

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2023.023



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



群体智能算法在路面参数反分析中的适用性及 优选策略

杨森顺¹, 邓尚璞¹, 范海山², 张军辉²

(1. 广西交通设计集团有限公司, 南宁 530029; 2. 长沙理工大学 交通运输工程学院, 长沙 410114)

摘要:随着群体智能算法在路面参数反演中的成功应用,复杂多元非线性优化难题得以解决,但算法的选择仍然是路面参数反分析问题中亟待解决的难题。针对路面参数反分析中模型复杂、反演参数众多、绝大多数运算时间消耗在正算程序上等问题,选择8种常见的群体智能算法,开展限定正算调用次数下算法性能相关研究,并以考虑材料横观各向同性以及层间接触状态的路面结构参数反演问题为例,对群体智能算法进行实际测试。结果表明:不同算法各具特点,其中,粒子群算法、遗传算法、头脑风暴算法、人工蜂群算法以及烟花算法在多峰问题上具有较好的适用性;萤火虫算法在解决最优解附近存在平缓区域的问题时具有较快的收敛速度;对于遗传算法,实数编码方式后期收敛速度较二进制编码方式有所提高,但对于多峰问题的搜索能力有所下降;鱼群算法、混合蛙跳算法仅在较大正算调用次数下才有较好的寻优能力。对于路面参数反演问题,从弯沉曲线匹配上看,粒子群算法、遗传算法、头脑风暴算法以及萤火虫算法均有较好的反演结果;而从相关系数上看,头脑风暴算法具有最佳反演结果。

关键词:路基路面;参数反演;群体智能算法;头脑风暴算法;遗传算法;粒子群算法

中图分类号:U412.6 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2024)05-0191-13

The applicability and optimization strategy of swarm intelligence algorithm in back-calculation of pavement structural parameters

YANG Senshun¹, DENG Shangyong¹, FAN Haishan², ZHANG Junhui²

(1. Guangxi Communications Design Group Co., Ltd., Nanning 530029, P. R. China; 2. School of Traffic and Transportation Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, P. R. China)

Abstract: With the successful application of swarm intelligence algorithms in the back analysis of pavement structural parameters, the problems of complex multivariate nonlinear optimization have been solved, while how to choose an appropriate algorithm is always the urgent problem in the back analysis of pavement structural parameters. In view of the characteristics of the back analysis of pavement structural parameters, such as complex models, numerous inversion parameters, and quite time-consuming forward calculation procedures, eight common swarm intelligence algorithms are selected in this paper. Related researches on the performance of the algorithms under the limited number of forward calculation calls are carried out. In this paper, the swarm

收稿日期:2022-12-09

基金项目:国家自然科学基金(52025085)

作者简介:杨森顺(1977-),男,高级工程师,主要从事公路勘察设计研究,E-mail:23172392@qq.com。

范海山(通信作者),男,博士生,E-mail:fanhaishan@stu.csust.edu.cn。

Received: 2022-12-09

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (No. 52025085)

Author brief: YANG Senshun (1977-), senior engineer, main research interests: highway survey and design, E-mail: 23172392@qq.com.

FAN Haishan (corresponding author), PhD candidate, E-mail: fanhaishan@stu.csust.edu.cn.

intelligence algorithm is further tested by taking the inversion problem of the pavement structure parameters considering the material transverse isotropy and the contact state between layers as an example. The research results show that different algorithms have their own characteristics. Among them, particle swarm optimization (PSO), genetic algorithm (GA), brain storm optimization (BSO), artificial bee colony (ABC) and fireworks algorithm (FWA) work better in multi-peak problems. The firefly algorithm (FA) has a faster rate of convergence when solving the problem of a flat area near the optimal solution. For genetic algorithms, the later rate of convergence of the real number coding method is higher than that of the binary coding method, but the search ability for multi-peak problems is weaker. Artificial fish-school algorithm (AFA) and shuffled frog leaping algorithm (SLA) have better optimization ability only under a larger number of forward calculation calls. For inversion of pavement structure parameters, PSO, GA, BSO and FA have good inversion results in deflection curve matching, while BSO can get the best inversion result in the view of correlation coefficient.

Keywords: subgrade and pavement; parameter back analysis; swarm intelligence algorithm; brain storm optimization; genetic algorithm; particle swarm optimization

路面参数反分析问题是当前路基路面研究的一个重要分支,通常具有实践性强、模型复杂等特点,其计算结果可为路基路面设计、施工提供重要的参考依据^[1-2]。20世纪80年代,Lytton^[3]率先开展了路面参数反分析的相关工作,随后,路面参数反分析成为一个研究热点。Sivaneswaran等^[4]应用迭代法进行了路面结构模量反演相关研究;Scullion等^[5]在数据库搜索的基础上开发了著名的路面模量反算软件MODULUS;Xu等^[6]对路表弯沉规律进行了深入分析,获得了一系列以弯沉盆系数表示的路面结构层参数;谢辉等^[7]、查旭东等^[8]在路面弯沉响应数据库的基础上,结合BP神经网络进行了路面结构参数反演相关分析。朱洁等^[9]在惰性弯沉点的基础上,应用迭代法开展了3层路面结构模量反演分析。但以上反分析选择的路面力学模型相对较简单,且在计算上大多应用多元参数拟合、迭代法等方法,本质上属于数学回归方法。

近年来,由于群体智能算法具有灵活性、鲁棒性、自组织性等特点^[10-11],自诞生起便受到了不少研究学者的关注,并广泛应用于电力工程^[12]、物流规划^[13]、多目标优化^[14]、系统辨识^[15]等领域。在路面参数反分析中,群体智能算法的引入成功解决了复杂多元非线性优化问题的求解难题,展现出强大的生命力。乐金朝等^[16]结合遗传-退火算法对路面结构层材料模量反演进行了研究;颜可珍等^[17]将蚁群算法引入路面结构模量反演并取得了较好的应用效果;凌同华等^[18]应用粒子群算法开展了公路隧道围岩位移反分析相关研究;Li等^[19]应用遗传算法优化了神经网络初始权阈值,并成功应用于考虑材料非线性以及黏弹性的路面结构参数反演;Zhang等^[20]应用多种群遗传算法实现了高液限黏土路基黏弹性参数的反演计算,为高液限黏土路基施工控制提供依据。为便于表述,将路基路面中这一类具有力学模型复杂、反演参数众多、求解困难等特点的问题统称为复杂反分析问题。

当前,针对路面参数中这一类复杂反分析问题,大多研究者通常选择单一算法,仅通过反演结果来说明算法适用性,往往忽视了在算法比选方面的研究^[16-20]。另外,针对算法优化的研究大多也仅以测试函数作为评价工具,且评价大多集中在收敛速度、迭代次数和总耗时等方面^[21-23]。值得注意的是,智能算法本身存在着计算效率和全局收敛这一不可调和的矛盾^[24-25],在实际应用中应当结合具体问题有针对性地选择算法。事实上,路面参数复杂反分析问题具有特殊性,其绝大多数的运算时间消耗在正算程序的调用上。例如,对于路面结构参数反演问题中的多层层状体系动力响应计算,单次运算时间可达2 min甚至更长^[26-27]。如此看来,对于路面参数复杂反分析问题,优化算法本身的复杂性便显得无关紧要,且算法运行效率也几乎只与正算程序的调用次数相关。

因而,如何在有限的正算调用次数下获得最可靠的结果成了路面参数复杂反分析问题亟待解决的难题。为此,笔者提出一种针对复杂反分析问题的群体智能算法评价及优选方法,并尝试用于考虑材料横观各向同性及层间接触状态的路面结构参数反演计算。首先,从路面参数复杂反分析问题本质出发,根据待寻优函数特点,选取8种差异性较大的群体智能算法,依次为:粒子群算法、头脑风暴算法、萤火虫算法、混合蛙跳算法、遗传算法、鱼群算法、蜂群算法以及烟花算法;然后,结合路面参数复杂反分析问题函数特征,选择具有代表性的9种测试函数开展限定正算调用次数下算法性能的相关测试;最后,在限定正算调用次数为2 000次的情况下,对算法进行实际路面参数反分析测试。

1 路面参数复杂反分析问题

路面参数复杂反分析问题具有参数众多、反演难度大、耗时长等特点,一直以来便是道路工程的研究难点和热点。而其中又以路面力学模型的确

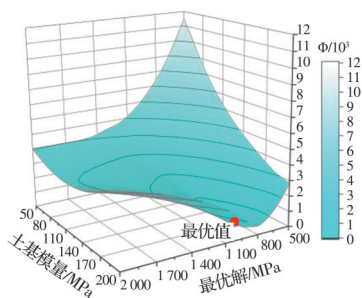
定以及反演算法的选择最为关键。在路面力学上,选择考虑材料横观各向同性以及层间非完全连续的路面力学模型,其数值计算方法详见文献[28]。就本质而言,对应的路面结构参数反演可简化为搜寻函数 Φ (式(1))的最小值^[29]。为获得函数 Φ 的基本特征,假定一双层半空间结构,其面层模量为 850 MPa,模量比为 0.4,厚度 0.75 m;土基模量 180 MPa,模量比为 1.7;层间接触系数 a_x 取 0.8,于表面作用峰值 700 kPa、持续时间 30 ms,作用半径 0.15 m 的半正弦脉冲荷载。依次计算表面 $r_i=0、300、600、$

900、1 200、1 600 mm 等位置的弯沉曲线,并将其作为实际弯沉曲线。在此基础上,于表 1 所示范围内随机生成路面结构 A 和 B 各 500 组,并按式(1)计算函数 Φ 值大小,结果如图 1 所示。通过图 1 可以看到,在限制模量比及层间接触条件的情况下,函数 Φ 在最优值附近存在较为平缓的狭长区域;而在不限定参数的情况下,函数 Φ 具有显著的多峰特征。总体上,路面结构参数反演问题具有多峰,且在最优值附近存在狭长区域等特点。

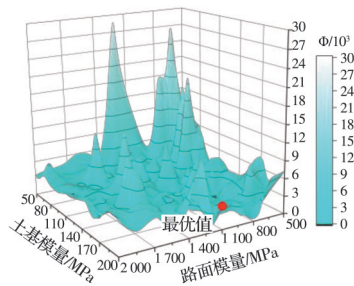
表 1 路面结构参数范围

Table 1 Range of the pavement structure parameters

路面结构	结构层位	E_v/MPa	$n(E_h/E_v)$	h/m	a_x	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\mu_v=\mu_h$
A	路面	1 000~2 000	0.4	0.75	0.8	2 300	0.25
A	路基	50~200	1.7	∞		1 600	0.35
B	路面	1 000~2 000	0.1~1.0	0.75	0.01~1.00	2 300	0.25
B	路基	50~200	1~3	∞		1 600	0.35



(a) 随机路面结构 A



(b) 随机路面结构 B

图 1 函数 Φ 曲面图

Fig. 1 The surface diagram of function Φ

$$\Phi [E_{vm}, n_m, a_{xm}, h_m, p(r, t)] = \sum_{i=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} \{ \hat{u}_{ri} [E_{vm}, n_m, a_{xm}, h_m, p(r, t), t_l] - u_{ri}(t_l) \}^2 \quad (1)$$

式中: m 为结构层层位; E_{vm} 为第 m 层垂直模量; n_m 为第 m 层模量比; a_{xm} 为第 m 层层底的滑移系数,越大表明层间越光滑; h_m 为第 m 层厚度; $p(r, t)$ 为在路面结构表面所施加的半正弦波形式脉冲荷载; \hat{u}_{ri} 为在 r_i 位置的理论弯沉曲线; u_{ri} 为实际弯沉曲线; t_l 为时间序列,其增量步长为 1 ms,总时长为 60 ms。

2 群体智能算法的选择

路面参数复杂反分析问题归根到底是搜寻多峰函数 Φ 的最小值,而群体智能算法作为一种概率搜索方法,在计算时无需函数的梯度信息,因而具有较高的鲁棒性^[30]。群体智能算法虽种类繁多,但均可通过图 2 来描述。结合所对应问题的具体特点,初步筛选如表 2 所示的 8 种群体智能算法开展研究。总体上,不同算法的区别主要在于个体更新策略,因而,本文主要就个体更新计算进行说明。

表 2 算法信息表

Table 2 Introduction to swarm intelligence algorithms

名称	算法特征	文献
粒子群算法 PSO	模拟鸟类捕食行为	[31]
头脑风暴算法 BSO	基于人类思维方式和行为的群体智能算法	[32-34]
萤火虫算法 FA	基于萤火虫根据发光进行觅食和求偶特性	[35-36]
混合蛙跳算法 SLA	模拟青蛙在觅食过程中的信息共享和交流	[37-38]
遗传算法 GA	基于达尔文进化论和孟德尔遗传变异理论进化算法	[39-41]
鱼群算法 AFA	模拟鱼类行为的动物自治体优化算法	[42-43]
蜂群算法 ABC	基于蜂群内部信息交流和相互协作的启发式群算法	[44]
烟花算法 FWA	基于烟花爆炸现象的算法	[45-46]

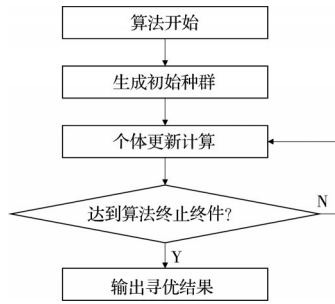


图2 群体智能算法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the swarm intelligence algorithm

2.1 粒子群算法

采用张天佳等^[31]提出的多种群粒子群算法(MPSO),有效避免了标准算法的局部收敛问题。计算时将种群分为3个具有不同的个体更新策略的并行子种群,如式(2)~式(4)所示。

第1子种群

$$\begin{cases} v_i(t+1) = \omega v_i(t) + c_1 [pbest_i(t) - x_i(t)] + \\ c_2 [gbest(t) - x_i(t)] \\ x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \end{cases} \quad (2)$$

第2子种群

$$\begin{cases} v_i(t+1) = \omega v_i(t) + \varphi_1 [pbest_i(t) - (1 + ks_1)x_i(t) + \\ ks_2x_i(t-1)] + \varphi_2 [gbest(t) - \\ (1 + ks_2)x_i(t) + ks_2x_i(t-1)] \\ x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \end{cases} \quad (3)$$

第3子种群

$$x_i(t+1) = x_i(t) + c_3 \cdot N(0,1) + c_4 \cdot [gbest(t) - x_i(t)] \quad (4)$$

式中:种群1为标准粒子群算法; t 为当前迭代步; v_i 为第*i*个粒子的速度,且 $v_i(0)=0$; x_i 为第*i*个粒子的位置; $pbest_i$ 为第*i*个粒子历史最优位置; $gbest$ 为种群历史最优位置; ω 为惯性权重,取 $\omega=0.3$; c_1 和 c_2 为认知因子,取 $c_1=c_2=2$;种群2主要为提高粒子对历史位置的记忆性,其中 $\varphi_1=c_1 \times \text{rand}()$, $\varphi_2=c_2 \times \text{rand}()$, $ks_1=(2\sqrt{\varphi_1}-1)/(\varphi_1 \cdot \text{rand}())$, $ks_2=(2\sqrt{\varphi_2}-1)/(\varphi_2 \cdot \text{rand}())$;种群3主要增强粒子在最优解附近的搜索能力,其中 c_3 和 c_4 为移动因子, $c_3=c_4=0.8$; $N(0,1)$ 为标准正态分布随机数; $\text{rand}()$ 为0~1范围内的随机数。

2.2 头脑风暴算法

参考梁志刚等^[34]提出的参数动态调节策略,有效提高了算法后期收敛能力,其个体更新计算如式(5)~式(8)所示。

$$x_i(t+1) = \begin{cases} \omega_1 \cdot x_{s1}(t) + (1-\omega) \cdot x_{s2}(t) + \xi \times N(\mu, \sigma), & \text{rand}() \leq p_1 \\ x_s(t) + \xi \times N(\mu, \sigma), & \text{rand}() > p_1 \end{cases} \quad (5)$$

$$\xi = \text{logsig}[(0.5 \times T - t)/k] \times \text{rand}() \quad (6)$$

$$p_1(t+1) = \begin{cases} \exp[-\alpha_0 \cdot (t/T)^{\beta_0}] \cdot p_1(t), & p_1(t) > p_{1th} \\ p_{1th}, & p_1(t) \leq p_{1th} \end{cases} \quad (7)$$

$$\sigma = \begin{cases} \exp[-\alpha_0 \cdot (t/T)^{\beta_0}] \cdot \sigma_0, & \sigma > \sigma_{th} \\ \sigma_{th}, & \sigma \leq \sigma_{th} \end{cases} \quad (8)$$

式中: x_s 、 x_{s1} 、 x_{s2} 为候选个体,按照一定的选择机制确定; ω_1 为惯性因子, $\omega_1=0.5$; $N(\mu, \sigma)$ 为均值为 μ 、方差为 σ 的正态高斯分布随机数, $\mu=0$; $\alpha_0=\beta_0=5$; $p_1(1)=0.9$, $p_{1th}=0.1$; $\sigma_0=1$, $\sigma_{th}=0.1$; t 为当前迭代步; T 为迭代计算上限; k 为控制logsig函数斜率的参数,取 $k=20$ 。其中,候选个体产生的大致过程如下:

1)按照概率 p_0 (本文 $p_0=0.2$)对聚类中心个体进行变异操作;

2)按照概率 p_1 决定候选个体由单个类还是由两个类中选择获得;

3)按照概率 p_2 (本文 $p_2=0.5$)决定所选择的个体是否为中心个体。

2.3 萤火虫算法

参考Yang^[36]提出的算法思路,算法主要分为发光强度以及个体更新计算,如式(9)、式(10)所示。

$$I_{ij} = I_{j0} \exp(-\gamma r_{ij}^2) \quad (9)$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + [0.5 + 0.5 \cdot \text{rand}()] \times [x_{ibest}(t) - x_i(t)] + \text{rand}() \cdot \epsilon \quad (10)$$

式中: I_{j0} 为最大吸引力,为萤火虫*j*所在位置对应函数值; γ 为关强度吸收系数; I_{ij} 为萤火虫*j*相对于萤火虫*i*的相对亮度; r_{ij} 为萤火虫*i*、*j*之间的欧氏距离; x_i 为萤火虫*i*位置; x_{ibest} 为相对第*i*只萤火虫而言, I_{ij} 最大所对应萤火虫的位置; ϵ 为扰动因子,通常为寻优范围的1/200; t 为迭代步。为抑制后期局部收敛问题,在迭代计算中, γ 逐渐递减, $\gamma(t) = \gamma_0 + (\gamma_m - \gamma_0) \cdot t/T$, $\gamma_m=0.05$, $\gamma_0=0.5$, t 为当前迭代步, T 为迭代计算上限。

2.4 混合蛙跳算法

算法大致过程可分为以下两步:

1)产生若干子种群,读子种群*k*中的最优个体 x_{ob} 和最劣个体 x_{kw} ;

2)在子种群内应用本种群最优个体 x_{ob} 对最劣个体 x_{kw} 按式(11)、式(12)执行更新计算,若优于原解 x_{kw} ,则进行替换;否则应用全局最优个体替代 x_{ob} 并按式(11)、式(12)执行计算,若好于原先的解 x_{kw} ,则执行替代,若仍差于 x_{kw} ,则在寻优范围内生成随机个体对 x_{kw} 执行替换操作,直至成功替换 x_{kw} 或达到迭代上限(本文取4);在个体更新计算时,引入李

英海等^[38]提出的局部更新阈值策略来避免局部收敛。

$$D_{kd}(t) = \begin{cases} \text{rand}() \cdot [x_{kbd}(t) - x_{kwd}(t)], & \text{rand}() \geq q_0 \\ 0, & \text{rand}() < q_0 \end{cases} \quad (11)$$

$$x_{kd}(t+1) = x_{kwd}(t) + D_{kd}(t) \quad (12)$$

式中: k 为不同的族群; d 为自变量维数; x_{kbj} 为个体 x_{kb} 第 d 个变量值; x_{kwj} 为第 k 个族群中适应度最差的个体的第 d 个变量值; q_0 为局部更新阈值,用于减少前后空间差距,这里取0.6; x_k 为更新后的个体,若好于原个体 x_{kw} ,则进行替换。

2.5 遗传算法

采用多种群遗传算法(MGA),同时为探究编码方式的不同对算法性能的影响,分别以实数编码以及二进制编码两种编码方式展开计算。在采用实数编码时,对于交叉操作,采用算术杂交的计算方式;对于变异操作,采用均匀变异的计算方式。交叉概率 $P_c=0.95$;变异概率 $P_m=0.04$,流程如下:

1)种群初始化,随机生成若干种群。

2)按式(13)计算个体适应度得分,以适应度得分为依据,按轮盘赌法选择1/4个体作为父代个体,进行交叉、变异、重组运算,产生1/4的子代个体并替换适应度较差的1/4个体,不同种群相互独立。

$$\begin{cases} \hat{\Pi}_{ki}(t) = [X_{ki}(t) - X_{kmin}(t) + 0.1]^{-1} \\ \Pi_{ki}(t) = 100 \cdot \frac{\hat{\Pi}_{ki}(t) - \hat{\Pi}_{kmin}(t)}{\hat{\Pi}_{kmax}(t) - \hat{\Pi}_{kmin}(t)} \end{cases} \quad (13)$$

式中: $\hat{\Pi}_{ki}(t)$ 为种群 k 中第 i 个体所对应的绝对适应度值; $X_{ki}(t)$ 为第 t 代计算中,种群 k 中第 i 个体所对应的函数值; $X_{kmin}(t)$ 为第 t 代计算中,种群 k 中最小函数值; $\Pi_{ki}(t)$ 为 $\hat{\Pi}_{ki}(t)$ 相对适应度得分, $\hat{\Pi}_{kmin}(t)$ 和 $\hat{\Pi}_{kmax}(t)$ 分别为第 t 代计算中绝对适应度值的最大值和最小值。

3)在多种群间进行移民运算,即应用种群A中最优个体覆盖种群B中最差个体,种群B中最优个体覆盖种群C中最差个体,以此类推。

4)达到迭代上限时结束计算,否则回到第2)步。

2.6 鱼群算法

应用冯春时^[43]提出的改进思路,在传统鱼群算法基础上改进了算法中个体对环境反应方式。其中,单条人工鱼的迭代更新如式(14)、式(15)所示。

$$V_i(t) = \delta V_i(t-1) + \alpha_1 V_{1i}(t) + \alpha_2 V_{2i}(t) + \alpha_3 V_{3i}(t) + \alpha_4 V_{4i}(t) \quad (14)$$

$$x_i(t) = x_i(t-1) + V_i(t) \quad (15)$$

式中: V_{1i} 、 V_{2i} 、 V_{3i} 、 V_{4i} 分别为排斥加速度、吸引加速度、中心区加速度以及最优加速度,依次为

$$\begin{cases} V_{1i}(t) = - \sum_{j=1}^{N_1} \text{rand}() \cdot [x_j(t) - x_i(t)] \\ V_{2i}(t) = \sum_{j=1}^{N_2} \text{rand}() \cdot [x_j(t) - x_i(t)] \\ V_{3i}(t) = \sum_{j=1}^{N_3} \text{rand}() \cdot \text{sign}() \cdot [x_j(t) - x_i(t)] \\ V_{4i}(t) = \text{rand}() \cdot [x_{\text{best}}(t) - x_i(t)] \end{cases} \quad (16)$$

式中: N_1 、 N_2 、 N_3 分别为位于排斥区、吸引区以及中性区的人工鱼数量;排斥区、中性区、吸引区半径分别为寻优范围的1/100、1/50、1/25,采用欧氏距离计算得到; x_{best} 为当代计算中的最优个体; V_i 为综合加速度; δ 为历史加速度的权重因子,取0.4; α_1 、 α_2 、 α_3 、 α_4 为加速度权重,取 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0.2$, $\alpha_4 = 0.4$,且 $V_i(0) = 0$ 。

2.7 蜂群算法

算法主要分两步进行,首先产生和蜜源数量相等的引领蜂,按式(17)对蜜源进行更新计算,仅对优势结果进行保留;然后,产生蜜源一半数量的跟随蜂,按轮盘赌法对蜜源进行选择,同样按式(17)对蜜源进行更新计算,仅保留优势结果;此外,若单个蜜源连续10次更新后无变化,引领蜂舍弃该蜜源成为侦察蜂,寻找新的蜜源,新蜜源按式(18)计算。

$$\bar{x}_{id}(t) = x_{id} + [1 - 2 \times \text{rand}()] \cdot [x_{id}(t) - x_{jd}(t)] \quad (17)$$

式中: $x_{id}(t)$ 为第 t 代蜜源 i 的第 d 维度的值; $x_{jd}(t)$ 为第 t 代中与蜜源 i 不同的随机蜜源 j 的第 d 维度的值; $\bar{x}_{id}(t)$ 为更新计算后的值;其中,需要进行更新的维度 d 随机产生,计算时随机更新一半维度取值。

$$\bar{x}_w(t) = x_w(t) + (x_{\text{best}}(t) - x_w(t)) \times \text{rand}() \quad (18)$$

式中: $x_w(t)$ 为第 t 代中连续10代无变化的蜜源; $x_{\text{best}}(t)$ 为第 t 代中最优蜜源; $\bar{x}_w(t)$ 为新蜜源。

2.8 烟花算法

烟花算法中单个烟花爆炸半径以及产生火花数量按式(19)、式(20)确定^[46],算法主要分两步进行:首先,全部烟花按式(21)产生火花;然后,随机抽取10%的烟花和火花执行式(22)的高斯爆炸计算,每次爆炸产生3个子火花。当代计算完成后,计算产生的全部火花和初始烟花的适应度值,按适应度排名顺序选择一定数量的个体作为下一代初始烟花。

$$A_i(t) = A \times \left\{ A_{\min} + \frac{\Pi_{\max}(t) - \Pi_i(t)}{\sum_{i=1}^N [\Pi_{\max}(t) - \Pi_i(t)]} \right\} \quad (19)$$

$$S_i(t) = \text{ceil} \left\{ S \times \frac{\Pi_i(t) - \Pi_{\min}(t)}{\sum_{i=1}^N [\Pi_i(t) - \Pi_{\min}(t)]} \right\} \quad (20)$$

$$\bar{x}_i(t) = x_i(t) + A_i(t) [1 - 2 \cdot \text{rand}()] \quad (21)$$

$$\bar{x}_i(t) = x_i(t) \cdot N(1,1) \quad (22)$$

式中: $A_i(t)$ 为第 t 次迭代计算中烟花 i 的爆炸半径; A 用于控制爆炸半径, $A=A_0 \cdot [1+4(t-1)/T]-1$, A_0 为整个寻优空间的 $1/10$; A_{\min} 用于防止后期爆炸半径过小, $A_{\min}=0.03$; S_i 为第 t 次迭代计算中烟花 i 的火花数量; S 为常数, 用于控制烟花火花数量, 取 10; $\text{ceil}(\cdot)$ 为向上取整函数; $\Pi_i(t)$ 为第 i 次迭代计算中烟花 i 的适应度值, 计算同式 (13); $\Pi_{\max}(t)$ 和 $\Pi_{\min}(t)$ 分别为第 i 次迭代计算中的最大和最小适应度值; $N(1, 1)$ 为均值 1, 方差 1 的高斯分布随机数。

3 测试函数及测试结果

由于计算路面动力响应运算具有计算时间长、

消耗大等特点, 仍以测试函数开展算法性能测试。结合路面参数复杂反分析问题中绝大多数的运算时间消耗在正算上的特点, 在进行测试时将正算调用次数作为限制条件, 以一定正算调用次数下算法寻优能力作为评价指标。

3.1 测试函数选择

选择如图 3 所示的 9 个二元函数。其中, $f_1 \sim f_2$ 为单峰函数, 主要测试算法基本收敛性能; 函数 $f_3 \sim f_6$ 为多峰函数, 主要测试算法对多峰问题的寻优性能; 其中函数 f_3 在最优解附近存在 3 圈次优解, 具有较强的欺诈性; 函数 f_6 的寻优范围较大, 较难寻找到最优解; 函数 f_7 和 f_8 在最优解附近存在平缓区域,

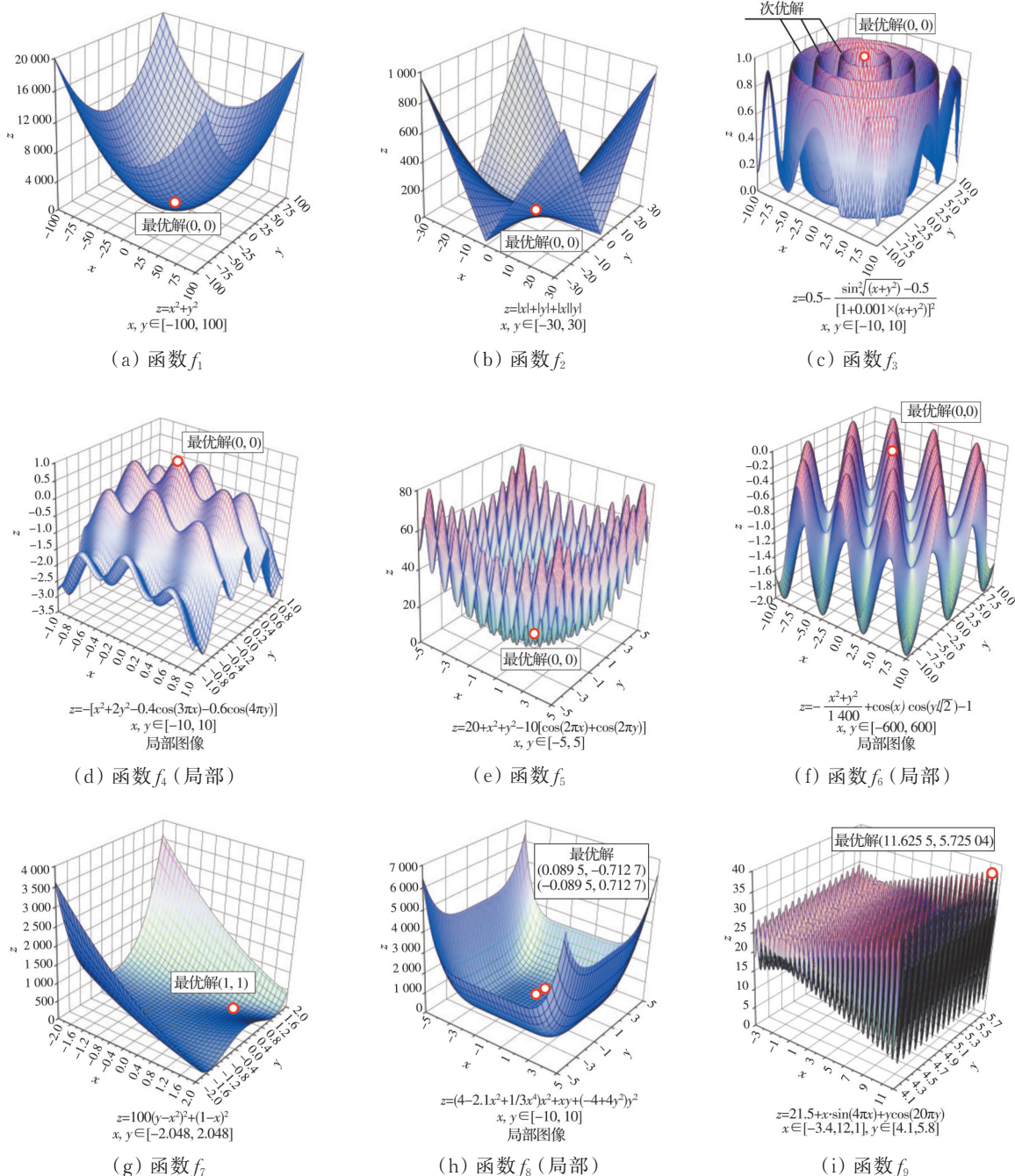


图 3 测试函数图像

Fig. 3 The graph of test functions

主要测试算法在后期收敛速度;函数 f_9 的局部极大值多达400余个,主要测试算法的抗干扰能力。

3.2 算法测试结果

通过调整各算法种群规模及最大迭代次数,将正向计算次数限制在500、1 000、2 000、3 000、4 000、5 000、6 000、7 000、8 000、10 000、20 000次。同时,为充分评价算法性能,每种情况下重复运行算法

1 000次,并按式(23)对寻优结果进行判定,以寻找到最优解的概率作为评定指标,结果如图4所示。

$$\sqrt{(\hat{x} - x_0)^2 + (\hat{y} - y_0)^2} < \bar{\varepsilon} \quad (23)$$

式中: x_0 和 y_0 为理论最优解; \hat{x} 和 \hat{y} 为群体智能算法所得到的最优解; $\bar{\varepsilon}$ 为误差判定标准,考虑到函数 f_6 寻优范围过大,为便于后续评价,对函数 f_6 ,取0.1,对于其余函数,取0.01。

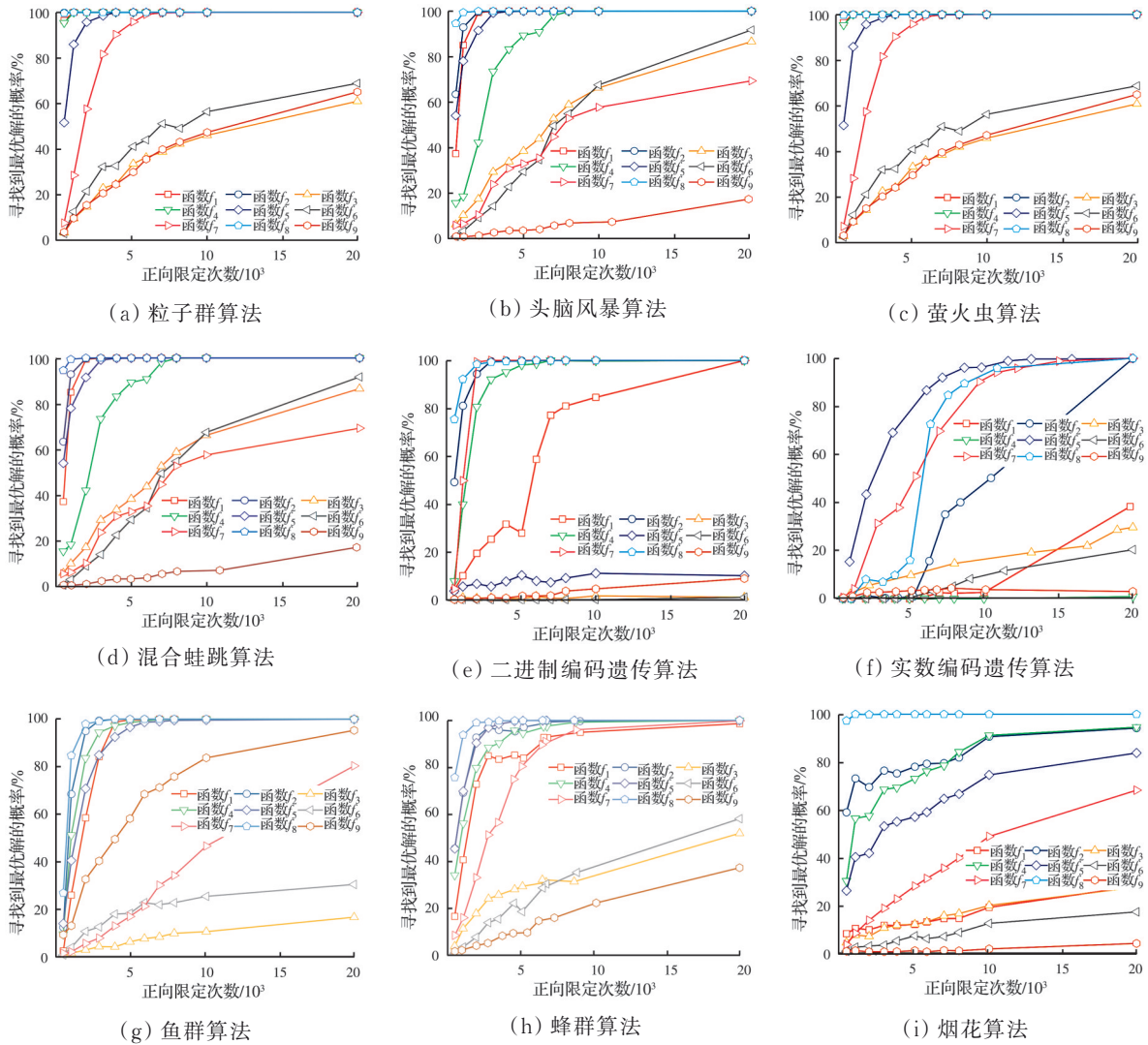


图4 算法性能测试结果

Fig. 4 Algorithm performance test results

由图4可见,随着正算次数的增加,不同算法寻找到最优解的概率呈现上升趋势,但提高正算调用次数对算法搜索能力的提升非常有限,在正算模型较为复杂的情况下,这种提升往往显得得不偿失。其中,粒子群算法对单峰以及小范围内的多峰问题具有较好的搜索能力;鱼群算法仅在较大正算次数下才具有较好的搜索能力,但对大范围多峰函数的搜索能力较弱;与多种群粒子群算法相似,头脑风暴算法对于单峰、多峰问题的寻优效果较好;萤火虫算法对于多峰问题的寻优效果较差,但算法收敛

速度较快,较适合最优值附近存在平缓区域问题;蛙跳算法对于多峰问题寻优能力较差,且只在大量正算次数下才具有较好的寻优能力;二进制编码的遗传算法对于小范围的多峰问题具有很好的寻优能力,相比二进制编码,实数编码的遗传算法收敛速度有所提高,但对于多峰问题的搜索能力有所下降;蜂群算法和烟花算法在较大正算次数下具有较为出色的寻优性能。不同算法的具体特点及适用范围如表3所示,在实际应用时,可根据反分析问题的函数特征对算法进行初步筛选。

表 3 各算法寻优性能对比
Table 3 The performance comparison of different algorithms

算法名称	算法特点	适用范围
MPSO	收敛速度较快,易局部收敛,且在正算尝试次数较小时对多峰以及最优解附近存在平缓区域的问题搜索能力较不理想,但正算尝试次数较大时其搜索性能良好	多峰、最优解附近存在平缓区域问题
BSO	在较小的正算限定次数下对于单峰、小范围多峰问题具有较好的搜索能力;在较大尝试次数下对大范围多峰问题具有较好的搜索能力,但对于 f_0 的寻优能力较差	多峰、最优解附近存在平缓区域问题
FA	在最优解附近存在平缓区域的问题具有较快的收敛速度,但算法易局部收敛,不适用于大范围寻优	小范围多峰,尤其最优解附近存在平缓区域问题
SLA	仅在较大的正算限定下才具备较好的搜索能力,对于大范围多峰问题的寻优能力较差,且后期算法收敛速度较慢,易局部收敛	最优解存在平缓区域问题,但需要较大正算尝试次数
二进制 MGA	算法尤其适合于小范围的多峰问题,对于函数 f_0 的寻优效果最佳,但后期收敛速度慢,易局部收敛	多峰且极值较多问题
实数 MGA	实数编码的多种群遗传算法在后期收敛速度较二进制编码有所提高,但对于小范围多峰的搜索能力有所下降	小范围多峰问题、最优解附近存在平缓区域
AFA	当达到一定种群规模时,算法才具有较好的搜索能力。但算法不适用于大范围多峰问题,收敛速度较慢且易局部收敛	小范围多峰问题
ABC	在较大正算次数下具有最为出色的寻优能力,但算法在较小正算次数下性能较差且后期收敛速度较慢	多峰且极值较多问题
FWA	具有较为出色的多峰函数寻优性能,比较适合于大范围寻优计算。但对于函数 f_0 的寻优效果较差,且算法后期收敛速度较慢	尤其适合大范围多峰问题

注:算法的寻优范围界定与寻优范围和目标值的精度相关,即寻优精度与寻优范围的比例,是否适合于大范围需要进行具体的比选探究,表中适用范围为测试函数的汇总结果。

4 在路面结构参数反演中的应用

为进一步验证群体智能算法在复杂反分析问题中的适用性,在图 5 所示的 4 层路面结构基础上开展算法应用分析。所选择的路面结构包括路面层、基层、底基层、土基等 4 个结构层,是最具代表性的路面结构。首先,在表 4 所示的范围内随机生成的 20 组路面结构,分别计算其表面位于 $r=0、300、600、900、1\ 200、1\ 600\text{ mm}$ 等位置的弯沉曲线,将其作为真实弯沉曲线。然后,分别采用上述 8 种算法

在表 4 所示的范围内开展路面结构参数反演计算。计算中,路面各结构层厚度 h_m 、冲击荷载 $p(r,t)$ 以及实际弯沉曲线 u_{ri} 为已知参数,而 $E_{hm}、n_m、a_{xm}$ 为反演目标参数;以搜寻函数 Φ (式(1))最小值为主要目标。考虑到实际计算效率,将最大正算次数限制为 2 000 次,由此进行 1 次反分析计算需耗时 12~14 h (intel i7 8750 H, 2.2 GHz)。后续应用时可采取多线程并行计算来提高效率,具体反演结果如表 5 和表 6 所示。

表 4 路面结构参数范围

Table 4 Range of the pavement structure parameters

结构层	E_v/MPa	$n(E_h/E_v)$	h/m	a_x	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\mu_v=\mu_h$
路面层	1 000~3 000	0.1~1	0.14~0.18	0.01~0.99	2 300	0.25
基层	50~3 000	0.1~1	0.30~0.40	0.01~0.99	2 300	0.25
底基层	100~600	0.1~1	0.15~0.25	0.01~0.99	2 000	0.30
土基	50~300	1~2	∞		1 600	0.35

注:荷载峰值范围为 680~720 kPa;作用时间范围为 25~35 ms。

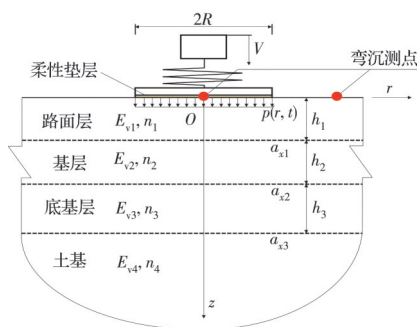


图 5 路面结构力学模型示意图

Fig. 5 Four-layer mechanical model of the pavement structure

通过表 5、表 6 可以看到,不同算法对垂直模量 E_v 反演较为理想,而对于模量比 n 以及层底滑移系数 a_x 的反演结果较差。仅从弯沉匹配结果(即函数 Φ 寻优均值)来看,粒子群算法,头脑风暴算法,萤火虫算法,二进制编码遗传算法以及实数编码多种群遗传算法的匹配结果较为理想;虽然烟花算法和蜂群算法具有较好的多峰函数寻优能力,但在 2 000 次正算次数下反演效果较不理想。测试结果基本符合前述算法特点,表明以限定正算调用次数下的算法可靠性作为评价标准具有其合理性。为进一

表 5 路面结构参数反演结果(相关系数)

Table 5 Backcalculation results of the pavement structure parameters (correlation coefficient)

算法	反演结果相关系数R											函数Φ均 值
	E_{v1}	E_{v2}	E_{v3}	E_{v4}	n_1	n_2	n_3	n_4	a_{x1}	a_{x2}	a_{x3}	
MPSO	0.88	0.91	0.87	0.99	0.38	0.23	-0.13	0.70	0.32	0.11	0.49	31.73
BSO	0.98	0.96	0.96	1.00	0.76	0.42	0.25	0.81	0.78	0.57	0.82	33.25
FA	0.93	0.94	0.88	0.99	0.42	0.21	-0.40	0.55	0.29	0.62	0.69	33.73
SLA	0.89	0.91	0.92	0.99	0.69	0.48	0.18	0.53	0.25	0.47	0.52	87.46
二进制MGA	0.91	0.92	0.91	0.98	0.54	0.46	0.35	0.70	0.27	0.13	0.60	39.48
实数MGA	0.92	0.95	0.97	0.99	0.62	0.56	0.23	0.48	0.48	-0.15	0.83	32.04
AFA	0.95	0.96	0.97	0.99	0.53	0.25	0.11	0.70	0.15	0.26	0.59	60.41
ABC	0.72	0.88	0.83	1.00	0.71	0.23	0.00	0.54	0.49	-0.09	0.41	52.81
FWA	0.88	0.90	0.91	1.00	0.61	0.31	-0.04	0.45	0.28	-0.07	0.37	59.62

表 6 路面结构参数反演结果(平均误差)

Table 6 Backcalculation results of the pavement structure parameters (average error)

算法	反演平均误差/%											函数Φ均 值
	E_{v1}	E_{v2}	E_{v3}	E_{v4}	n_1	n_2	n_3	n_4	a_{x1}	a_{x2}	a_{x3}	
MPSO	10.8	14.6	20.3	0.10	75.6	56.6	58.1	17.6	182.0	155.0	66.6	31.73
BSO	4.79	9.18	10.9	0.09	42.7	35.9	37.4	12.3	29.2	38.9	21.1	33.25
FA	9.67	12.9	15.5	0.12	125.0	45.5	76.0	15.2	46.3	405.5	87.2	33.73
SLA	13.6	14.8	15.1	0.11	81.1	32.2	48.3	14.8	44.3	104.7	186.0	87.46
二进制MGA	9.19	12.6	16.5	0.11	74.1	47.0	53.2	15.7	51.3	64.1	101.0	39.48
实数MGA	8.78	13.8	10.6	0.09	68.5	28.7	44.7	18.6	32.2	557.5	36.8	32.04
AFA	8.78	13.9	10.6	0.14	68.5	28.7	44.7	18.6	32.3	557.5	36.8	60.41
ABC	19.1	16.6	18.6	0.13	51.4	62.4	76.6	18.2	213.0	228.2	95.8	52.81
FWA	13.6	15.3	19.8	0.20	58.6	56.4	58.3	19.3	206.0	60.6	165.0	59.62

步对比不同算法寻优效果,依次绘制上述5种算法

的反演结果,结果如图6~图8所示。总体上看,头

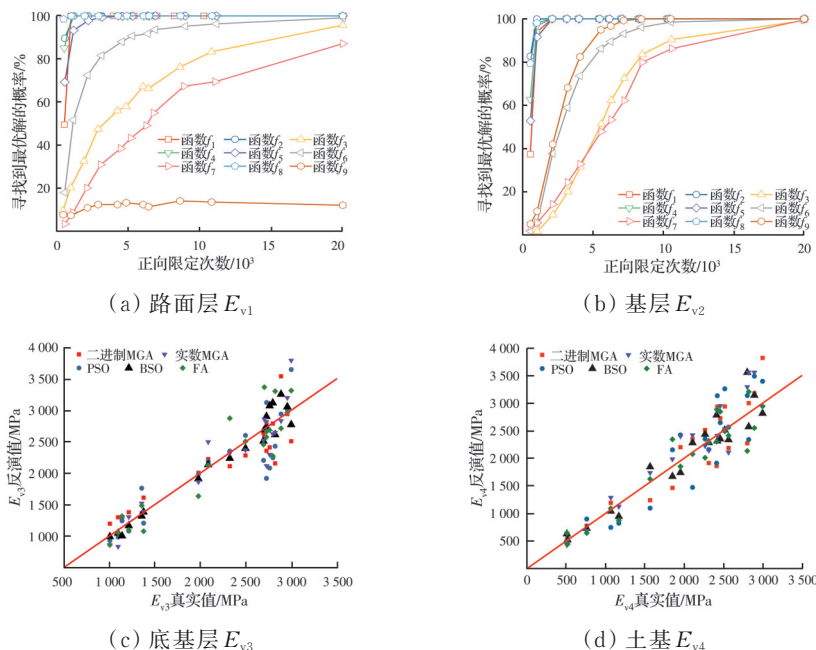


图 6 不同算法垂直模量 E_v 反演结果

Fig. 6 Backcalculation results of vertical modulus E_v by different algorithm

脑风暴算法的寻优结果最为理想,其对于各结构层竖向模量、路面层以及土基模量比、路面层以及底基层底部滑移系数具有较为理想的反演能力,可尝

试用于检测路面结构层间状态。综上所述,对于复杂反分析问题,算法的选择显得尤为重要,在进行算法选择时应充分考虑问题本身所具有的特征。

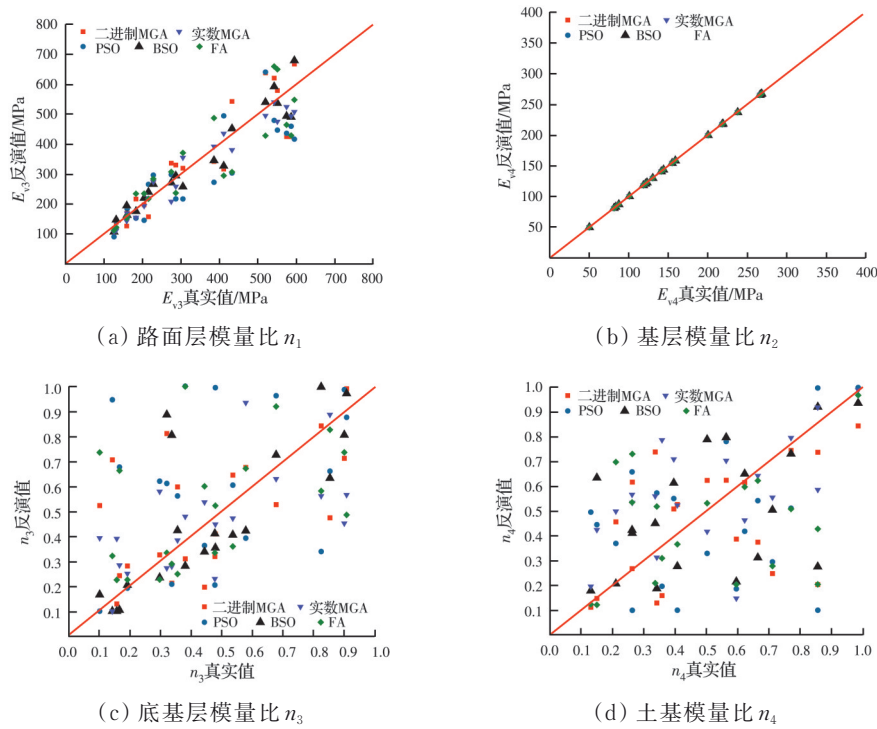


图 7 不同算法模量比 n 反演结果

Fig. 7 Backcalculation results of modulus ratio n by different algorithm

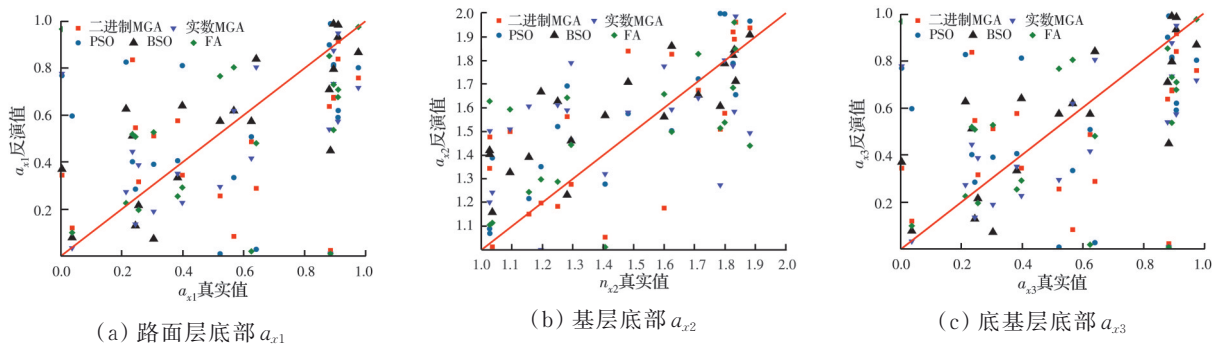


图 8 不同算法层底滑移系数 a_x 反演结果

Fig. 8 Backcalculation results of contact state parameter a_x by different algorithms

5 结论

开展限定正算次数下的群体智能算法性能的相关研究,并以考虑层间接触状态的路面结构参数反演为例研究不同算法在路面参数复杂反分析中的适应性。主要结论如下:

1) 不同算法具有不同的特点。粒子群算法和头脑风暴算法对单峰以及小范围内的多峰问题具有较好的搜索能力;烟花算法比较适合于大范围多峰优化问题,但算法收敛速度较慢;蜂群算法对多峰问题具有较好的寻优能力,且在较大正算次数下具有出色的寻优能力;萤火虫算法对于多峰问题的

寻优效果较差,但比较适合优解附近存在平缓区域的问题;对于多种群遗传算法,二进制编码方式对于小范围的多峰问题具有很好的寻优能力;较二进制编码方式,实数编码方式可提高收敛速度,但算法抗干扰能力有所下降;鱼群算法和混合蛙跳算法仅在较大正算限定次数下才具有较好的搜索能力,且对多峰函数的寻优能力较差。

2) 结合考虑材料横观各向同性以及层间接触状态的路面结构参数反演这一具体问题,应用不同算法在限定正算次数为 2 000 次的条件下进行了反演计算。仅从弯沉曲线的匹配上来看,多种群粒子群算法、头脑风暴算法、萤火虫算法、二进制多种群

遗传算法、实数编码多种群遗传算法均具有较好的反演结果;以上结果证明了前述评价方法具有其合理性,可作为复杂反分析问题算法性能快速测试方法。而从反演结果的相关系数来看,头脑风暴算法反演结果最为理想。

3)群体智能算法种类繁多,各有侧重,主要在算法选择上开展研究,通过改进测试手段以适应路面参数复杂反分析问题的需要。但由于这部分工作量较大,仅选取8种算法进行相关研究,且对于各种算法的改进策略以及参数设置并未考虑完全,今后将针对以上问题开展进一步研究。

参考文献

- [1] 查旭东. 路面结构层模量反算方法综述[J]. 交通运输工程学报, 2002, 2(4): 1-6.
ZHA X D. Summary of backcalculation methods of pavement layer moduli [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(4): 1-6. (in Chinese)
- [2] 曹丹丹, 赵延庆, 田泽峰, 等. 沥青路面动态黏弹反演研究[J]. 土木工程学报, 2017, 50(9): 104-109.
CAO D D, ZHAO Y Q, TIAN Z F, et al. Backcalculation study on asphalt pavement using dynamic viscoelastic method [J]. China Civil Engineering Journal, 2017, 50(9): 104-109. (in Chinese)
- [3] LYTTON R L. Backcalculation of pavement layer properties [C]//Nondestructive Testing of Pavements and Backcalculation of Moduli, 1989: 7-38.
- [4] SIVANESWARAN N, KRAMER S L, MAHONEY J P. Advanced backcalculation using a nonlinear least squares optimization technique [C]//Transportation Research Record. Transportation Research Board, 1991: 93-102.
- [5] SCULLION T, UZAN J, PAREDES M. MODULUS: A microcomputer-based backcalculation system [C]//Transportation Research Record, 1990: 180-191.
- [6] XU B, RANJITHAN S R, KIM Y R. New relationships between falling weight deflectometer deflections and asphalt pavement layer condition indicators [J]. Journal of the Transportation Research Board, 2002, 1806(1): 48-56.
- [7] 谢辉, 郭忠印, 丛林. 基于人工神经网络的沥青路面模量评估[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2007, 35(8): 1044-1047, 1148.
XIE H, GUO Z Y, CONG L. Artificial neural network-based evaluation of layer modulus of asphalt pavement [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2007, 35(8): 1044-1047, 1148. (in Chinese)
- [8] 查旭东, 王秉纲. 基于人工神经网络的路面模量反算[J]. 交通运输工程学报, 2002, 2(2): 12-15.
ZHA X D, WANG B G. Backcalculation of pavement layer moduli based on artificial neural networks [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2002, 2(2): 12-15. (in Chinese)
- [9] 朱洁, 孙立军. 沥青路面三层结构模量反演最佳反演点的确定[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2017, 45(2): 203-208.
ZHU J, SUN L J. Determination of optimal backcalculation point for three layer structure modulus backcalculation of asphalt pavement [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2017, 45(2): 203-208. (in Chinese)
- [10] 林诗洁, 董晨, 陈明志, 等. 新型群智能优化算法综述[J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(12): 1-9.
LIN S J, DONG C, CHEN M Z, et al. Summary of new group intelligent optimization algorithms [J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(12): 1-9. (in Chinese)
- [11] 王辉, 钱锋. 群体智能优化算法[J]. 化工自动化及仪表, 2007, 34(5): 7-13.
WANG H, QIAN F. A survey of swarm intelligence optimization algorithm [J]. Control and Instruments in Chemical Industry, 2007, 34(5): 7-13. (in Chinese)
- [12] 刘述奎, 李奇, 陈维荣, 等. 改进粒子群优化算法在电力系统多目标无功优化中应用[J]. 电力自动化设备, 2009, 29(11): 31-36.
LIU S K, LI Q, CHEN W R, et al. Multiobjective reactive power optimization based on modified particle swarm optimization algorithm [J]. Electric Power Automation Equipment, 2009, 29(11): 31-36. (in Chinese)
- [13] 赵霞, 曹宝明, 窦建平. 基于群体智能的农产品供应链网络多目标优化设计[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(9): 2515-2527.
ZHAO X, CAO B M, DOU J P. Multi-objective optimal design of agri-food supply chain network based on swarm intelligence[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(9): 2515-2527. (in Chinese)
- [14] 张强, 李盼池. 进化策略自主选择的改进混洗蛙跳算法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(5): 979-985.
ZHANG Q, LI P C. An improved shuffled frog leaping algorithm for the autonomous selection of evolutionary strategies [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2019, 40(5): 979-985. (in Chinese)
- [15] 任子武, 伞冶. 自适应遗传算法的改进及在系统辨识中应用研究[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(1): 41-43, 66.
REN Z W, SAN Y. Improved adaptive genetic algorithm and its application research in parameter identification [J]. Journal of System Simulation, 2006,

- 18(1): 41-43, 66. (in Chinese)
- [16] 乐金朝, 刘凤娥, 王复明. 路面结构模量反算的遗传-模拟退火混合算法[J]. 计算力学学报, 2004, 21(1): 88-92.
LE J C, LIU F E, WANG F M. Genetic and simulated annealing hybrid algorithm for modulus backcalculation of pavement structure [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(1): 88-92. (in Chinese)
- [17] 颜可珍, 吴建良. 路面结构模量反演的蚁群算法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2010, 37(5): 8-11.
YAN K Z, WU J L. Back-calculation of modulus for pavements based on ant colony algorithm [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2010, 37(5): 8-11. (in Chinese)
- [18] 凌同华, 秦健, 宋强, 等. 基于改进粒子群算法和神经网络的智能位移反分析法及其应用[J]. 铁道科学与工程学报, 2020, 17(9): 2181-2190.
LING T H, QIN J, SONG Q, et al. Intelligent displacement back-analysis based on improved particle swarm optimization and neural network and its application [J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(9): 2181-2190. (in Chinese)
- [19] LI M Y, WANG H. Development of ANN-GA program for backcalculation of pavement moduli under FWD testing with viscoelastic and nonlinear parameters [J]. International Journal of Pavement Engineering, 2019, 20(4): 490-498.
- [20] ZHANG J H, FAN H S, ZHANG S P, et al. Back-calculation of elastic modulus of high liquid limit clay subgrades based on viscoelastic theory and multipopulation genetic algorithm [J]. International Journal of Geomechanics, 2020, 20(10): 4020194.
- [21] 李长安, 谢宗奎, 吴忠强, 等. 改进灰狼算法及其在港口泊位调度中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2021, 53(1): 101-108.
LI C A, XIE Z K, WU Z Q, et al. Improved grey wolf algorithm and its application in port berth scheduling [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2021, 53(1): 101-108. (in Chinese)
- [22] 余冬华, 郭茂祖, 刘晓燕, 等. 改进选择策略的烟花算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 389-395.
YU D H, GUO M Z, LIU X Y, et al. An improved selection strategy of firework algorithm [J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 389-395. (in Chinese)
- [23] 韩俊英, 刘成忠, 王联国. 动态双子群协同进化果蝇优化算法[J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(11): 1057-1067.
HAN J Y, LIU C Z, WANG L G. Dynamic double subgroups cooperative fruit fly optimization algorithm [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2013, 26(11): 1057-1067. (in Chinese)
- [24] 刘俊彤, 王可人, 冯辉, 等. 一种基于认知引擎的t分布变异萤火虫算法[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(4): 909-914.
LIU J T, WANG K R, FENG H, et al. GSO algorithm with t-distribution mutation for cognitive engine [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015, 30(4): 909-914. (in Chinese)
- [25] 陈侃松, 阮玉龙, 戴磊, 等. 区域分割的自适应变异粒子群算法[J]. 电子学报, 2017, 45(8): 1849-1855.
CHEN K S, RUAN Y L, DAI L, et al. Regional-segmentation self-adapting variation particle swarm optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(8): 1849-1855. (in Chinese)
- [26] 颜可珍, 满建宏, 石挺魏, 等. 考虑层间接触状态的横观各向同性结构动力响应解析解[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2019, 46(11): 97-105.
YAN K Z, MAN J H, SHI T W, et al. Analytical solution for dynamic response of transversely isotropic structures considering the state of interlayer contact state [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2019, 46(11): 97-105. (in Chinese)
- [27] YAN K Z, XU H B, YOU L Y. Analytical layer-element approach for wave propagation of transversely isotropic pavement [J]. International Journal of Pavement Engineering, 2016, 17(3): 275-282.
- [28] 张军辉, 范海山, 张石平, 等. 考虑层间接触状态的路面动力响应解析解及参数反演[J]. 中国公路学报, 2021, 34(5): 11-23.
ZHANG J H, FAN H S, ZHANG S P, et al. Analytical solution for the dynamic responses and parameter inversion of pavement structures considering the condition of interlayer contact [J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(5): 11-23. (in Chinese)
- [29] 李跃军, 李亮, 吴亚中. 基于自适应信息遗传算法的路面模量反算研究[J]. 公路交通科技, 2011, 28(7): 47-55.
LI Y J, LI L, WU Y Z. Adaptive informational genetic algorithm based back-calculation of pavement modulus [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2011, 28(7): 47-55. (in Chinese)
- [30] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]//Piscataway, NJ: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [31] 张天佳, 杨永胜. 基于并行结构的多种群粒子群优化算法[J]. 传感器与微系统, 2020, 39(9): 119-121.
ZHANG T J, YANG Y S. Multi-swarm PSO algorithm based on parallel structure [J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2020, 39(9): 119-121. (in Chinese)
- [32] SHI Y H. Brain storm optimization algorithm [C]//

- Advances in Swarm Intelligence, ICSI 2011: Springer, Berlin, Heidelberg, 2011: 303-309.
- [33] 陈山, 宋樱, 房胜男, 等. 基于头脑风暴优化算法的Wiener模型参数辨识[J]. 控制与决策, 2017, 32(12): 2291-2295.
- CHEN S, SONG Y, FANG S N, et al. Parameter identification of Wiener systems using brain storm optimization algorithm [J]. Control and Decision, 2017, 32(12): 2291-2295. (in Chinese)
- [34] 梁志刚, 顾军华, 侯向丹. 一种改进的头脑风暴优化算法[J]. 河北工业大学学报, 2018, 47(6): 56-62.
- LIANG Z G, GU J H, HOU X D. A modified brainstorming optimization algorithm [J]. Journal of Hebei University of Technology, 2018, 47(6): 56-62. (in Chinese)
- [35] KRISHNANAND K N, GHOSE D. Glowworm swarm optimization for simultaneous capture of multiple local optima of multimodal functions [J]. Swarm Intelligence, 2009, 3(2): 87-124.
- [36] YANG X S. Firefly algorithms for multimodal optimization [M]//Stochastic Algorithms: Foundations and Applications. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009: 169-178.
- [37] EUSUFF M M, LANSEY K E. Optimization of water distribution network design using the shuffled frog leaping algorithm [J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2003, 129(3): 210-225.
- [38] 李英海, 周建中, 杨俊杰, 等. 一种基于阈值选择策略的改进混合蛙跳算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(35): 19-21.
- LI Y H, ZHOU J Z, YANG J J, et al. Modified shuffled frog leaping algorithm based on threshold selection strategy [J]. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(35): 19-21. (in Chinese)
- [39] 张铃, 张钺. 遗传算法机理的研究[J]. 软件学报, 2000, 11(7): 945-952.
- ZHANG L, CN A, ZHANG B. Research on the mechanism of genetic algorithms [J]. Journal of Software, 2000, 11(7): 945-952. (in Chinese)
- [40] GONÇALVES J F, RESENDE M G C. A parallel multi-population biased random-key genetic algorithm for a container loading problem [J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(2): 179-190.
- [41] JIAO Y L, XING X C, ZHANG P, et al. Multi-objective storage location allocation optimization and simulation analysis of automated warehouse based on multi-population genetic algorithm [J]. Concurrent Engineering, 2018, 26(4): 367-377.
- [42] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32-38.
- LI X L, SHAO Z J, QIAN J X. An optimizing method based on autonomous animats: Fish-swarm algorithm [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2002, 22(11): 32-38. (in Chinese)
- [43] 冯春时. 群智能优化算法及其应用[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
- FENG C S. Swarm intelligence optimization algorithms and their applications [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2009. (in Chinese)
- [44] 秦全德, 程适, 李丽, 等. 人工蜂群算法研究综述[J]. 智能系统学报, 2014, 9(2): 127-135.
- QIN Q D, CHENG S, LI L, et al. Artificial bee colony algorithm: A survey [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(2): 127-135. (in Chinese)
- [45] TAN Y, YU C, ZHENG S Q, et al. Introduction to fireworks algorithm [J]. International Journal of Swarm Intelligence Research, 2013, 4(4): 39 - 70.
- [46] 谭莹, 郑少秋. 烟花算法研究进展[J]. 智能系统学报, 2014, 9(5): 515-528.
- TAN Y, ZHENG S Q. Recent advances in fireworks algorithm [J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2014, 9(5): 515-528. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)