon_c < -2‰$)
 混凝土受压区边缘应变 $-3.3‰ \leq \epsilon_c < -2‰$ 的应力分布如图 4 所示。

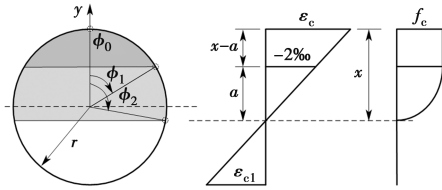


图 4 $-3.3‰ \leq \epsilon_c < -2‰$ 时的应力分布

Fig. 4 The stress distribution of $-3.3‰ \leq \epsilon_c < -2‰$

$$N_{c2} = \int_0^a -f_c b(\varphi) dy + \int_a^x \sigma_{ci}(\varphi) b(\varphi) dy = -2r^2 f_c \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} + 2r^2 f_c \left[\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) K_1 + \frac{\sin^3 \varphi}{3} K_2 + \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} \quad (10)$$

$$M_{c2} = \int_0^a -f_c b(\varphi) r \cos \varphi dy + \int_a^x \sigma_{ci}(\varphi) b(\varphi) r \cos \varphi dy = -\frac{2}{3} r^3 f_c (\sin^3 \varphi) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} + 2r^3 f_c \left[\left(-\frac{\sin^3 \varphi}{3} K_1 + \left(-\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} - \frac{\varphi}{8} + \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_2 + \left(\frac{5\sin^3 \varphi - 3\sin^5 \varphi}{15} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} \quad (11)$$

同样,将轴力和弯矩分别除以 $\pi r^2 f_c$ 和 $\pi r^3 f_c$, 其中积分上下限 $\varphi_0 = 0, \varphi_1 = \arccos[(r-x+a)/r], \varphi_2 = \arccos[(r-x)/r]$, 计算出矩形+抛物线阶段的无量纲轴力和弯矩, 见式(12)和式(13)。

$$n_{c2} = -\frac{2}{\pi} \left(\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2} \right) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} + \frac{2}{\pi} \left[\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) K_1 + \frac{\sin^3 \varphi}{3} K_2 + \left(\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} + \frac{\varphi}{8} - \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} \quad (12)$$

$$m_{c2} = -\frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin^3 \varphi}{3} \right) \Big|_{\varphi_0}^{\varphi_1} +$$

$$\frac{2}{\pi} \left[-\frac{\sin^3 \varphi}{3} K_1 + \left(-\frac{\sin \varphi \cos^3 \varphi}{4} - \frac{\varphi}{8} + \frac{\sin 2\varphi}{16} \right) K_2 + \left(\frac{5\sin^3 \varphi - 3\sin^5 \varphi}{15} \right) K_3 \right] \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} \quad (13)$$

如图 5 所示, 圆形截面与圆环形截面的区别仅在于圆环形截面比圆形截面少了一部分混凝土弓形受压区面积, 圆形截面减去混凝土弓形受压区的应力, 即可得到圆环形混凝土受压区的内力。

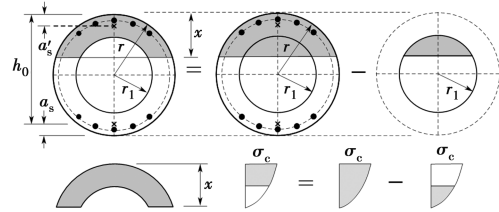


图 5 环形截面受压区

Fig. 5 Compression zone of annulus section

2 配筋计算的诺谟图

无量纲化后的弯矩设计值为 m , 受压区混凝土无量纲合力对受拉钢筋合力点取矩得 $m = nz = nk_x h_0$, 可知, 无量纲弯矩仅与无量纲轴力 n 、内力臂系数 k_x 和截面有效高度 h_0 相关, 其中无量轴力又与受压区高度系数 k_x 相关, 截面有效高度仅与受拉钢筋的配筋圆心角 α 相关。

钢筋在其配置区域内离散均匀分布, 为了便于解析计算, 对钢筋做连续分布处理, 也就是把钢筋面积均匀分布于配筋圆心角对应的弧长上, 即弧长 $l = A_s / (\alpha \cdot r_s)$, 其中: α 为配筋圆心角; r_s 为每根钢筋的重心所在圆弧的半径, 取 $r_s = r - 35 \text{ mm}$ 。配筋圆心角对应弧长的重心与混凝土合力间的距离即为内力臂长度。受拉区配筋圆心角越大, 受拉钢筋重心位置就越高。经计算, 配筋圆心角 $\alpha = 90^\circ$ 的截面有效高度 $h_0 = 1.787r$; $\alpha = 120^\circ$ 的截面有效高度 $h_0 = 1.717r$; $\alpha = 150^\circ$ 的截面有效高度 $h_0 = 1.625r$ 。绘制了内圆和外圆两种比例的环形截面配筋计算诺谟图, 即 $r_1/r = 0.5$ 和 $r_1/r = 0.7$, 按照不同情况查找对应的诺谟图, 该图为无量纲图表, 适用于 C50 及以下混凝土强度及任意半径的环形截面。

在图 6 中绘出了内力臂系数 k_x 、受压区高度系数 k_x 、配筋圆心角 α 、混凝土应变 ϵ_c 和钢筋应变 ϵ_s 与无量纲弯矩 m 的关系曲线。从诺谟图中可以看出, 随着弯矩的增大, 混凝土边缘应变 ϵ_c 的绝对值和混凝土受压区高度系数 k_x 也逐渐增大, 而受拉钢筋的应变 ϵ_s 和内力臂系数 k_x 逐渐减小。同时, 图 1 中的

5 个应变区域在图 6 中也有对应的位置,这样,在《规范》中没有包含的区域②和⑤也可以用图 6 来计算配筋,避免了《规范》中应变变化不连续的弊端,更符合混凝土圆环形截面的实际受力状态。

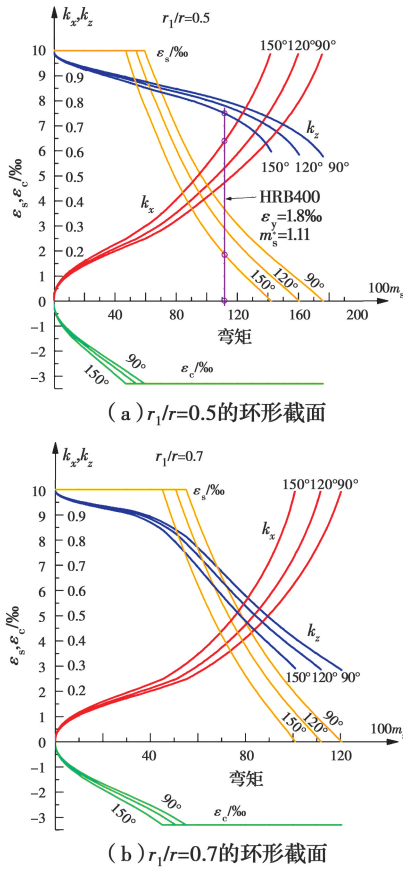


图 6 环形截面的计算诺谟图

Fig. 6 The calculation nomograph of circular section

该计算方法不仅限于纯弯截面,还适用于截面有轴力的情况,具体方法是先将轴力平移到钢筋合力的重心位置,如图 7 所示,由式 $M_s = M + P(r - a_s)$ 计算所需受拉钢筋的面积, M_s 为截面计算弯矩, M 、 P 分别为截面弯矩和轴力的设计值。其中,轴力 P 受拉为正,受压为负。

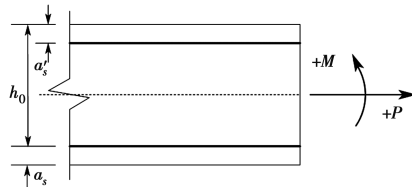


图 7 截面上的弯矩和轴力

Fig. 7 Axial forces and bending moments on the section

在单筋截面承载力不足时,可以在混凝土受压区配置受压钢筋,形成双筋截面,双筋截面也能通过该方法计算所需的受压和受拉钢筋的面积,双筋截

面的弯曲承载力由两部分组成,分别是单筋截面的最大承载力和受压钢筋与受拉钢筋组合间组成的合力偶矩,两部分叠加可得 $M_s = M_s^* + \Delta M_s$,其中: M_s 为双筋截面的弯曲承载力; ΔM_s 为受压钢筋与受拉钢筋组合成的力偶矩; M_s^* 为单筋截面最大弯曲承载力。如图 6(a) 中标出受拉钢筋级别为 HRB400, 对应的屈服应变 $\epsilon_y = 1.8\text{‰}$, 配筋圆心角 $\alpha = 150^\circ$ 的单筋截面的最大承载无量纲弯矩 $m_s^* = 1.11$ 。实际计算中,根据所选用钢筋级别对应的屈服应变和配筋圆心角,即可在图 6 上查得单筋截面的最大承载力。

由平衡关系即可得出配筋计算公式

$$\text{单筋截面: } A_s = \frac{1}{f_y} \left(\frac{M_s}{z} + P \right) \quad (14)$$

$$\text{双筋截面: } M_s = M_s^* + \Delta M_s \quad (15)$$

$$\text{受压钢筋: } A_s' = \frac{1}{f_y} \cdot \frac{\Delta M_s}{h_0 - a_s'} \quad (16)$$

$$\text{受拉钢筋: } A_s = \frac{1}{f_y} \left(\frac{M_s^*}{z} + \frac{\Delta M_s}{h_0 - a_s} + P \right) \quad (17)$$

考虑到偶然荷载的不确定性,为使荷载作用端与构件的抵抗端相匹配,根据构件工况和偶然荷载可能的作用方向,可继续使用文中的诺谟图进行偶然荷载作用下的配筋计算。

3 算例

3.1 算例 1

某圆环形截面混凝土构件外圆半径 $r = 60 \text{ cm}$, 内圆半径 $r_1 = 30 \text{ cm}$, 弯矩设计值 $2400 \text{ kN} \cdot \text{m}$, 轴力设计值 $P = -700 \text{ kN}$ (压力), 采用混凝土等级 C30, 钢筋 HRB400 级, 根据要求计算截面所需钢筋面积。

1) 规范解法

根据《规范》附录 E 中的超越方程组 E. 0. 3-1 和 E. 0. 3-2, 通过雅克比迭代法求解, 最后计算得到受压区混凝土面积与全环截面比值为 0. 177 3; 全部纵向普通钢筋截面面积 $A_s = 14224 \text{ mm}^2$ 。

2) 本文解法

设配筋圆心角 $\alpha = 120^\circ$, 得 $a_s = 0.28r$, $h_0 = 1.72r$, 截面内外半径比 $r_1/r = 0.5$, $f_c = 14.3 \text{ N/mm}^2$, $f_y = 360 \text{ N/mm}^2$ 。

$$M_s = M + P(r - a_s) = 2097.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$m_s = \frac{M_s}{\pi r^3 f_c} = \frac{2097.6 \times 10^6}{\pi \times 600^3 \times 14.3} = 0.216$$

查图 6(a) 可得

$$k_z = 0.92 \quad (\epsilon_s = 10\text{‰}, \epsilon_c = -1.9\text{‰})$$

$$A_s = \frac{1}{f_y} \left(\frac{M}{z} + P \right) = 5\,077 \text{ mm}^2$$

按该方法计算所需(单侧)受力钢筋与规范结果之比为 $5\,077/14\,224=0.357$ 。

3.2 算例 2

某圆环形截面混凝土构件,外圆半径 $r=50 \text{ cm}$,内圆半径 $r_1=35 \text{ cm}$,构件截面荷载如图 8 所示,弯矩设计值 $M_1=1\,000 \text{ kN} \cdot \text{m}$,考虑偶然荷载作用的弯矩设计值 $M_2=-900 \text{ kN} \cdot \text{m}$,采用混凝土等级 C35,钢筋 HRB400 级,根据要求计算截面配筋。

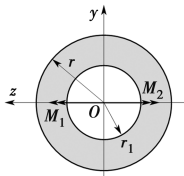


图 8 某截面的荷载示意图

Fig. 8 Diagram of load on a section

1) 规范解法

根据《规范》附录 E 中的超越方程组 E. 0. 3-1 和 E. 0. 3-2,通过雅克比迭代法求解,最后计算得受压区混凝土面积与全环截面比值为 0.157 7;全部纵向普通钢筋截面面积 $A_s=7\,117 \text{ mm}^2$ 。

2) 本文解法

根据 M_1 对截面下侧进行配筋计算,设配筋圆心角 $\alpha_1=120^\circ$,得 $a_s=0.28r, h_0=1.72r$,截面内外半径比 $r_1/r=0.7, f_c=16.7 \text{ N/mm}^2, f_y=360 \text{ N/mm}^2$ 。

$$m_{s1} = \frac{M_1}{\pi r^3 f_c} = \frac{1\,000 \times 10^6}{\pi \times 500^3 \times 16.7} = 0.152\,5$$

查图 6(b)可得

$$k_{z1} = 0.94 \quad (\epsilon_s = 10\text{‰}, \epsilon_c = -1.5\text{‰})$$

$$A_{s1} = \frac{1}{f_y} \frac{M_1}{z_1} = \frac{1\,000 \times 10^6}{360 \times 0.94 \times 1.717 \times 500} = 3\,443 \text{ mm}^2$$

根据 M_2 对截面上侧进行配筋计算,设配筋圆心角 $\alpha_2=150^\circ$,得 $a_s=0.375r, h_0=1.625r$ 。

$$m_{s2} = \frac{M_2}{\pi r^3 f_c} = \frac{900 \times 10^6}{\pi \times 500^3 \times 16.7} = 0.137$$

查图 6(b)可得

$$k_{z2} = 0.95 \quad (\epsilon_s = 10\text{‰}, \epsilon_c = -1.5\text{‰})$$

$$A_{s2} = \frac{1}{f_y} \frac{M_2}{z_2} = \frac{900 \times 10^6}{360 \times 0.95 \times 1.625 \times 500} = 3\,239 \text{ mm}^2$$

截面双侧配筋面积 $A_s=A_{s1}+A_{s2}=6\,682 \text{ mm}^2$

按该方法计算所需(双侧)受力钢筋与规范结果之比为 $6\,682/7\,117=0.94$ 。

4 结论

1)通过混凝土和钢筋的本构关系,绘制了环形截面非对称配筋计算的诺谟图,与中国现行《规范》中只给出圆环形截面的均匀配筋计算方法相比,该方法不用解超越方程组,计算简便,截面非受拉区可按构造要求配筋,适各种截面半径(r)的环形截面。

2)在工程实际中,如深基坑围护结构使用的悬臂灌注桩(主要承受一个方向的水平力),或者高大的桥墩(截面上既有轴力,又有弯矩),这种荷载方向明确的环形截面构件,若采用非对称配筋,可充分利用材料强度,提高经济效益。

3)对于需要考虑偶然荷载作用的结构构件,可根据偶然的作用大小再次使用该诺谟图,给偶然荷载作用的方向配筋,以保证荷载作用与结构抗力相匹配。

参考文献:

- [1] 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
Code for design of concrete structures: GB 50010—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)
- [2] Design of concrete structures: EN1992 Eurocode2 [S]. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2004.
- [3] Building code requirements for structural concrete and commentary: ACI 318-14 [S]. Farmington Hills: American Concrete Institute, 2014.
- [4] 周东华, 王琼芬, 樊江, 等. 一新的混凝土配筋计算方法: 无量纲图表法[J]. 工程力学, 2010, 27(1): 165-172.
ZHOU D H, WANG Q F, FAN J, et al. A new method for the calculation of reinforcement of concrete: General dimensionless designing diagram [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(1): 165-172. (in Chinese)
- [5] 周东华, 程赫明, 王海莹, 等. 新的 k_{b0} -法计算单筋梁[J]. 工程力学, 2007, 24(12): 106-112.
ZHOU D H, CHENG H M, WANG H Y, et al. A new k_{b0} -method for calculation of singly reinforced concrete beam [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(12): 106-112. (in Chinese)
- [6] 双超, 周东华, 李露, 等. 钢筋混凝土双向偏压构件正截面承载力的图算法[J]. 土木工程学报, 2020, 53(9): 77-84.
SHUANG C, ZHOU D H, LI L, et al. Graph

- algorithm on normal section bearing capacity of RC members subjected to axial loads and biaxial bending [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2020, 53(9): 77-84. (in Chinese)
- [7] CHAU-KHUN M, AWANG A Z, OMAR W, et al. Elastic design of slender high-strength RC circular columns confined with external tensioned steel straps [J]. *Advances in Structural Engineering*, 2015, 18(9): 1487-1499.
- [8] 周东华, 程赫明, 罗志坚, 等. 新的 k_{b0} -法计算双筋梁 [J]. *工程力学*, 2008, 25(2): 188-192.
ZHOU D H, CHENG H M, LUO Z J, et al. A new k_{b0} -method for calculation of doubly reinforced concrete beam [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(2): 188-192. (in Chinese)
- [9] CHEN X, ZHOU D, WANG P, et al. New procedure for determining the moment-curvature relationship of a reinforced concrete section [J]. *Magazine of Concrete Research*, 2015, 67(3): 121-132.
- [10] 陈旭, 周东华. 钢筋混凝土柱二阶弹塑性计算方法研究[M]. 北京: 科学出版社, 2017.
CHEN X, ZHOU D H. Study on second order elastoplastic calculation method of reinforced concrete column [M]. Beijing: Science Press, 2017: 39-53. (in Chinese)
- [11] 罗强军. 中外混凝土结构设计理论与方法的研究和探讨[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2006: 5-23.
LUO Q J. Comparative study on domestic and overseas design theories and methods of concrete structures [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2006: 5-23. (in Chinese)
- [12] Tragwerke aus beton, stahlbeton und spannbeton-teil 1: Bemessung und konstruktion: DIN 1045-1 [S]. Berlin: Deutsches Institut fur Normung, 2008.
- [13] DI LAORA R, GALASSO C, MYLONAKIS G, et al. A simple method for N-M interaction diagrams of circular reinforced concrete cross sections [J]. *Structural Concrete*, 2020, 21(1): 48-55.
- [14] 过镇海. 钢筋混凝土原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2013.
- [15] 双超, 周东华, 陈旭, 等. 圆形截面柱二阶承载力的简便计算方法[J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2020, 50(6): 2178-2185.
SHUANG C, ZHOU D H, CHEN X, et al. Simplified calculation method for second-order bearing capacity of circular section columns [J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2020, 50(6): 2178-2185. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)