



砂土状态相关本构模型在 ABAQUS 中的 数值实现方法

郭浩天¹, 孙增春², 梁放¹, 崔昊¹, 汪成贵¹, 肖杨¹

(1. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 2. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100)

Numerical implementation method of state-dependent constitutive model of sand in ABAQUS

GUO Haotian¹, SUN Zengchun², LIANG Fang¹, CUI Hao¹, WANG Chenggui¹,
XIAO Yang¹

(1. School of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 2. College of Water
Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, Shaanxi, P. R. China)

土体的剪胀、应变硬化和应变软化等应力-应变特性与土体当前所处的状态相关, 状态参数 ψ (当前孔隙比 e 与临界孔隙比 e_{cs} 的差值) 被广泛用于表征不同状态下砂土的力学行为^[1]。随后, 不同学者相继提出了状态孔隙比参数 $I_e = e/e_{cs}$ 和 $I_s = (e_0 - e)/(e_0 - e_{cs})$ 、状态压力参数 $I_p = p'/p_{cs}$, 以及状态孔隙比-压力参数 $I_{ep} = ep'/e_{cs} p_{cs}$ ^[2]。考虑到这一特性, 可将状态参数引入广义塑性力学或界面塑性力学中, 建立一系列适用于砂土的状态相关塑性本构模型。

岩土工程问题的数值分析中, 土体的力学响应受本构模型的应力-应变关系控制。在有限元框架内进行数值建模时, 首先要在应力点水平上研究精确、高效的积分算法。当将复杂、高级的弹塑性本构模型应用到有限元程序中时, 应力状态需要在每个高斯点上使用积分算法进行多次更新, 积分算法的性能直接影响数值计算的精确性、收敛性和稳定性。数值积分算法主要分为完全隐式、半隐式和显式积分算法 3 类。隐式算法通常需要进行局部迭代, 更新后的应力自动满足屈服条件, 应力点由

弹性转变为塑性状态时, 不需要对应力路径与屈服面的交点进行局部定位, 具有计算精度高、全局收敛速度快的优点。但一致性切线模量以及塑性势面二阶导数的推导较为复杂。与隐式算法不同, 半隐式算法在塑性修正阶段用已知应力点塑性势函数的梯度确定映射回归的方向, 避免了二阶求导的同时具有二阶收敛速度, 降低了数值计算的难度。但是其精确性和收敛性远低于隐式算法, 且缺乏一致的线性化。显式算法通过计算塑性势函数或屈服面的梯度, 结合弹塑性刚度矩阵来预测当前增量步结束时的应力增量。由于不需要进行局部迭代, 与隐式和半隐式算法相比, 显式算法具有更高的计算效率。此外, 通过控制应力和状态变量的局部误差, 自动划分子增量步的大小能够显著提高显式算法的精确性和收敛性^[3]。

采用泰勒级数展开构造的 Runge-Kutta 方案是一种高精度的标准数值方法, 在高斯点水平的积分本构关系上得到了广泛的应用。对于任意高阶 (n 阶) Runge-Kutta 方案, 计算阶段 k 处的应力增量可视为执行计算的加权和, 用式(1)表示。

收稿日期: 2023-04-22

基金项目: 国家自然科学基金(52078085); 中央高校科研基本业务费(2452022121)

作者简介: 郭浩天(1998-), 男, 主要从事土体基本力学特性研究, E-mail: guohaotian20@163.com。

孙增春(通信作者), 男, 博士, E-mail: cqsunzcu@163.com。

$$\Delta\sigma_i^{(k)} = D^{ep}(\sigma_i^{(k)})\Delta\epsilon_i \quad (1)$$

$$\sigma_i^{(k)} = \sigma_{i-1} + \sum_{j=1}^{k-1} a^{(kj)}\Delta\sigma_i^{(j)} \quad (2)$$

式中: $\sigma_i^{(k)}$ 和 $D^{ep}(\sigma_i^{(k)})$ 分别为第 k 阶段的试算应力和相对应的弹塑性刚度矩阵; $\Delta\epsilon_i$ 为第 k 阶段的应变增量; $a^{(kj)}$ 为与Runge-Kutta方案相关的系数。

数值积分的相对误差可通过高阶项与低阶项的差值确定,表示为

$$Err^{(n)} = \sum_{k=1}^s (b^{(k)} - c^{(k)})\Delta\sigma_i^{(k)} \quad (3)$$

式中: $b^{(k)}$ 和 $c^{(k)}$ 为与Runge-Kutta方案相关的系数。

状态相关本构模型的弹塑性刚度矩阵表示为

$$D^{ep} = D^e - \frac{D^e:m \otimes n^T:D^e}{K_p + n^T:D^e:m} \quad (4)$$

式中: m 和 n 分别为塑性流动方向和加载方向向量; D^e 为弹性刚度矩阵; K_p 为塑性模量。

将五阶Runge-Kutta-Dormand-Prince(RKDP5)方案与自动误差控制的显式积分算法相结合,在ABAQUS中采用用户自定义材料子程序(UMAT)对砂土状态相关本构模型进行数值实现,模型的具体表达式和参数可参考相关文献^[4-5]。图1为显式Runge-Kutta应力积分算法的流程图。

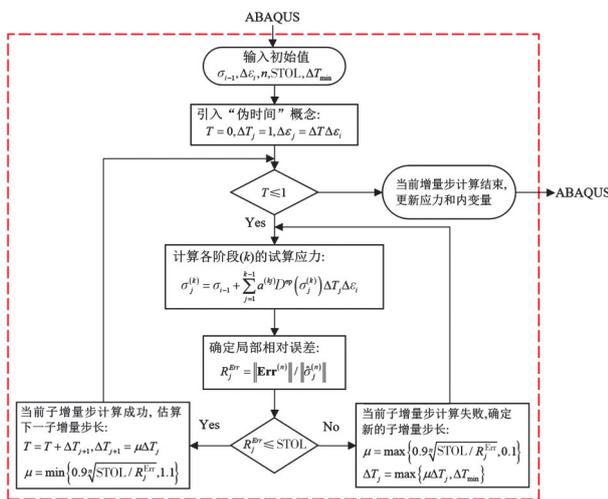


图1 显式Runge-Kutta应力积分算法流程图

Fig. 1 Flowchart of the explicit Runge-Kutta stress integral algorithm

图2为数值模拟与试验数据的对比,可以看出,通过UMAT子程序数值计算得到的应力-应变曲线与试验数据基本吻合,验证了带自动误差控制的Runge-Kutta算法在ABAQUS中开发砂土状态相关本构模型具有可行性。在显式积分算法中,应变增量步大小和误差容许值STOL会影响积分算法的精度、效率和稳定性。图3为RKDP5算法计算获

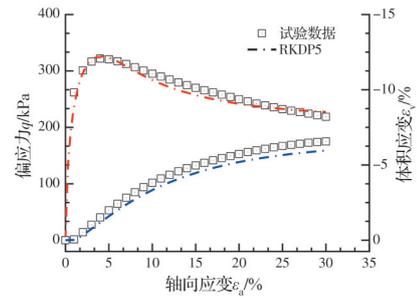


图2 数值模拟与试验数据的对比

Fig. 2 Comparisons between the numerical simulation and experimental data

得的局部误差随应变增量步和误差容许值STOL的变化规律。从图3可以看出,应变增量步长对局部误差的影响随STOL值的减小逐渐降低。类似地,STOL对局部误差的影响随着应变增量步的增加也在逐渐减弱。对于STOL的典型值($10^{-3} \sim 10^{-4}$),不同应变增量步下的局部误差在 $10^{-3} \sim 10^{-5}$ 范围内。

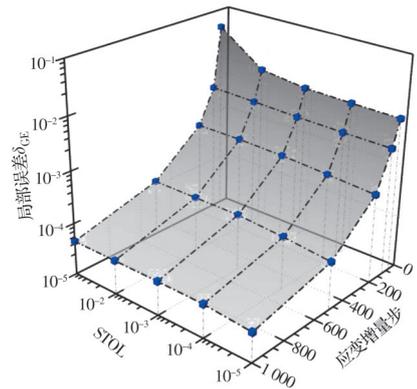


图3 $STOL=10^{-3}$ 时RKDP5算法的等误差线图

Fig. 3 Iso-error map of the two algorithms when $STOL=10^{-3}$

地基的承载特性是验证本构模型有效性和应力积分算法可靠性的典型问题^[6]。加载过程中,基础下土体的应变增量值变化范围非常大,这要求在所有高斯点上采用精确和稳定的应力积分方案。由于问题的对称性,选取四分之一的地基进行模拟。在ABAQUS中有限元模型采用C3D8R单元(21 025个单元,23 400个节点),基础顶部采用位移控制方式进行加载。图4为三维方形基础承载力分析结果。从图4(a)可以观察到,在竖向加载过程中,基础下方的土体向下移动形成楔形体,基础附近的土体逐渐向上隆起。塑性区出现在基础的底部,并逐渐向地面延伸形成两条明显的剪切带。模型计算得到的荷载随着位移的增加逐渐增加,直到达到一个稳定值,如图4(c)所示。通过上述综合分析表明,自动误差控制的显式Runge-Kutta算法不

仅可用于单元尺度试验的分析,而且在多单元的边值问题的数值分析中也是可行的,进一步验证了砂

土状态相关本构模型在ABAQUS应用中的可行性和有效性。

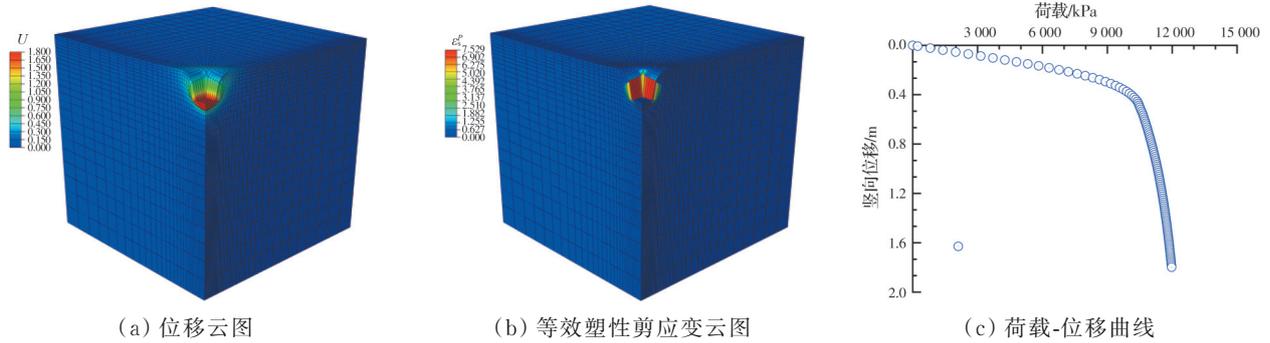


图4 三维方形基础承载力分析结果

Fig. 4 Simulation results for 3D square footing analysis

参考文献

- [1] 吉华, 孙逸飞. 堆石料的三维应力分数阶本构模型[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2022, 44(4): 27-34.
JI H, SUN Y F. Three-dimensional stress-fractional constitutive model for rockfill [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2022, 44(4): 27-34. (in Chinese)
- [2] XIAO Y, LIU H L, CHEN Y M, et al. Bounding surface plasticity model incorporating the state pressure index for rockfill materials [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(11): 04014087.
- [3] SLOAN S W, ABBO A J, SHENG D C. Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control [J]. Engineering Computations, 2001, 18(1/2): 121-194.
- [4] SUN Z C, CHU J A, XIAO Y. Formulation and implementation of an elastoplastic constitutive model for sand-fines mixtures [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2021, 45(18): 2682-2708.
- [5] 孙增春. 温度效应下砂-黏土混合物的力学特性与本构模型研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2022.
SUN Z C. Study on mechanical properties and constitutive model of sand-clay mixture under temperature effect [D]. Chongqing: Chongqing University, 2022. (in Chinese)
- [6] 郭毓熙, 章懿涛, 方祥位, 等. 不同含水和密实状态下珊瑚砂地基承载特性试验研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2023, 45(5): 49-57.
GUO Y X, ZHANG Y T, FANG X W, et al. Experimental study on bearing characteristics of coral sand foundation under different water content states and relative compactnesses [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2023, 45(5): 49-57. (in Chinese)

(编辑 胡英奎)