

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.116



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



# 基于 IA-BP 智能算法的初始地应力场反演研究

孙港<sup>1</sup>, 王军祥<sup>1</sup>, 郭连军<sup>1</sup>, 寇海军<sup>2</sup>, 徐景龙<sup>1</sup>

(1. 沈阳工业大学 建筑与土木工程学院, 沈阳 110870; 2. 中铁十九局集团第五  
工程有限公司, 辽宁 大连 116100)

**摘要:** 初始地应力场是地下工程设计与施工的重要依据, 在实际工程中难以精准测得, 为了能较准确地获得初始地应力场的分布规律, 提出将免疫算法与 BP 神经网络相结合(IA-BP)的算法对初始地应力场进行反演研究。免疫算法优化 BP 神经网络就是将 BP 神经网络的连接权值和阈值作为免疫算法中的抗体进行编码。该混合算法既可以利用免疫算法全局寻优的特点快速搜索到全局最优解或次优解附近, 又可以采用 BP 算法避免在最优解和次优解附近发生震荡, 对其进行局部优化, 从而达到快速收敛全局最优解的目的。通过 COMSOL 分别构建平面边坡模型及三维立体模型, 对其进行正分析计算, 将计算的结果作为“实测值”, 对地应力进行反演分析, 并将 IA-BP 算法反演的结果与 PSO-BP 算法及多元线性回归算法的反演结果进行对比。结果表明: 二维边坡模型下, IA-BP 算法反演结果误差更小。三维模型下, IA-BP 算法所得实测值与反演值之间的相对误差的绝对值为 0%~10.64%(平均为 3.39%), PSO-BP 算法所得实测值与反演值之间相对误差的绝对值为 0%~48.39%(平均为 6.93%), 多元线性回归算法所得实测值与反演值之间相对误差的绝对值为 0.55%~121.95%(平均为 21.87%), 通过对比可知, IA-BP 算法整体反演结果精度最高。无论是平面模型还是三维模型, 利用 IA-BP 算法反演出的结果与其他两种算法反演的结果相比, 误差更小。将 IA-BP 智能算法运用到地应力场的反演研究中, 可以为地下工程的建设提供依据。

**关键词:** 地应力场; 免疫智能算法; 粒子群智能算法; 多元线性回归

**中图分类号:** TU431 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2023)02-0089-11

## In-situ stress field inversion via IA-BP intelligent algorithm

SUN Gang<sup>1</sup>, WANG Junxiang<sup>1</sup>, GUO Lianjun<sup>1</sup>, KOU Haijun<sup>2</sup>, XU Jinglong<sup>1</sup>

(1. School of Architecture and Civil Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, P. R. China; 2. China Railway 19th Bureau Group 5th Engineering Co., Ltd., Dalian 116100, Liaoning, P. R. China)

**Abstract:** Initial in-situ stress field is an important basis for design and construction of underground engineering, while it is difficult to accurately measure the initial in-situ stress in engineering practice. In order to accurately

**收稿日期:** 2021-01-15

**基金项目:** 国家自然科学基金(51774066); 辽宁省自然科学基金(2019-MS-242); 辽宁省教育厅重点攻关项目(LZGD2020004); 中国博士后科学基金(2018M630293)

**作者简介:** 孙港(1997-), 男, 主要从事岩石冲击与爆破研究, E-mail: 1761152028@qq.com。

王军祥(通信作者), 男, 副教授, 博士生导师, E-mail: w. j. xgood@163. com。

**Received:** 2021-01-15

**Foundation items:** National Natural Science Foundation of China (No. 51774066); Liaoning Natural Science Foundation (No. 2019-MS-242); Liaoning Provincial Education Department Focuses on Tackling Key Problems (No. LZGD2020004); China Postdoctoral Science Foundation (No. 2018M630293)

**Author brief:** SUN Gang (1997-), main research interests: rock impact and blasting, E-mail: 1761152028@qq.com.

WANG Junxiang (corresponding author), associate professor, doctoral supervisor, E-mail: w. j. xgood@163. com.

obtain distribution law pattern of initial geostress field, the immune algorithm combined with BP neural network (IA-BP algorithm) for inversion of initial in-situ stress field is studied. The optimization of BP neural network by immune algorithm is to encode the connection weights and thresholds of BP neural network as antibodies in the immune algorithm. The hybrid algorithm can not only take advantage of the characteristics of immune algorithm as well as the global optimization quick search for the global optimal solution or near optimal solution, and can also adopt BP algorithm to avoid the near optimal and sub-optimal solutions, oscillation on the local optimization, realizing the aim of fast converge of the global optimal solution. The plane slope model and three-dimensional model were constructed by COMSOL respectively to carry out forward analysis and calculation, and the calculated results were taken as "measured values" to conduct inversion analysis of in-situ stress, but the inversion results of IA-BP algorithm were compared with those of PSO-BP and multiple linear regression algorithms. The results show that the inversion error of IA-BP algorithm is smaller under the two-dimensional (2D) slope model. Under the three-dimensional (3D) model, IA-BP algorithm from the measured values and the inversion of the absolute value of relative error between 0% and 10.64% (3.39% on average), for PSO-BP, it is between 1% and 48.39% with average value of 6.93%, for MLR, it is between 0.55% and 121.95% with average of 21.87%. By comparison, it can be known that the overall inversion results of IA-BP algorithm have the highest accuracy. In both 2D and 3D models, the error of the inversion results is smaller than those using the other two. The application of IA-BP intelligent algorithm to the inversion of in-situ stress field can provide technical support for the construction of underground engineering.

**Keywords:** in-situ stress field; immune intelligent algorithm; particle swarm intelligence algorithm; multiple linear regression

初始地应力场是影响地下工程围岩应力、位移分布及破坏形式的重要因素之一,是地下工程设计的基本指标,尤其在长大公路隧道中,利用的初始地应力场是否可靠将直接影响到工程设计与施工的可靠性与安全性。利用水压致裂法和微震声学法等直接测定地应力的方法是获得较准确现场实测地应力最直接的方法,但地应力场成因复杂,加之在实际测量过程中存在地质复杂、经费高等问题,使得测得的地应力具有离散性、精度低、只能反映局部应力场等缺点。因此,如何较准确的获得初始地应力场的分布规律,对地下工程的建设及深部地质灾害的防治都有着重要的意义。

为了更准确获得初始地应力场的分布规律,众多学者从不同角度对初始地应力场进行了研究。位移反分析法依据现场实测位移对初始地应力场进行反演,因其具有方便量测洞室位移、能反映洞室开挖扰动后效应的优点,在有位移监测的工程中对地应力进行反演时得到应用<sup>[1-2]</sup>。但在实际工程中该方法有很大的局限性,一般情况下,对初始地应力场的研究往往是在洞室开挖之前,这就使得洞室开挖位移不能成为先验信息。此外,位移反分析的结果受测点数量及位置设定的影响;应力反分析法依据现场实测地应力对初始地应力场进行反演。常用的应力反分析法有多元线性回归方法、边

界荷载调整法、智能算法<sup>[3-5]</sup>等。其中,多元线性回归方法因其简单、拟合效果较好、反演精度较高,在实际工程中,对地应力进行反演时得到应用<sup>[6-8]</sup>,但该方法因其线性假设忽略了影响初始地应力各因素之间的相互作用,且实际情况的初始地应力与影响初始地应力的各因素之间的关系难以用线性函数表达;而智能算法中的人工神经网络因其具有全局搜索能力、泛化能力、非线性映射能力等特点被应用在初始地应力场的反演研究中,如张乐文等<sup>[9]</sup>依据现场实测地应力数据,基于径向基函数(RBF)神经网络原理,对江边电站引水隧洞区进行了地应力反演,并得到了隧洞区的初始地应力场;张社荣等<sup>[10]</sup>基于逐步回归原理耦合人工神经网络(SLR-ANN)的非线性智能方法,对黄登水电站厂址区域的地应力场进行了反演;涂图等<sup>[11]</sup>基于多元线性回归方法,确定了BP神经网络样本范围,采用改进粒子群算法与BP神经网络相结合的方法,对初始地应力场进行了反演。

笔者利用免疫算法全局寻优的能力及BP神经网络局部优化的特点,提出一种将免疫算法(IA)与BP神经网络相结合的算法(IA-BP算法),将其应用于初始地应力场的反演研究中,并与多元线性回归方法及粒子群与神经网络相结合的方法(PSO-BP)反演得到的结果进行对比。结果表明,将IA-BP算

法应用到初始地应力场的反演研究中能提高反演精度,对地下工程的建设具有一定的指导作用。

## 1 初始地应力场反演分析方法

### 1.1 IA-BP 算法

BP 神经网络是一种信号向前传播、误差向后传播的多层前向型神经网络。BP 神经网络模型的拓扑结构一般由 3 层组成,即输入层、隐含层和输出层,其结构如图 1 所示。

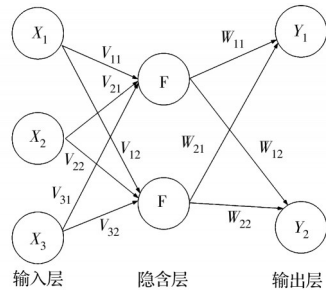


图 1 BP 神经网络模型

Fig.1 BP neural network model

BP 神经网络通过使用优化后的梯度下降法对样本进行预测,通过计算输出值与期望值的误差,使用逆向传播不断调整权值与阈值,使输出值与期望值误差更小。

用  $P$ 、 $T$  分别表示 BP 神经网络训练样本输入层数据矩阵和输出层数据矩阵。则  $P$ 、 $T$  的表达式为

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & \cdots & p_{mq} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & \cdots & t_{1q} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n1} & \cdots & t_{nq} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $p_{mq}$  为第  $q$  个训练样本的第  $m$  个输入变量;  $t_{nq}$  为第  $q$  个训练样本的第  $n$  个输出变量;  $m$  为输入变量的维数;  $n$  为输出变量的维数;  $q$  为训练样本集。

用  $W^1$ 、 $W^2$  分别表示输入层和隐含层的权值及隐含层和输出层的权值,则  $W^1$ 、 $W^2$  的表达式为

$$W^1 = \begin{bmatrix} \omega_{11}^1 & \cdots & \omega_{1m}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{l1}^1 & \cdots & \omega_{lm}^1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$W^2 = \begin{bmatrix} \omega_{11}^2 & \cdots & \omega_{1l}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \omega_{n1}^2 & \cdots & \omega_{nl}^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

用  $\theta^1$ 、 $\theta^2$  分别表示隐含层神经元的阈值与输出

层神经元的阈值,则  $\theta^1$ 、 $\theta^2$  的表达式为

$$\theta^1 = [\theta_1^1, \theta_2^1, \dots, \theta_l^1]' \quad (5)$$

$$\theta^2 = [\theta_1^2, \theta_2^2, \dots, \theta_n^2]' \quad (6)$$

用  $O_j$ 、 $z_k$  分别表示隐含层神经元的输出与输出层神经元的输出,则  $O_j$ 、 $z_k$  的表达式为

$$O_j = f\left(\sum_{i=1}^m \omega_{ij}^1 x_i - \theta_j^1\right) = f(\text{net}_j) \quad (7)$$

$$z_k = g\left(\sum_{j=1}^l \omega_{kj}^2 O_j - \theta_k^2\right) = g(\text{net}_k) \quad (8)$$

则 BP 神经网络的输出和期望输出之间的误差可表示为

$$E = \frac{\sum_{k=1}^n (y_k - z_k)^2}{2} = \frac{\sum_{k=1}^n \left[ y_k - g\left(\sum_{j=1}^l \omega_{kj}^2 O_j - \theta_k^2\right) \right]^2}{2} \quad (9)$$

从而可将误差对隐含层和输出层权值  $\omega_{kj}^2$  偏导数与误差对输入层和隐含层权值  $\omega_{ij}^1$  偏导数表示为

$$\frac{\partial E}{\partial \omega_{kj}^2} = \frac{\partial E}{\partial z_k} \frac{\partial z_k}{\partial \omega_{kj}^2} = -(y_k - z_k) g'(\text{net}_k) O_j \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \omega_{ij}^1} &= \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^l \frac{\partial E}{\partial z_k} \frac{\partial z_k}{\partial O_j} \frac{\partial O_j}{\partial \omega_{ij}^1} = \\ &= - \sum_{k=1}^n (y_k - z_k) g'(\text{net}_k) \omega_{kj}^2 f'(\text{net}_j) x_i \end{aligned} \quad (11)$$

将误差对输出层阈值  $\theta_k^2$  偏导数与误差对隐含层阈值  $\theta_j^1$  偏导数表示为

$$\frac{\partial E}{\partial \theta_k^2} = \frac{\partial E}{\partial z_k} \frac{\partial z_k}{\partial \theta_k^2} = (y_k - z_k) g'(\text{net}_k) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \theta_j^1} &= \sum_{k=1}^n \frac{\partial E}{\partial z_k} \frac{\partial z_k}{\partial O_j} \frac{\partial O_j}{\partial \theta_j^1} = \\ &= \sum_{k=1}^n (y_k - z_k) g'(\text{net}_k) \omega_{kj}^2 f'(\text{net}_j) \end{aligned} \quad (13)$$

免疫算法(IA)是参考生物体免疫过程而开发的一种较为先进的搜索式算法<sup>[12]</sup>。作为一种新的算法,它是通过对机体免疫过程中的各个环节进行模拟,用于进行实际问题最优解搜寻的一种自适应智能系统,它保留了生物免疫系统所具有的若干特点<sup>[13]</sup>:

- 1) 广泛全面的最优解搜索能力。
- 2) 多样性保持机制。
- 3) 鲁棒性强。
- 4) 并行的求解搜索过程。

免疫算法通过免疫算子,利用免疫系统的多样性产生和维持极值来保持种群体的多样性,克服了一般寻优过程尤其是多峰函数寻优过程中难处理的“早熟”问题,最终求得全局最优解<sup>[14]</sup>。免疫算法

中有许多的算子,主要的几种算子有:亲和度评价算子、抗体浓度评价算子、抗体激励度的计算算子、免疫选择算子、克隆算子、变异算子、克隆抑制算子、种群刷新算子,具体论述参考文献[14]。

初始化免疫算法的相关参数,如免疫个体数、免疫个体数目、最大免疫代数、激励度系数等,经过识别抗原、生成初始化抗体、计算亲和度、记忆细胞分化、抗体促进抑制、产生新抗体、更新种群这一循环过程,最终得到最优解。具体过程为:

- 1)识别抗原:把目标函数和约束作为抗原。
- 2)生成初始化的抗体:随机生成独特型串维数为  $M$  的  $N$  个抗体。
- 3)计算亲和度。

①抗体  $v$  和抗原  $w$  的亲和度为

$$ax_{v,w} = \frac{1}{1 + opt_{v,w}} \quad (14)$$

式中:抗体  $v$  和抗原  $w$  的结合强度用  $opt_{v,w}$  表示,对于最优解,  $ax_{v,w} = 1(opt_{v,w} = 0)$ ,此时抗原和抗体的匹配度最高。

②抗体  $v$  和抗体  $m$  的亲和度为

$$ay_{v,m} = \frac{1}{1 + E(2)} \quad (15)$$

式中: $E(2)$ 表示  $v$  和  $w$  的平均信息熵。

$$E(N) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left( \sum_{i=1}^N -p_{ij} \log_k p_{ij} \right) \quad (16)$$

式中: $N$ 为抗体数; $M$ 为基因个数,若为二进制数, $K$ 就是 2; $p_{ij}$ 为选择第  $i$  个抗体的第  $j$  位等位基因的概率。

4)记忆细胞分化:在抗原与抗体之间亲和度最高的抗体加入记忆细胞,由于记忆细胞容纳的数量有限,新生成的抗体将会代替记忆细胞中原有的亲和度最高的抗体。

5)抗体产生的促进和抑制:计算抗体  $v$  的期望值,选择期望值高的抗体。抗体  $v$  的期望值  $e_v$  的计算公式为

$$e_v = \frac{ax_v}{c_v} \quad (17)$$

式中: $c_v$ 为抗体  $v$  的密度。

$$c_v = -\frac{q_k}{N} \quad (18)$$

式中: $q_k$ 为与抗体  $k$  有较大亲和力的抗体。

6)新抗体产生:根据不同抗体和抗原亲和力的 高低,使用轮盘赌方法,选择两个抗体。然后对这两个抗体进行变异、交叉,产生新抗体,使抗体周围出

现多样解。重复该步骤直到产生所有  $N$  个新抗体。

7)结束条件:若求出的最优解满足一定结束条件则结束。

免疫算法优化 BP 神经网络就是将 BP 神经网络的连接权值和阈值作为免疫算法中的抗体进行编码,通过抗原与抗体的亲和度计算及抗体和抗体之间亲和度的计算,找到抗原亲和度高的抗体加入记忆细胞。接着利用新抗体替代与之亲和度高的抗体来更新记忆细胞,通过抗体产生的促进与抑制来保证抗体的多样性。进一步,通过交叉变异产生下一代抗体,直至满足迭代次数,停止更新记忆细胞。最后从记忆细胞中选取亲和度高的抗体,将其作为 BP 神经网络的权值和阈值,对 BP 神经网络优化。

### 1.2 不同算法对比

为了验证 IA-BP 算法在初始地应力场反演中的应用,建立一个二维边坡模型,模型尺寸如图 2 所示。假设二维边坡模型的弹性模量  $E=28 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\nu=0.23$ ,容重  $\gamma=2700 \text{ kg/m}^3$ 。在模型底部施加固定约束,左端施加大小为  $10 \text{ MPa}$ 、方向沿着  $x$  轴正方向的均布荷载,右端约束其法向位移。计算时采用弹性本构模型。任取 6 个样本点作为初始地应力场的初始值,计算出的 6 个样本点的地应力值如表 1 所示。

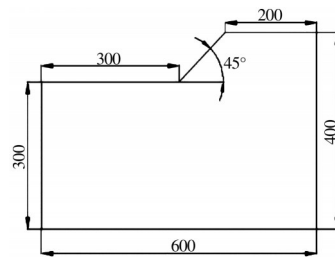


图 2 二维边坡模型(单位:cm)

Fig.2 Two dimensional slope model

表 1 样本点的地应力值

Table 1 The geostress in sample points

| 样本点 | 坐标        | $\sigma_x/\text{MPa}$ | $\sigma_{xy}/\text{MPa}$ | $\sigma_y/\text{MPa}$ |
|-----|-----------|-----------------------|--------------------------|-----------------------|
| 1   | (100,200) | -9.15                 | 0.84                     | -2.11                 |
| 2   | (200,120) | -5.99                 | 2.26                     | -5.52                 |
| 3   | (500,320) | -3.26                 | -0.40                    | -1.81                 |
| 4   | (450,230) | -4.45                 | 0.00                     | -3.75                 |
| 5   | (320,230) | -6.24                 | 0.30                     | -3.70                 |
| 6   | (550,360) | -2.97                 | -0.13                    | -1.00                 |

分别采用 IA-BP 算法、PSO-BP 算法以及多元线性回归算法对初始地应力场进行反演,得到不同

算法的样本点地应力反演值如表2所示。由表2可知,多元线性回归算法反演值与样本点实测值之间的相对误差的绝对值为0.81%~176.92%(平均相对误差的绝对值为17.57%),PSO-BP算法反演值与样本点实测值之间的相对误差绝对值为0%~

6.67%(平均相对误差的绝对值为1.27%),IA-BP算法反演值与样本点实测值之间的相对误差的绝对值为0%~1%(平均相对误差的绝对值为0.11%)。通过对比可知,IA-BP算法反演出的地应力与样本点地应力更接近。

表2 不同算法反演的样本点地应力值

Table 2 In-situ stress values of sample points inverted by different algorithms

| 实测点 | 方法     | 水平应力                  |        | 竖直应力                     |        | 剪切应力                  |        |
|-----|--------|-----------------------|--------|--------------------------|--------|-----------------------|--------|
|     |        | $\sigma_x/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_{xy}/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_y/\text{MPa}$ | 相对误差/% |
| 1   | 实测值    | -9.15                 | 0.00   | 0.84                     | 0.00   | -2.11                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -9.45                 | 3.28   | 0.77                     | 8.33   | -2.08                 | 1.42   |
|     | PSO-BP | -9.27                 | 1.31   | 0.85                     | 1.19   | -2.08                 | 1.42   |
|     | IA-BP  | -9.15                 | 0.00   | 0.84                     | 0.00   | -2.10                 | 0.47   |
| 2   | 实测值    | -5.99                 | 0.00   | 2.26                     | 0.00   | -5.52                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -6.05                 | 1.00   | 2.49                     | 10.18  | -5.31                 | 3.80   |
|     | PSO-BP | -6.05                 | 1.00   | 2.30                     | 1.77   | -5.50                 | 0.36   |
|     | IA-BP  | -5.99                 | 0.00   | 2.26                     | 0.00   | -5.51                 | 0.18   |
| 3   | 实测值    | -3.26                 | 0.00   | -0.40                    | 0.00   | -1.81                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -3.06                 | 6.13   | 0.59                     | 47.5   | -1.98                 | 9.39   |
|     | PSO-BP | -3.29                 | 0.92   | -0.41                    | 2.50   | -1.80                 | 0.55   |
|     | IA-BP  | -3.26                 | 0.00   | -0.40                    | 0.00   | -1.81                 | 0.00   |
| 4   | 实测值    | -4.45                 | 0.00   | 0.00                     | 0.00   | -3.75                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -4.06                 | 8.76   | -0.11                    |        | -3.88                 | 3.47   |
|     | PSO-BP | -4.50                 | 1.12   | 0.00                     | 0.00   | -3.72                 | 0.80   |
|     | IA-BP  | -4.45                 | 0.00   | 0.00                     | 0.00   | -3.74                 | 0.27   |
| 5   | 实测值    | -6.24                 | 0.00   | 0.30                     | 0.00   | -3.70                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -6.06                 | 2.88   | 0.32                     | 6.67   | -3.67                 | 0.81   |
|     | PSO-BP | -6.32                 | 1.28   | 0.32                     | 6.67   | -3.70                 | 0.00   |
|     | IA-BP  | -6.24                 | 0.00   | 0.30                     | 0.00   | -3.70                 | 0.00   |
| 6   | 实测值    | -2.97                 | 0.00   | -0.13                    | 0.00   | -1.00                 | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -2.80                 | 5.72   | -0.36                    | 176.92 | -1.20                 | 20.00  |
|     | PSO-BP | -3.00                 | 1.01   | -0.13                    | 0.00   | -0.99                 | 1.00   |
|     | IA-BP  | -2.97                 | 0.00   | -0.13                    | 0.00   | -0.99                 | 1.00   |

## 2 岩体初始地应力场反演分析

### 2.1 模型建立

为了进一步验证IA-BP算法的优越性,建立一个复杂的三维模型。假设某山体中开挖一条隧道,隧址区内最高海拔2 874 m,最低海拔880 m,相对高差约2 072 m。隧道总长度约12 226 m。三维初始地应力场计算模型的起始边界选在隧道进口处, $z$ 轴方向的计算范围为沿 $z$ 轴从隧道轴线设计高程以下1 000 m一直到自然地形表面,沿 $x$ 轴方向的计算

范围为12 300 m,沿 $y$ 轴的计算范围为3 100 m。其中, $x$ 轴的方向是沿着隧道轴线方向, $y$ 轴的方向在水平面内垂直于 $x$ 轴, $z$ 轴的方向竖直向上。假设沿隧道轴线方向隧址区围岩分为Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ级,各岩体力学参数见表3。

大量工程实践表明,岩体初始地应力场的形成与岩体自重及地质作用有关,基于此,考虑自重作用和水平构造作用对岩体初始地应力场的影响,施加以下初始边界条件:考虑自重修正系数 $V_1$ (岩体初始地应力通常受自重及构造应力的影响,为考虑

表 3 岩体力学参数

Table 3 Rock mechanical parameters

| 围岩等级 | 重度/(kN·m <sup>-3</sup> ) | 弹性模量/GPa | 泊松比  |
|------|--------------------------|----------|------|
| Ⅲ    | 24                       | 8.0      | 0.27 |
| Ⅳ    | 22                       | 3.0      | 0.33 |
| Ⅴ    | 19                       | 1.2      | 0.40 |

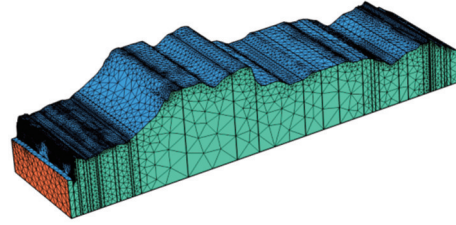


图 3 计算模型网格

Fig. 3 Grid of computational model

竖向构造应力对地应力的影响,利用自重修正系数来表示竖向构造应力对岩体初始地应力的影响。自重系数一般取值范围为 0.8~1.3);考虑  $x$  方向的构造运动,在垂直于  $x$  轴方向的两个面施加方向相反、大小为  $V_2$  的均布荷载;考虑  $y$  方向的构造运动,在垂直于  $y$  轴方向的两个面上施加方向相反,大小均为  $V_3$  的单位均布荷载;考虑  $x$ - $y$  平面内的切向构造运动,在垂直于  $y$  轴的两个面上施加沿  $z$  轴负向逆时针旋转、大小为  $V_4$  的切向均布荷载;考虑  $x$ - $z$  平面内的剪切构造运动,在垂直于  $x$  轴的两个面上施加沿着  $y$  轴正向顺时针旋转、大小为  $V_5$  的切向均布荷载;考虑  $y$ - $z$  平面内的剪切构造运动,在垂直于  $y$  轴的两个面上施加沿着  $x$  轴正向顺时针旋转、大小为  $V_6$  的切向均布荷载。假设  $V_1=1$  MPa、 $V_2=18$  MPa、 $V_3=12$  MPa、 $V_4=3$  MPa、 $V_5=2$  MPa、 $V_6=2.4$  MPa,共模拟了 34 条断层,忽略岩石节理的影响。计算模型共分割了 268 722 个单元,59 020 个节点。计算时采用弹性本构模型。隧道三维初始地应力场计算模型及分割后的网格如图 3 所示。在初始边界条件构造的应力场中任取 4 个点作为实测点,计算出对应的 6 个应力分量(表中负号表示应力的方向与坐标轴正方向相反)作为实测值,实测点的坐标及计算出的 6 个应力分量值如表 4 所示。由于是先假定模型的边界条件,进而求得地应力的“实测值”,所以没有考虑测点的应力状态和测点方位,但在实际工程中现场实测的地应力需要考虑测点的应力状态和测点方位。

2.2 地应力反演模型构建

1)地应力反演的 BP 神经网络模型构建

在 BP 神经网络模型中,BP 神经网络隐含层节点数作为神经网络拓扑结构的核心部分,不同隐含层节点数的选取可能会导致训练误差增大,经过不断地试错,确定隐含层节点数为 11,选取的 BP 神经网络结构为 24-11-6,如图 4 所示。其中,输入层和隐含层之间及隐含层与输出层之间分别采用 S 型正切函数 tansig 和线性函数 purelin,训练函数选用动量梯度下降函数 traingdm,训练目标最小误差为 0.001,学习速率为 0.01。

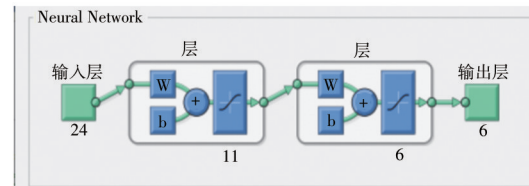


图 4 BP 神经网络训练

Fig.4 BP neural network training

2)地应力反演的 PSO-BP 模型构建

BP 神经网络中输入层节点数为 24 个,输出层节点数为 6 个,隐含层节点数为 11 个,则对应的粒子维数为  $24 \times 11 + 11 + 11 \times 6 + 6 = 347$ ,对应的粒子种群数量为 100,学习因子  $c_1=1.8, c_2=1.7$ ,最大迭代次数为 1 000 次。利用 PSO-BP 对目标函数的适应度值进行跟踪分析,得出粒子群算法优化目标函数的迭代曲线,如图 5 所示。

3)地应力反演的 IA-BP 模型构建

免疫算法是一种随机的全局搜索方法,虽然算法本质上具有全局收敛的能力,但对于不同的具体

表 4 实测点坐标及应力分量值

Table 4 Coordinates and stress components of actual measurement points

| 样本点 | 坐标                  | $\sigma_x$ /MPa | $\sigma_y$ /MPa | $\sigma_z$ /MPa | $\sigma_{xy}$ /MPa | $\sigma_{yz}$ /MPa | $\sigma_{xz}$ /MPa |
|-----|---------------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1   | (2 500,2 100,1 300) | -7.96           | -12.73          | -21.11          | -0.97              | -2.86              | -4.31              |
| 2   | (5 600,1 300,1 800) | -5.79           | -14.02          | -20.00          | -1.30              | 1.83               | 0.62               |
| 3   | (8 200,2 500,1 500) | -4.65           | -8.52           | -5.14           | -1.72              | 0.47               | -0.41              |
| 4   | (12 000,1 200,800)  | -14.54          | -11.70          | -10.18          | -2.08              | 1.38               | 0.95               |

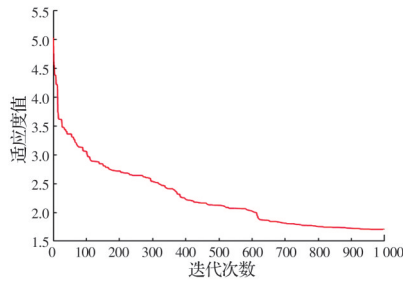
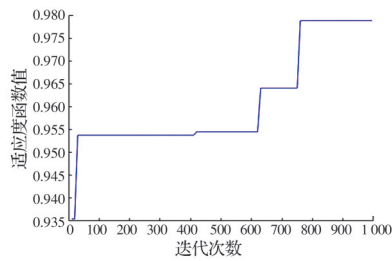


图 5 PSO-BP 算法迭代曲线

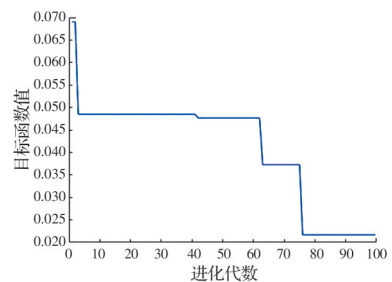
Fig. 5 PSO-BP algorithm iterative curve

问题,操作算子中相关参数的选取对算法整体性能起着重要的作用<sup>[15]</sup>。BP 神经网络输入层、输出层及隐含层的节点个数均已确定,免疫算法中基因个数为 347,种群数为 60,进化代数为 100,交叉概率  $P_c=0.8$ ,变异概率  $P_m=0.2$ ,抗体浓度阈值为 0.8。

利用 IA-BP 对目标函数的适应度值进行跟踪分析,得出免疫算法优化目标函数的迭代曲线,如图 6 所示。



(a) 适应度函数迭代曲线



(b) 目标函数迭代曲线

图 6 IA-BP 算法迭代曲线

Fig. 6 IA-BP algorithm iterative curve

### 2.3 地应力反演过程与结果分析

分别利用多元线性回归算法、PSO-BP 算法、IA-BP 算法反演和构造应力场。其中,利用 IA-BP、PSO-BP 算法对隧址区地应力场进行反演时的过程如下:

1)参数取值范围。

假设  $V_1 \in [0.9, 1.3]$ 、 $V_2 \in [14.00, 18.0]$ 、 $V_3 \in$

$[8.0, 12.0]$ 、 $V_4 \in [2.0, 4.0]$ 、 $V_5 \in [2.0, 4.0]$ 、 $V_6 \in [1.6, 2.4]$ ,为了使样本输出值在问题空间中均匀分布,在取值范围内挑选出具有代表性的点,训练样本输出值的数值调整采用正交设计<sup>[11]</sup>。按照  $L_{25}(5 \cdot 6)$  进行正交设计,设计样本见表 5。

表 5 正交设计表

Table 5 Orthogonal test table

| 样本 | L1  | L2 | L3 | L4  | L5  | L6  |
|----|-----|----|----|-----|-----|-----|
| 1  | 0.9 | 14 | 8  | 2   | 2   | 1.6 |
| 2  | 0.9 | 15 | 9  | 2.5 | 2.5 | 1.8 |
| 3  | 0.9 | 16 | 10 | 3   | 3   | 2   |
| 4  | 0.9 | 17 | 11 | 3.5 | 3.5 | 2.2 |
| 5  | 0.9 | 18 | 12 | 4   | 4   | 2.4 |
| 6  | 1   | 14 | 9  | 3   | 3.5 | 2.4 |
| 7  | 1   | 15 | 10 | 3.5 | 4   | 1.6 |
| 8  | 1   | 16 | 11 | 4   | 2   | 1.8 |
| 9  | 1   | 17 | 12 | 2   | 2.5 | 2   |
| 10 | 1   | 18 | 8  | 2.5 | 3   | 2.2 |
| 11 | 1.1 | 14 | 10 | 4   | 2.5 | 2.2 |
| 12 | 1.1 | 15 | 11 | 2   | 3   | 2.4 |
| 13 | 1.1 | 16 | 12 | 2.5 | 3.5 | 1.6 |
| 14 | 1.1 | 17 | 8  | 3   | 4   | 1.8 |
| 15 | 1.1 | 18 | 9  | 3.5 | 2   | 2   |
| 16 | 1.2 | 14 | 11 | 2.5 | 4   | 2   |
| 17 | 1.2 | 15 | 12 | 3   | 2   | 2.2 |
| 18 | 1.2 | 16 | 8  | 3.5 | 2.5 | 2.4 |
| 19 | 1.2 | 17 | 9  | 4   | 3   | 1.6 |
| 20 | 1.2 | 18 | 10 | 2   | 3.5 | 2   |
| 21 | 1.3 | 14 | 12 | 3.5 | 3   | 1.8 |
| 22 | 1.3 | 15 | 8  | 4   | 3.5 | 2   |
| 23 | 1.3 | 16 | 9  | 2   | 4   | 2.2 |
| 24 | 1.3 | 17 | 10 | 2.5 | 2   | 2.4 |
| 25 | 1.3 | 18 | 11 | 3   | 2.5 | 1.6 |

2)正分析计算。

将表 5 中的每一组系数作为边界条件代入 comsol 有限元计算软件,计算得到测点 1、2、3、4 的 6 个应力分量,共 24 个应力值。

3)BP 神经网络训练。将步骤 2 中计算出的 24 个应力值及其对应的系数作为训练样本进行训练。其中系数作为输出,24 个地应力值作为输入。

4)实测地应力值反演

将现场实测的地应力值作为输入,代入步骤 3 训练好的神经网络,得到反演参数(见表 6)。将反演出来的参数作为边界条件,利用 comsol 进行计算,得出 4 个测点的初始地应力值。

表 6 IA-BP 和 PSO-BP 的工况系数  
Table 6 Result of IA-BP algorithm and PSO-BP algorithm

| 系数    | IA-BP | PSO-BP |
|-------|-------|--------|
| $L_1$ | 0.94  | 1.01   |
| $L_2$ | 17.02 | 18.68  |
| $L_3$ | 11.96 | 12.26  |
| $L_4$ | 3.00  | 3.32   |
| $L_5$ | 2.00  | 2.26   |
| $L_6$ | 2.40  | 2.32   |

将各种算法反演值与实测值相对误差的绝对值作为误差精度的评判标准。经多元线性回归算法、PSO-BP 算法、IA-BP 算法反演结果及误差如表 7 所示。

由表 7、表 8 可知：

1) 多元线性回归反演结果与实测值之间相对误差的绝对值为 0.55%~121.95%，平均相对误差为 21.87%，PSO-BP 算法反演结果与实测值之间相对误差的绝对值为 0%~48.39%，平均相对误差为 6.93%，IA-BP 算法反演结果与实测值之间相对误差的绝对值为 0%~10.64%，平均相对误差为 3.39%，IA-BP 误差较小。

2) 对于  $\sigma_x$ ，多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 2.20%~8.81%，平均

相对误差为 5.40%，PSO-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 1.72%~3.58%，平均相对误差为 2.69%，IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 2.94%~5.50%，平均相对误差为 3.74%，PSO-BP 误差相对较小。

3) 对于  $\sigma_y$ ，多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 2.35%~23.12%，平均相对误差为 10.10%，PSO-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 1.88%~2.71%，平均相对误差为 2.32%，IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0.16%~1.28%，平均相对误差为 0.52%，IA-BP 误差相对较小。

4) 对于  $\sigma_z$ ，多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0.55%~2.92%，平均相对误差为 1.50%，PSO-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0.85%~1.36%，平均相对误差为 1.18%，IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 5.11%~6.30%，平均相对误差为 5.76%，PSO-BP 误差相对较小。

5) 对于  $\sigma_{xy}$ ，多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 1.44%~74.22%，平均相对误差为 29.1%，PSO-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 10.58%~22.68%，

表 7 多元回归、IA-BP、PSO-BP 与实测数据结果对比  
Table 7 Comparison of the results among multiple linear regression, IA-BP, PSO-BP and measured data

| 实测点 | 方法     | $\sigma_x/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_y/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_z/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_{xy}/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_{xz}/\text{MPa}$ | 相对误差/% | $\sigma_{yz}/\text{MPa}$ | 相对误差/% |
|-----|--------|-----------------------|--------|-----------------------|--------|-----------------------|--------|--------------------------|--------|--------------------------|--------|--------------------------|--------|
| 1   | 实测值    | -7.96                 | 0.00   | -12.73                | 0.00   | -21.11                | 0.00   | -0.97                    | 0.00   | -2.86                    | 0.00   | -4.31                    | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -8.34                 | 4.77   | -13.77                | 8.17   | -20.91                | 0.95   | -1.69                    | 74.22  | -2.90                    | 1.40   | -3.74                    | 13.23  |
|     | PSO-BP | -8.20                 | 3.02   | -13.01                | 2.20   | -21.37                | 1.23   | -1.19                    | 22.68  | -2.95                    | 3.15   | -4.48                    | 3.94   |
|     | IA-BP  | -7.68                 | 3.52   | -12.75                | 0.16   | -19.78                | 6.30   | -0.97                    | 0.00   | -2.75                    | 3.85   | -4.24                    | 1.62   |
| 2   | 实测值    | -5.79                 | 0.00   | -14.02                | 0.00   | -20.00                | 0.00   | -1.30                    | 0.00   | 1.83                     | 0.00   | 0.62                     | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -5.28                 | 8.81   | -13.69                | 2.35   | -20.11                | 0.55   | -1.55                    | 19.23  | 1.70                     | 7.10   | 0.04                     | 93.55  |
|     | PSO-BP | -5.93                 | 2.42   | -14.40                | 2.71   | -20.17                | 0.85   | -1.46                    | 12.31  | 1.87                     | 2.19   | 0.92                     | 48.39  |
|     | IA-BP  | -5.62                 | 2.94   | -14.20                | 1.28   | -18.80                | 6.00   | -1.30                    | 0.00   | 1.76                     | 3.83   | 0.58                     | 6.45   |
| 3   | 实测值    | -4.65                 | 0.00   | -8.52                 | 0.00   | -5.14                 | 0.00   | -1.72                    | 0.00   | 0.47                     | 0.00   | -0.41                    | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -4.38                 | 5.81   | -6.55                 | 23.12  | -5.29                 | 2.92   | -2.09                    | 21.51  | 0.48                     | 2.13   | 0.09                     | 121.95 |
|     | PSO-BP | -4.73                 | 1.72   | -8.68                 | 1.88   | -5.21                 | 1.36   | -1.95                    | 13.37  | 0.43                     | 8.51   | -0.41                    | 0.00   |
|     | IA-BP  | -4.51                 | 3.01   | -8.48                 | 0.47   | -4.85                 | 5.64   | -1.71                    | 0.58   | 0.42                     | 10.64  | -0.38                    | 7.32   |
| 4   | 实测值    | -14.54                | 0.00   | -11.70                | 0.00   | -10.18                | 0.00   | -2.08                    | 0.00   | 1.38                     | 0.00   | 0.95                     | 0.00   |
|     | 多元线性回归 | -14.22                | 2.20   | -12.49                | 6.75   | -10.02                | 1.57   | -2.11                    | 1.44   | 1.83                     | 32.61  | 0.30                     | 68.42  |
|     | PSO-BP | -15.06                | 3.58   | -11.99                | 2.48   | -10.31                | 1.28   | -2.30                    | 10.58  | 1.39                     | 0.72   | 1.10                     | 15.79  |
|     | IA-BP  | -13.74                | 5.50   | -11.72                | 0.17   | -9.66                 | 5.11   | -2.07                    | 0.48   | 1.29                     | 6.52   | 0.95                     | 0.00   |



平均相对误差为 14.74%, IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0%~0.58%, 平均相对误差为 0.27%, IA-BP 误差相对较小。

6) 对于  $\sigma_{xz}$ , 多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 1.40%~32.61%, 平均相对误差为 10.81%, PSO-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0.72%~8.51%, 平均相对误差为 3.64%, IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 3.83%~10.64%, 平均相对误差为 6.21%, PSO-BP 误差相对较小。

7) 对于  $\sigma_{yz}$ , 多元线性回归算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 13.23%~121.95%, 平均相对误差为 118.86%, PSO-BP 算法反演值与实测值相对误差之间的绝对值为 0%~48.39%, 平均相对误差为 17.03%, IA-BP 算法反演值与实测值之间的相对误差的绝对值为 0%~7.32%, 平均相对误差为 3.85%, IA-BP 误差相对较小。对比可知, 对于正应力, PSO-BP 算法误差较小; 对于切应力, IA-BP 算法误差较小。对各个应力分量的整体误差, IA-BP 误差小于 PSO-BP 算法。

选取  $x$  轴 5 500 m 处的截面来对比不同算法的应力云图分布情况。图 7~图 9 为不同反演算法的应力云图分布。从图 7 可以看出, 对于  $\sigma_x$ , PSO-BP

表 8 应力分量平均相对误差对比

Table 8 Comparison of mean relative errors of stress components

| 方法     | $\sigma_x$ /<br>MPa | $\sigma_y$ /<br>MPa | $\sigma_z$ /<br>MPa | $\sigma_{xy}$ /<br>MPa | $\sigma_{xz}$ /<br>MPa | $\sigma_{yz}$ /<br>MPa |
|--------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 多元线性回归 | 5.40                | 10.10               | 1.50                | 29.1                   | 10.81                  | 118.86                 |
| PSO-BP | 2.69                | 2.32                | 1.18                | 14.74                  | 3.64                   | 17.03                  |
| IA-BP  | 3.74                | 0.52                | 5.76                | 0.27                   | 6.21                   | 3.85                   |

算法应力分布云图和 IA-BP 应力分布云图与实际应力云图分布最为相似, 计算值与实测值也较为接近, 但 PSO-BP 算法计算值更接近实测值; 从图 8 可以看出, 对于  $\sigma_y$ , PSO-BP 算法应力分布云图和 IA-BP 应力分布云图与实际应力云图分布相似, PSO-BP 算法应力分布云图与实际最为接近, PSO-BP 算法计算最大应力值与实际值最为接近, 而 IA-BP 算法计算最小应力值最为接近; 从图 9 可以看出, 对于  $\sigma_z$ , PSO-BP 算法应力分布云图和 IA-BP 应力分布云图与实际应力云图分布最为相似, PSO-BP 算法计算值与实际值最为接近。对于不同算法反演误差的精度与表 7 分析结果一样。从整体来看, PSO-BP 算法的精度在正应力值的反演结果上要高于 IA-BP 算法, IA-BP 算法的精度在切应力值的反演结果上要高于 PSO-BP 算法。

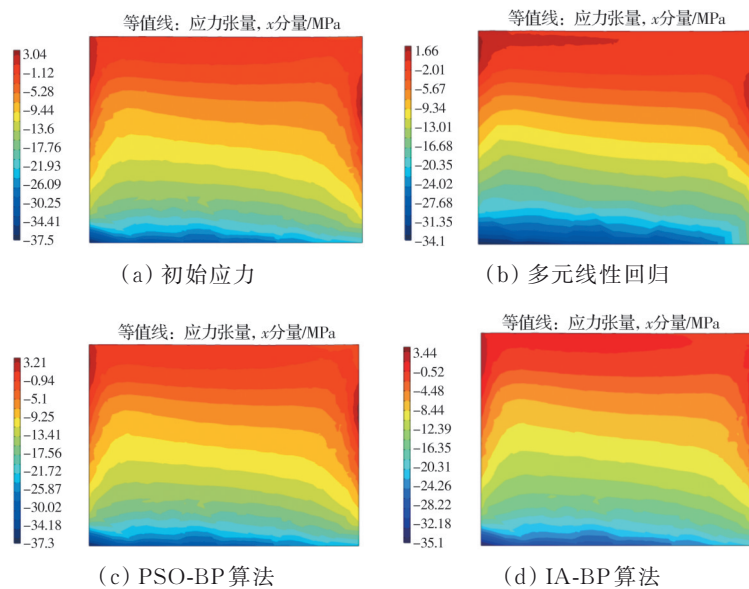


图 7 不同算法  $x$  方向应力分布云图

Fig. 7 Stress contours in  $x$  axis from different inverse calculation methods

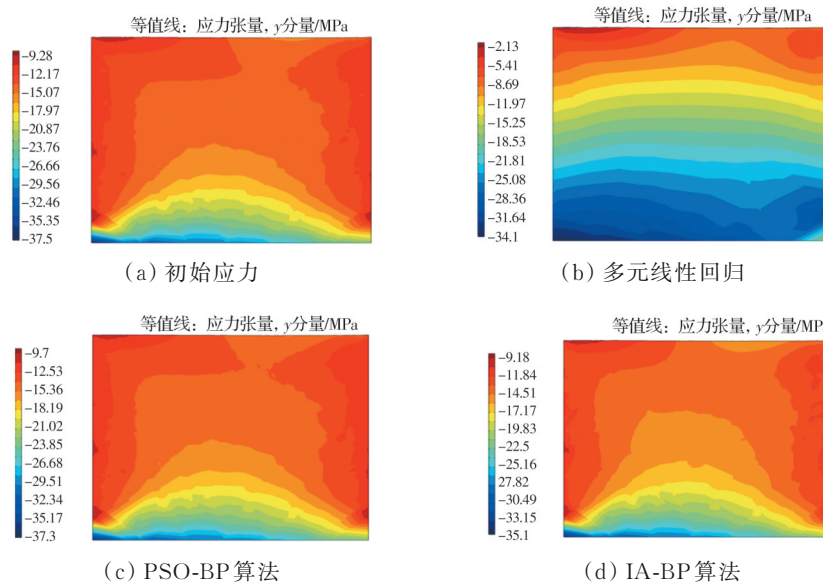


图 8 不同算法 y 方向应力分布云图

Fig. 8 Stress contours in y axis from different inverse calculation methods

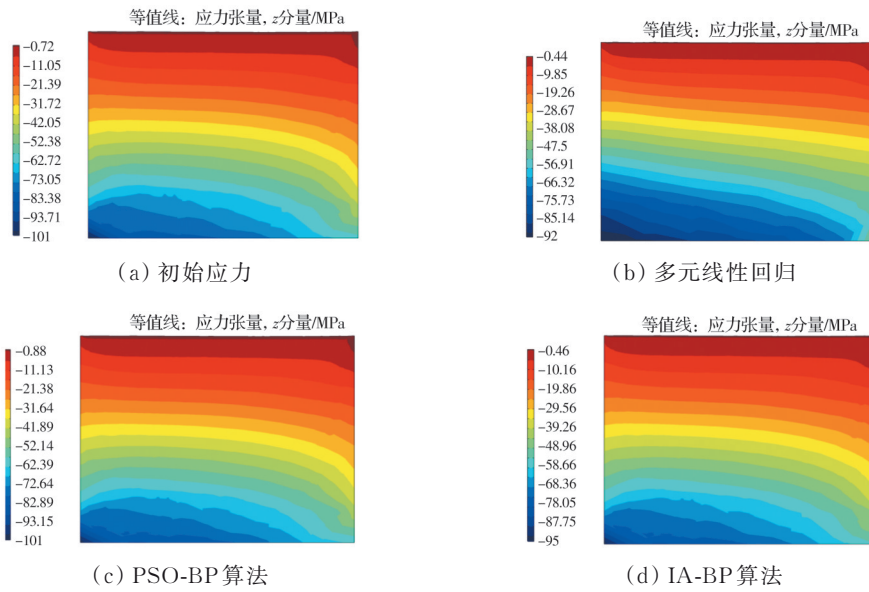


图 9 不同算法 z 方向应力分布云图

Fig. 9 Stress contours in z axis from different inverse calculation methods

### 3 结论

利用免疫算法全局寻优的能力及 BP 神经网络局部优化的特点,将 IA-BP 混合算法引入到岩土工程反分析之中,建立基于 IA-BP 智能算法的初始地应力场的反演方法。对初始地应力分别利用多元线性回归算法、PSO-BP 神经网络算法、IA-BP 神经网络算法进行反演,对于 6 个应力分量,IA-BP 算法反演结果与实测值最为接近。对于正应力,PSO-BP 算法精度比 IA-BP 高,对于切应力,IA-BP 算法

误差比 PSO-BP 算法小。可用于实际工程中对非线性岩体的初始地应力场反演研究,对地下工程的建设及地质灾害的防治具有一定参考价值。

### 参考文献

[1] 王金安, 李飞. 复杂地应力场反演优化算法及研究新进展[J]. 中国矿业大学学报, 2015, 44(2): 189-205.  
WANG J A LI F. Review of inverse optimal algorithm of in situ stress filed and new achievement [J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2015, 44(2):

- 189-205. (in Chinese)
- [2] 杨德林. 岩土工程问题的反演理论与工程实践[M]. 北京: 科学出版社, 1996: 1-27.  
YANG D L. Inversion theory and engineering practice for geotechnical engineering problem [M]. Beijing: Science press. 1996:1-27. (in Chinese)
- [3] LI Y, ZHANG Y Y, GAO R J, et al. In situ stress measurement and inversion in deep roadway [C]//2nd International Conference on Energy and Environmental Protection. 2013.
- [4] YU R G, TIAN Y. Application of hybrid genetic algorithm in ground stress inversion [J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 90-93: 337-341.
- [5] LI X P, ZHOU X J, XU Z X, et al. Inversion method of initial in situ stress field based on BP neural network and applying loads to unit body [J]. Advances in Civil Engineering, 2020, 2020: 1-15.
- [6] 曹鹏, 李科, 李长江, 等. 五女峰隧道隧址区地应力场反演与岩爆风险分析[J]. 现代隧道技术, 2018, 55(5): 45-52.  
CAO P, LI K, LI C J, et al. Back-calculation of ground stress field and rockburst analysis for Wunvfeng tunnel [J]. Modern Tunnelling Technology, 2018, 55(5): 45-52. (in Chinese)
- [7] 汪波, 何川, 吴德兴, 等. 苍岭特长公路隧道地应力场反演分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(2): 628-634.  
WANG B, HE C, WU D X, et al. Inverse analysis of in situ stress field of Cangling super-long highway tunnel [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(2): 628-634. (in Chinese)
- [8] 代聪, 何川, 陈子全, 等. 超大埋深特长公路隧道初始地应力场反演分析[J]. 中国公路学报, 2017, 30(10): 100-108.  
DAI C, HE C, CHEN Z Q, et al. Inverse analysis of initial ground stress field of deep embedded and extra long highway tunnel [J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(10): 100-108. (in Chinese)
- [9] 张乐文, 张德永, 邱道宏. 径向基函数神经网络在地应力场反演中的应用[J]. 岩土力学, 2012, 33(3): 799-804.  
ZHANG L W, ZHANG D Y, QIU D H. Application of radial basis function neural network to geostress field back analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(3): 799-804. (in Chinese)
- [10] 张社荣, 胡安奎, 王超, 等. 基于SLR-ANN的地应力场三维智能反演方法研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(9): 2737-2745.  
ZHANG S R, HU A K, WANG C, et al. Three-dimensional intelligent inversion method for in situ stress field based on SLR-ANN algorithm [J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(9): 2737-2745. (in Chinese)
- [11] 涂图, 王建, 张梦迪. 基于改进粒子群算法的BP神经网络在初始地应力场反演优化中的应用[J]. 水电能源科学, 2017, 35(12): 123-126, 139.  
TU T, WANG J, ZHANG M D. Application of BP neural network based improved PSO in initial geostress field inversion optimization [J]. Water Resources and Power, 2017, 35(12): 123-126, 139. (in Chinese)
- [12] 王志豪. 基于免疫高斯过程算法的岩体物理力学参数位移反分析方法研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2018.  
WANG Z H. Displacement back analysis method for physical and mechanical parameters of rock mass based on immune and Gaussian process coupling algorithm [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2018. (in Chinese)
- [13] 焦李成, 杜海峰. 人工免疫系统进展与展望[J]. 电子学报, 2003, 31(10): 1540-1548.  
JIAO L C, DU H F. Development and prospect of the artificial immune system [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(10): 1540-1548. (in Chinese)
- [14] 蔺雅娴. 基于IA-BP智能算法的应力-渗流耦合蠕变多参数反演方法及工程应用[D]. 沈阳: 沈阳工业大学, 2019.  
LIN Y X. Multi-parameter inversion method of stress-seepage coupling creep based on IA-BP intelligent algorithm and its engineering application [D]. Shenyang: Shenyang University of Technology, 2019. (in Chinese)
- [15] 葛红, 毛宗源. 免疫算法几个参数的研究[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2002, 30(12): 15-18.  
GE H, MAO Z Y. Research on parameters of immune algorithm [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science), 2002, 30(12): 15-18. (in Chinese)

(编辑 胡玲)