DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2021.128



开放科学(资源服务)标识码OSID:



## 玄武岩纤维混凝土三点弯曲梁的断裂性能

金铁凡1,陶燕1,柴栋1,徐赛仙1,李柳红2

(1. 昆明理工大学 建筑工程学院,昆明 650500;2. 湖南大学 土木工程学院,长沙 410082)

摘 要:为探讨玄武岩纤维混凝土(BFRC)的断裂性能,采用《水工混凝土断裂试验规程》的三点弯 曲梁法,制作缝高比为0.4的不同纤维长度及掺量的混凝土试件,利用MTS试验机对试件进行加 载试验,得到玄武岩纤维混凝土三点弯曲梁的试验结果,并对P-CMOD曲线、起裂韧度、失稳韧度 及断裂能等断裂参数进行分析,结果表明:掺入玄武岩纤维后,试件的断裂性能得到了提升,纤维 掺量越多,纤维长度越长,P-CMOD曲线的下降段越饱满;纤维长度为18 mm、掺量为1.5%的试件 起裂韧度及失稳断裂韧度的提升最为明显;纤维长度为12 mm、掺量为1.5%的试件断裂能最大。 关键词:玄武岩纤维;三点弯曲梁法;起裂韧度;失稳韧度;断裂能 中图分类号:TU528.584 文献标志码:A 文章编号:2096-6717(2023)02-0150-08

# Fracture performance of basalt fiber concrete three-point bending beam

JIN Yifan<sup>1</sup>, TAO Yan<sup>1</sup>, CHAI Dong<sup>1</sup>, XU Saixian<sup>1</sup>, LI Liuhong<sup>2</sup>

(1. Faculty of Civil Engineering Mechnics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650500 P.R. China; 2.College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082 P.R. China)

**Abstract:** In order to explore the fracture performance of basalt fiber concrete (BFRC), the three-point bending beam method of the *Hydraulic Concrete Fracture Test Procedure* was used to fabricate concrete specimens with different fiber lengths and dosages with a joint height ratio of 0.4, and the MTS test was used. The machine carried out the loading test on the specimen, obtained the test results of the basalt fiber concrete three-point bending beam, and analyzed the fracture parameters such as P-CMOD curve, initiation toughness, instability toughness and fracture energy, and obtained the following conclusions: After the basalt fiber is added, the fracture performance of the specimen has been improved. The more the fiber content, the longer the fiber length, and the fuller the descending section of the P-CMOD curve; the specimen with a fiber length of 18 mm and a content of 1.5% will start the improvement of fracture toughness and instability fracture toughness is the most obvious; the specimen with a fiber length of 12 mm and a content of 1.5% has the largest fracture energy.

**Keywords:** basalt fiber; three-point bending beam method; initiation toughness; instability toughness; fracture energy

收稿日期:2020-01-15

基金项目:国家科技支撑计划课题(2014BAL06B03)

作者简介:金轶凡(1995-),男,主要从事纤维混凝土研究,E-mail:13586125367@163.com。

陶燕(通信作者),女,博士,副教授, E-mail:tylshj@163.com。

**Received:** 2020-01-15

Foundation item: National Science and Technology Support Program(2014BAL06B03)

Author brief: JIN Yifan (1995-), main research interest: fiber reinforced concrete, E-mail: 13586125367@163.com.

TAO Yan (corresponding author), PhD, associate professor, E-mail: tylshj@163.com.

混凝土作为建筑材料被广泛应用于土木工程、 水利工程等各类工程中,但由于脆性特质,导致其 在实际工程中容易出现断裂裂缝。为改善其脆性 特质,研究发现,在混凝土中掺入纤维可以提高其 断裂性能。

目前,对纤维混凝土的力学性能研究已取得了 一些进展。邓宗才等<sup>[1]</sup>研究了生态钢纤维混凝土的 弯曲韧性和断裂性能;王志杰等<sup>[2]</sup>对PF纤维、CTF 纤维及两者混杂的混凝土切口梁断裂试验进行了 研究,发现在混凝土中适当地掺入这两种纤维,可 有效提升开裂时的极限强度及结构的安全性; Toutanji<sup>[3]</sup>研究了纤维与增强混凝土的渗透性能和 膨胀性能;Reis等<sup>[4]</sup>研究了不同切口深度对(玻璃和 碳)纤维增强环氧聚合物混凝土断裂性能的影响。

相对于上述研究中掺入的纤维材料, 玄武岩纤 维以纯天然的玄武岩矿石为主要原料制成,具有较 高的强度、韧性和突出的耐腐蚀性、抗冻性,最重要 的是其绿色环保且价格低廉,使之有着非常好的应 用前景。Branston等<sup>[5]</sup>对2种不同类型的玄武岩纤 维(束状分散纤维和纤维棒)混凝土进行了弯曲和 落锤冲击试验,证明两种类型的纤维都提高了混凝 土的预开裂强度。王炅<sup>[6]</sup>分析了玄武岩纤维混凝土 的抗压及劈裂抗拉的性能,发现掺入一定量的玄武 岩纤维可有效减少混凝土的自身变形,从而提高了 混凝土的强度,且掺量为0.10%~0.15%时,效果 最明显。王新忠等[7]对玄武岩纤维混凝土早期裂缝 进行研究发现,玄武岩纤维可以对混凝土起到减小 和细化裂缝的作用。笔者基于徐世烺教授提出的 双K断裂准则<sup>[8-9]</sup>,采用三点弯曲梁法<sup>[10-11]</sup>对不同纤 维掺量和纤维长度的玄武岩纤维混凝土进行试验 研究,获得起裂韧度、失稳韧度、断裂能等重要参 数,得到不同使用指标下的最佳纤维掺量,为玄武 岩纤维混凝土材料的断裂性能研究提供参考。

#### 1 试验概况

#### 1.1 试件材料及配合比

水泥采用华新水泥(红河)有限公司昆明分公司生产的P.O42.5普通硅酸盐水泥;砂为中国ISO标准砂;水取自当地自来水;短切玄武岩纤维由海 宁安捷复合材料公司生产,长度分别为6、12、18 mm。 为减少由于配合比不同造成试验结果的离散性,所 有试件均采用统一配合比进行制作。根据纤维长 度和纤维体积掺量不同制作了9组试件和1组对比 试件。玄武岩纤维主要性能指标及试件配合比如 表1、表2所示。

表1 玄武岩纤维主要性能指标

Table 1 Main performance indicators of basalt fiber

上 亩 /	单纤维直径/μm	拉伸起度/MD。	弹性模
民度/11111		1近甲111度/11117名	量/GPa
6,12,18	17	3 000~4 800	91~110
断裂延伸率/%	密度/(g•cm <sup>-3</sup> )	最高工作温度/℃	
1.5~3.2	2.65	650	

### 表2 试件配合比

 Table 2
 Proportion of test piece

	配合比		纤维参数		>+> /#-	
试件编号	水泥	Tab	水	长度/	体积掺	<b></b>
		IJ		mm	量/%	
PC	1	2.8	0.5			4
BF-6-0.5	1	2.8	0.5	6	0.5	4
BF-6-1.0	1	2.8	0.5	6	1	4
BF-6-1.5	1	2.8	0.5	6	1.5	4
BF-12-0.5	1	2.8	0.5	12	0.5	4
BF-12-1.0	1	2.8	0.5	12	1	4
BF-12-1.5	1	2.8	0.5	12	1.5	4
BF-18-0.5	1	2.8	0.5	18	0.5	4
BF-18-1.0	1	2.8	0.5	18	1	4
BF-18-1.5	1	2.8	0.5	18	1.5	4

注:其中PC代表未加入纤维的试件;BF-6-0.5代表掺入玄武岩纤维 长度为6mm,纤维体积掺量为0.5%的试件;其余编号同此。

#### 1.2 试件设计及设备

制作的试件为带预制裂纹的三点弯曲梁(40 mm×40 mm×200 mm),如图1所示。



图1 二层弓四条小息图

Fig. 1 Schematic diagram of three-point bending beam

图1中P为集中荷载,D为试件高度,B为试件 宽度,L为试件长度,S为支点跨度,本文取160 mm,a。 为预制裂缝高。缝高比a。/D=0.4,跨高比S/D=4。 在浇筑前,制作相应尺寸的木模以及准备厚度为 1 mm的刀片,并将刀片固定在木模的相应位置,刀 片高度为预制裂缝长度。试件成型3h后拔出刀片, 待24h后拆模并将试件移入水养养护池中养护28 d。 养护结束后取出试件,粘贴相应的电阻应变片进行 试验。

试验加载装置为 MTS809 材料试验机,采用 0.2 mm/min位移控制模式进行加载,数据采样频 率为20 Hz。三点弯曲试验装置中间两支点的距离 S为160 mm,试件的竖向荷载 P和挠度δ由试验机 自带的荷载传感器和位移计测量,裂缝口张开位移 CMOD采用试验机自带的COD规进行测量,COD 规的测定标距为3 mm。

#### 2 断裂参数分析

#### 2.1 绘制 P-CMOD 曲线图

基于混凝土双K断裂模型<sup>[12-13]</sup>,混凝土的裂缝 扩展可分为裂缝起裂、稳定扩展和失稳断裂3个过 程<sup>[14-15]</sup>,可用P-CMOD曲线图<sup>[16-17]</sup>来描述。图2所示 为试验所得的P-CMOD曲线,其中P<sub>ini</sub>为起裂荷载, P<sub>max</sub>为失稳荷载。图3~图5所示为同一掺量不同纤 维长度的P-CMOD图。图6~图8同一纤维长度不 同掺量的试件P-CMOD图。



Fig. 2 P-CMOD drawing



图 3 纤维掺量 0.5% 的 P-CMOD 图 Fig. 3 P-CMOD with 0.5% fiber content

从图中可以看出,PC试件的P-CMOD曲线在 到达峰值后立刻骤降,最后基本都到达0值,说明达 到最大荷载后裂缝处于失稳断裂过程,因混凝土属 脆性材质,试件在破坏后迅速丧失承载能力。掺入 纤维后,虽然P-CMOD曲线在到达峰值后也出现骤



图4 纤维掺量1.0%的P-CMOD图

Fig. 4 *P*-CMOD with 1.0% fiber content



图 5 纤维掺量 1.5% 的 *P*-CMOD 图

Fig. 5 *P*-CMOD with 1.5% fiber content



图 6 纤维长度 6 mm 的 P-CMOD 图 Fig. 6 P-CMOD with fiber length 6 mm



Fig. 7 P-CMOD with fiber length 12 mm

降现象,但是没有和PC试件一样直接快速骤降为 0,而是出现了延缓的现象,说明当达到最大荷载 后,裂缝处于失稳断裂状态,此时混凝土已经退出 工作,由于玄武岩纤维具有良好的韧性,因此,延缓 了混凝土的快速断裂。还可以发现,纤维长度一样



图8 纤维长度18mm的P-CMOD图 Fig. 8 *P*-CMOD with fiber length 18 mm

时,掺量越多,曲线的骤降段越短,整个下降段越饱

满,说明随着纤维掺量的增加,玄武岩纤维的增韧 效果也在增加,试件的抗裂作用越好。

#### 2.2 掺入纤维对起裂韧度与失稳韧度的影响

通过电阻应变片法[18-19]监测试件裂缝尖端处应 变的变化情况来获得起裂荷载。在加载过程中,随 着荷载的增大,试件裂缝尖端处的应力也会增大, 裂缝尖端的混凝土将受到集中力作用而开裂。当 应变片破坏时,即认为混凝土开始起裂,此时对应 的荷载为起裂荷载 Pinio 再根据规范《水工混凝土断 裂试验规程》(DL/T 5332-2005)<sup>[20]</sup>的三点弯曲梁 法测定混凝土的断裂韧度公式,计算得到起裂韧度  $K_{lc}^{ini}$ 与失稳断裂韧度 $K_{lc}^{ini}$ ,如表3所示。

Table 3   Double K parameter					
试件编号	起裂韧度/(MPa•m <sup>1/2</sup> )	起裂韧度增益比	失稳断裂韧度/(MPa•m <sup>1/2</sup> )	断裂韧度增益比	
PC	0.1621	1.0000	0.2461	1.0000	
BF-6-0.5	0.1644	1.014 2	0.264 6	1.0752	
BF-6-1.0	0.1765	1.0888	0.2887	1.1731	
BF-6-1.5	0.1881	1.1604	0.2059	0.8367	
BF-12-0.5	0. 185 2	1.1425	0.2874	1.1678	
BF-12-1.0	0.2426	1.496 6	0.3369	1.3690	
BF-12-1.5	0.3521	2.1721	0.3871	1.5729	
BF-18-0.5	0.1406	0.8674	0.3068	1.246 6	
BF-18-1.0	0.3218	1.9852	0.3410	1.3856	
BF-18-1.5	0.3781	2.3325	0.4089	1.6615	

表3 双K参数表

注:表中起裂韧度Kinc、失稳韧度Kinc均为平均值。

从图9可以看出,掺入玄武岩纤维后,起裂韧度 均有所提高,且随着体积掺量的上升而上升,但由 于试验存在离散型,18 mm 纤维长度的试件在体积 掺量为0.5%时出现下降,其起裂韧度为0.1406 MPa·m<sup>1/2</sup>,小于PC试件的0.1621MPa·m<sup>1/2</sup>。从图 10起裂韧度的增益比来看,同一纤维长度下,纤维 体积掺量大的,起裂韧度的增益比越明显。其中, 当试件的掺入纤维长度为18mm且掺量为1.5% 时,其起裂韧度提升最明显,与PC试件相比,增益 比达到了 2.33。在双 K 断裂 准则 中<sup>[21]</sup>, 当 K < K<sup>ini</sup><sub>Ic</sub> 时,裂缝不扩展,当K=K<sup>ini</sup>时,裂缝开始稳定扩展。 因此,起裂韧度Km反映的是试件在初始起裂阶段 抵抗裂缝开裂的能力,其值越大,说明试件抵抗起 裂的能力越好。适量的玄武岩纤维的掺入可以有 效地提高试件的抗裂能力,延缓了试件的起裂时 间。其中纤维长度18mm掺量1.5%的试件表现出 最大的起裂韧度,达到了0.3781 MPa·m<sup>1/2</sup>。

从图 11、图 12 可以看出,加入玄武岩纤维后,各



Fig. 9 Initiation toughness-fiber volume content

试件的失稳韧度均有提高,并且随着体积掺量的上 升有着不同程度的提升。同一掺量下,纤维长度越 长,对失稳韧度提高越好。其中,纤维长度为18 mm 且掺量为1.5%的试件失稳韧度达到最大,为 0.408 9 MPa·m<sup>1/2</sup>, 增益比达到了 1.66。但当掺量 为1.5%时,纤维长度6mm的试件平均失稳韧度却 小于PC试件,这是因为纤维长度较短,在裂纹扩展 至破坏的过程中,纤维易拔出而破坏,因此失稳韧



Fig. 10 Initiation toughness gain ratio

度出现下降现象。失稳韧度 Kind 是双 K 准则中判断 失稳破坏阶段的重要指标,当 K=Kind 时,说明裂缝 开始失稳扩展,其值越大,裂缝进入失稳扩展时间 越晚,试件的抗失稳破坏的能力就越好。









Fig. 12 Instability toughness gain ratio

#### 2.3 断裂能计算结果及分析

基于 Hillerborg 等提出的虚拟裂缝模型<sup>[22]</sup>,用混凝土断裂能 G<sub>f</sub>来表示混凝土断裂过程消耗的全部能量。根据国际结构与材料研究所联合会(RILEM TC50-FMC)给出的断裂能测定法<sup>[23]</sup>,计算得到试件的断裂能。计算公式为

$$G_{\rm f} = \frac{w_0 + mg\delta_{\rm max}}{A_{\rm lig}} \tag{1}$$

$$w_0 = \int_0^{\delta_{\max}} p(\delta) \mathrm{d}\delta \tag{2}$$

$$A_{\rm lig} = b(h - a_0) \tag{3}$$

式中: $G_{f}$ 为试件的断裂能; $w_{0}$ 为外荷载做的功,通过 试验所得的P- $\delta$ 曲线所包围的面积求得; $\delta_{max}$ 是试验 测得的最大挠度;m是试件的自重与加载装置部分 质量的总和;g为重力加速度 9.81 m/s<sup>2</sup>; $A_{ig}$ 是试件 断裂韧带面积。

通过上述方法计算得到如表4所示结果。

表 4 试件断裂能 Table 4 Fracture energy of specimen

试件编号	断裂能/(J•m <sup>-2</sup> )	极限荷载/N
PC	125.7516	507.14
BF-6-0.5	258.043 5	735.37
BF-6-1.0	415.9184	863.90
BF-6-1.5	490.7236	691.30
BF-12-0.5	489.3002	752.31
BF-12-1.0	920.3544	874.87
BF-12-1.5	1 489. 549 9	840.81
BF-18-0.5	302.5592	768.63
BF-18-1.0	559.304 4	751.77
BF-18-1.5	1 016.677 3	802.33

如表4所示,掺入纤维后,试件的断裂能相对于 PC试件都有不同程度的提升,其中,纤维长度12 mm的试件断裂能提升最为明显。从图13可以看 出,同一纤维长度下,掺量越多,其断裂能就越大, 因为断裂能表现的是裂缝扩展的难易程度,随着纤 维掺量的增加,玄武岩纤维对混凝土阻裂作用也增 加(P-CMOD曲线也验证了这一点),裂缝继续扩展 所消耗的能量就越多,因此断裂能也就越大。但在 同一纤维掺量下,12 mm纤维长度试件表现出了最 大的断裂能,为1489.55 J/m<sup>2</sup>,而掺入18 mm纤维 长度试件的断裂能小于纤维长度12 mm的试件,导 致该现象的原因是,在制备过程中掺入18 mm长度 纤维试件分散性比12 mm纤维差,故产生较多的薄 弱层与空隙,因此裂缝扩展所消耗的断裂能就少。

#### 2.4 玄武岩纤维增强混凝土的断裂性能机理分析

近年来,纤维混凝土的阻裂和增强作用已得到 大量实验验证,众多学者在基于断裂力学原理的基 础上,提出了纤维混凝土阻裂机理<sup>[24]</sup>。即在一般情 况下,当裂缝出现后,如果裂缝位于纤维之间,纤维 在阻止裂缝的扩展中起到锚固作用;当裂缝尖端发 展到无限接近纤维时,裂尖周围的高应力集中将使 裂尖邻域内的纤维与混凝土接触面部分脱离,从而



Fig. 13 Fracture energy of specimen

裂缝穿过纤维;当裂缝穿过纤维的瞬间,基体会突 然断开,纤维与混凝土界面分离的部分产生应变突 变,如果纤维没有被拔出或者拔断,那么该纤维将 承受相当大的拉力,可用P来表示。通过应力强度 因子叠加法(K叠加法)<sup>[25]</sup>,纤维增强混凝土中裂缝 的应力强度因子可表示为

$$K = K^{\rm C} - K^{\rm f} \tag{4}$$

式中:K<sup>c</sup>为无纤维时混凝土基体的应力强度因子; K<sup>f</sup>为纤维作用产生的应力强度因子。无纤维时,远 场均匀拉力σ产生的应力强度因子为

$$K^{\rm C} = K_{\rm I}^{\rm C} = \sigma \sqrt{\pi a} \tag{5}$$

式中:a为裂缝半长度。当有纤维作用时,单根纤维 等效集中力P产生的裂缝近端应力强度因子为

$$K^{\mathrm{I}} = K_{\mathrm{I}}^{\mathrm{I}} = \frac{P}{\sqrt{\pi a}} \cdot \sqrt{\frac{2a-b}{b}} \tag{6}$$

式中:b为纤维到裂尖的距离。可以看出,当裂尖穿 过纤维的瞬间,由纤维等效集中力P产生的应力强 度因子巨大,极大地减小了裂缝的总应力强度因 子,若裂缝要进一步扩展,必须增加远场载荷,而一 旦纤维扩展并遇到另一纤维,这种效果会叠加,从 而达到了阻裂目的。

在*P*-CMOD曲线图中,相对于PC试件,在达到 失稳荷载后,掺入纤维的试件并没有出现骤降的情况,曲线的下降段变得饱满且平缓,这是因为,在裂 缝的失稳断裂阶段,掺入的纤维承担着裂缝扩展产 生的巨大拉力,当裂缝进一步扩展,虽然有的纤维 因拔出或者拔断而退出工作,但试件中仍有纤维在 工作,存在着残余应力,纤维混凝土表现出良好的 阻裂作用;计算得到的双K参数结果也验证了纤维 的阻裂作用。另外,从能量的角度看,纤维的掺入 使试件的断裂能也得到提升,在裂缝开展的过程 中,纤维的存在使得裂缝的扩展变得困难,需要消 耗更多的能量,因此,断裂能也得到提升。

试验结果表明,掺入纤维对试件的断裂性能有

不同程度的提升,但这种提升并不是同步进行的, 过多或过少的纤维掺量和长度可能会产生减弱的 作用,因此,存在一个最优的纤维长度和掺量组合, 使得混凝土的断裂性能达到最佳。另外,玄武岩纤 维作为一种柔性纤维,较长和较多的纤维加入,导 致试件内部空隙增多,进而产生薄弱界面,在试件 受拉时,纤维易被拔出,基体将产生更多空隙,其断 裂性能反而可能会减弱。通过试验结果分析可知, 纤维长度为12 mm、体积掺量为1.0%~1.5%时, 试件断裂性能的所有参数值均表现较好。

#### 3 结论

1)掺入玄武岩纤维后,试件的P-CMOD曲线变 化很明显,随着纤维掺量和纤维长度的增加,P-CMOD曲线的下降段变得更加饱满,这表明玄武岩 纤维后,混凝土的裂缝失稳扩展阶段得到改善,有 效地阻止了裂缝快速扩展,增加了混凝土的抗裂 性能。

2) 掺入玄武岩纤维后,试件的起裂韧度与失稳 韧度都有了提升。其中,纤维长度18 mm、掺量 1.5% 的试件起裂韧度和失稳韧度达到了最大,分 别是 0.378 1、0.408 9 MPa·m<sup>1/2</sup>,增益比分别达到 了 2.33 和 1.66。

3) 掺入纤维后, 试件的断裂能都有不同程度的 提升, 提升了混凝土的延性。其中, 纤维长度 12 mm、 掺量 1.5% 的试件断裂能最大。

4)考虑到在拌和过程中玄武岩纤维的分散性较差,因此,纤维长度12mm、体积掺量1.0%~1.5%为玄武岩纤维最佳掺量。

#### 参考文献

- [1] 邓宗才, 王辉, 刘岩. 生态钢纤维混凝土弯曲韧性和断裂性能[J]. 建筑科学与工程学报, 2017, 34(2): 111-118.
  DENG Z C, WANG H, LIU Y. Flexural toughness and fracture properties of ecological steel fiber reinforced concrete [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2017, 34(2): 111-118. (in Chinese)
- [2] 王志杰,李瑞尧,徐君祥,等.混杂复合纤维高性能混凝土断裂性能研究[J].路基工程,2020(3):81-85.
  WANG Z J, LI R Y, XU J X, et al. Study on fracture property of high performance concrete reinforced by fiber hybrid composite [J]. Subgrade Engineering, 2020(3): 81-85. (in Chinese)
- [3] TOUTANJI H A. Properties of polypropylene fiber reinforced silica fume expansive-cement concrete [J].

Construction and Building Materials, 1999, 13(4): 171-177.

- [4] REIS J M L, FERREIRA A J M. A contribution to the study of the fracture energy of polymer concrete and fibre reinforced polymer concrete [J]. Polymer Testing, 2004, 23(4): 437-440.
- [5] BRANSTON J, DAS S, KENNO S Y, et al. Mechanical behaviour of basalt fibre reinforced concrete
   [J]. Construction and Building Materials, 2016, 124: 878-886.
- [6] 汪炅.玄武岩纤维混凝土抗压强度和劈拉强度的研究
  [J].建筑施工,2018,40(1):87-89.
  WANG J. Research on compressive strength and splitting tensile strength of basalt fiber reinforced concrete (BFRC) [J]. Building Construction, 2018, 40(1): 87-89. (in Chinese)
- [7] 王新忠,李传习,凌锦育,等.玄武岩纤维混凝土早期
   裂缝试验研究[J]. 硅酸盐通报,2017,36(11):3860-3866.

WANG X Z, LI C X, LING J Y, et al. Experimental study on early crack of basalt fiber reinforced concrete [J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2017, 36 (11): 3860-3866. (in Chinese)

- [8] 徐世烺, 赵艳华. 混凝土裂缝扩展的断裂过程准则与解析[J]. 工程力学, 2008, 25(Sup2): 20-33.
  XUSL, ZHAOYH. Analysis and criterion of fracture process for crack propagation in concrete [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(Sup2): 20-33. (in Chinese)
- [9] 徐世烺,赵国藩.混凝土结构裂缝扩展的双长断裂准则
  [J]. 土木工程学报,1992,25(2):32-38.
  XUSL, ZHAOGF. A double-K fracture criterion for the crack propagation in concrete structures [J]. China Civil Engineering Journal, 1992, 25(2): 32-38. (in Chinese)
- [10] 吴智敏,徐世烺,王金来,等.三点弯曲梁法研究砼双 K 断裂参数及其尺寸效应[J].水力发电学报,2000,19 (4):16-24.
  WU Z M, XU S L, WANG J L, et al. Double-K fracture parameter of concrete and its size effect by using three point bending beam method [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2000, 19(4): 16-24. (in Chinese)
- [11] Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams [J]. Materials and Structures, 1985, 18(4): 287-290.
- [12] LIU X Y, LI Z C. Determining double-K fracture parameters of concrete only by the measured peak load [J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2016, 85: 412-423.

- [13] JENQ Y S, SHAH S P. A Fracture toughness criterion for concrete [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1985, 21(5): 1055-1069.
- [14] 李霞,王利民,徐世烺,等.混凝土软化本构关系与失
   稳断裂参数的计算[J].青岛理工大学学报,2019,40
   (4):6-12,63.

LI X, WANG L M, XU S L, et al. Softening constitutive relationship and calculation of instability fracture parameters of concrete [J]. Journal of Qingdao University of Technology, 2019, 40(4): 6-12, 63. (in Chinese)

- [15] 徐世烺. 混凝土断裂力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
   XU S L Fracture mechanics of concrete [M]. Beijing: Science Publishing Company, 2011. (in Chinese)
- [16] 余啟春,陈红鸟,王德强,等.基于P-CMOD曲线确定 混凝土断裂能及尺寸效应分析[J]. 混凝土,2020(6): 47-52.

YU Q C, CHEN H N, WANG D Q, et al. Size-effect analysis and determination of fracture energy of concrete based on P-CMOD curves [J]. Concrete, 2020(6): 47-52. (in Chinese)

- [17] 王文斌. 混凝土断裂性能的细观数值模拟研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2014.
  WANG W B. Numerical simulation on fracture properties of concrete by the mesoscale method [D]. Dalian, China: Dalian University of Technology, 2014. (in Chinese)
- [18] 徐世烺, 余秀丽, 李庆华. 电测法确定低强混凝土裂缝
   起裂和等效裂缝长度[J]. 工程力学, 2015, 32(12):
   84-89.

XU S L, YU X L, LI Q H. Determination of crack initiation and equivalent crack length of low strength concrete using strain gauges [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(12): 84-89. (in Chinese)

[19] 高淑玲,徐世烺.电测法确定混凝土裂缝的临界长度
[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2007, 47(9): 1432-1434.

GAO S L, XU S L. Critical concrete crack length determination using strain gauges [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2007, 47(9): 1432-1434. (in Chinese)

- [20] 水工混凝土断裂试验规程: DL/T 5332—2005 [M]. 北京: 中国电力出版社, 2005.
  Norm for fracture test of hydraulic concrete: DL/T5332—2005 [S]. Beijing: China Electric Power Press, 2005. (in Chinese)
- [21] 徐世烺, 吴智敏, 丁生根. 砼双K断裂参数的实用解析 方法[J]. 工程力学, 2003, 20(3): 54-61.
  XUSL, WUZM, DINGSG. A practical analytical approach to the determination of double-K fracture

parameters of concrete [J]. Engineering Mechanics, 2003, 20(3): 54-61. (in Chinese)

- [22] HILLERBORG A, MODÉER M, PETERSSON P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements [J]. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773-781.
- [23] Draft recommendation: "Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams" [J]. Materials and Structures, 1985, 18(6): 484.
- [24] JENQ Y S, SHAH S P. Crack propagation in fiber-

reinforced concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1986, 112(1): 19-34.

[25] 易志坚,杨庆国,李祖伟,等.基于断裂力学原理的纤维砼阻裂机理分析[J].重庆交通学院学报,2004,23
 (6):43-45.

YI Z J, YANG Q G, LI Z W, et al. Use of fracture mechanics concept to interpret crack resistance behavior of fiber reinforced concrete [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2004, 23(6): 43-45. (in Chinese)

(编辑 胡玲)