

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2023.008



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



路基不均匀沉降下无砟轨道受力变形特性解析解

颜建伟^{a,b}, 朱兆铭^{a,b}, 刘天宇^{a,b}, 谭鑫^{a,b}, 程超^{a,b}, 胡勇^b

(华东交通大学 a. 土木建筑学院; b. 轨道交通基础设施性能检测与保障国家重点实验室,
南昌 330013)

摘要:基于无拉力 Pasternak 地基叠合梁理论,提出考虑土体剪切和层间脱空的轨道变形解析法,探讨路基不均匀沉降对双块式无砟轨道受力变形的影响规律。引入 Heaviside 阶梯函数描述轨道与路基的脱空行为,采用有限差分法求解微分控制方程,建立三维梁-体空间有限元模型对比验证分析解析模型的适用性并确定其适用范围。结果表明:路基沉降变形较平缓时,解析模型与有限元模型计算结果几乎无差异,随着路基沉降变形加剧,两种模型计算偏差越来越大;在路基沉降波长为 20 m 的工况下,沉降幅值超过 21 mm 时,解析模型不再适用;在给定路基沉降幅值为 20 mm 的条件下,解析模型适用于沉降波长大于 19.8 m 的路基沉降工况。

关键词:Pasternak 地基;叠合梁;双块式无砟轨道;有限差分法;有限元模型

中图分类号:U213.2 **文献标志码:**A **文章编号:**2096-6717(2025)02-0098-09

Analytical solution for deformation behavior of ballastless track under uneven settlement of subgrade

YAN Jianwei^{a,b}, ZHU Zhaoming^{a,b}, LIU Tianyu^{a,b}, TAN Xin^{a,b}, CHENG Chao^{a,b},
HU Yong^b

(a. School of Civil Engineering and Architecture; b. State Key Laboratory of Rail Transit Infrastructure Performance Testing and Assurance, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, P. R. China)

Abstract: An analytical solution based on non-tension Pasternak foundation composite beam with considering soil shear and interlayer disengaging for the double-block ballastless track, is derived to study the influence of uneven settlement of the subgrade on its deformation. Heaviside step function is introduced to describe the disengaging behavior between the track and the subgrade, and the differential governing equation is solved by finite difference method. A three-dimensional beam-body space FE model is also established to cross-check the applicability of the FEM analytical model and determine its scope of application. The results show that when the settlement deformation of the subgrade is relatively gentle, the calculation results of the analytical model and the FE model are almost indistinguishable, the deviation of the two models is getting larger as settlement of the

收稿日期:2022-11-06

基金项目:国家自然科学基金(12072112);江西省杰出青年科学基金(20202ACBL214014);江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ190332)

作者简介:颜建伟(1986-),男,博士,教授,博士生导师,主要从事非线性力学研究,E-mail:jianwei@mail.ustc.edu.cn。

Received: 2022-11-06

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 12072112); Natural Science Foundation of Jiangxi Province (No. 20202ACBL214014); Science and Technology Project of Jiangxi Provincial Education Department (No. GJJ190332)

Author brief: YAN Jianwei (1986-), PhD, professor, doctoral supervisor, main research interest: nonlinear mechanics, E-mail: jianwei@mail.ustc.edu.cn.

subgrade exacerbated; For a given subgrade settlement wavelength of 20 m, when the settlement amplitude reaches greater than 21 mm, the analytical model is not applicable; Under the given condition that settlement amplitude of the subgrade is 20 mm, the analytical model is applicable to the subgrade settlement condition with a settlement wavelength greater than 19.8 m.

Keywords: Pasternak foundation; composite beam; double-block ballastless track; finite difference method; finite element model

近年来,中国高速铁路发展迅速,无砟轨道因稳定性高、耐久性好及便于维护等优点逐渐成为高速铁路所采用的主要结构形式^[1]。路基是无砟轨道的基础,其稳定性对列车运行安全至关重要,工程界对其不均匀沉降引起的轨道变形问题尤为关注。路基除受自重、填料不均匀的影响外,还受列车荷载、水侵蚀等外界因素的影响,其变形将不断累积,从而产生不均匀沉降^[2]。当路基发生不均匀沉降时,轨道结构平顺性受到影响,甚至出现空吊现象,列车通过轨道不平顺区域,会引起沿轨道纵向不一致的轮轨作用力,影响乘客舒适度,受列车荷载反复作用,会造成轨道与路基之间的脱空区域周期性的“拍打”现象^[3]。路基不均匀沉降导致的轨道不平顺以及轨道与路基之间形成局部脱空的刚度不平顺使轮轨力加剧,严重时还会增大列车脱轨系数,最终影响列车运营安全^[4]。因此,笔者对路基不均匀沉降下无砟轨道受力和变形特性开展研究。

在理论研究方面,采用有限元模拟方法对高速铁路路基不均匀沉降进行研究,取得了丰硕的成果。文献[5-6]通过三维非线性有限元模型模拟不同路基沉降条件下无砟轨道结构的变形和附加应力。文献[7-8]建立轨道-路基沉降三维有限元模型,对无砟轨道在路基沉降作用下的损伤行为进行了分析。文献[9-10]建立车轨耦合动力学模型,分析了路基沉降和行车速度对无砟轨道动力特性以及车辆响应的影响。在解析求解方面,对于高速铁路路基不均匀沉降,通常采用弹性地基叠合梁、梁-板等模型。郭宇等^[11]分别建立了双块式无砟轨道路基不均匀沉降下 Winkler 弹性地基叠合梁解析模型和考虑局部脱空的有限元模型,对比分析了两种模型的适用范围。弹性地基梁理论基于梁与地基不发生脱离,计算简单,但需要注意的是,此时地基只受压、不受拉,与实际情况不完全符合。文献[12-13]分别采用三角级数法和伽辽金法求解了无拉力 Winkler 弹性地基梁与地基的脱离问题,文献[14]基于无拉力 Winkler 地基叠合梁理论,分析了不同路基沉降形式对纵连板式和单元板式无砟轨道轨面变形的影响。虽然这些方法考虑了梁与地基的脱离问题,但 Winkler 弹性地基模型不能捕捉变形的

连续性。

有限元等数值模拟技术的发展快速地推进了路基不均匀沉降下轨道的变形研究,相关的数据研究驱动形成的规律性认识极大地促进了高速铁路的发展进程。笔者结合土质路基上双块式无砟轨道的结构特性,建立无拉力 Pasternak 地基叠合梁解析模型,通过引入 Heaviside 阶梯函数,提出考虑土体剪切和层间脱空的轨道变形求解方法,避免 Winkler 地基模型不能考虑土体连续性的缺陷,同时考虑弹性地基梁与土体脱离的问题。建立三维梁-体空间有限元模型进行对比验证分析解析模型的适用性并确定其适用范围。解析模型理论与有限元模拟技术相辅相成,分析路基不均匀沉降下波长和幅值耦合作用时上部轨面的变形规律。

1 Pasternak 弹性地基叠合梁模型

路基上双块式无砟轨道系统主要包括钢轨、扣件系统、轨枕、道床板及支承层等^[15],其横断面几何尺寸如图1所示。

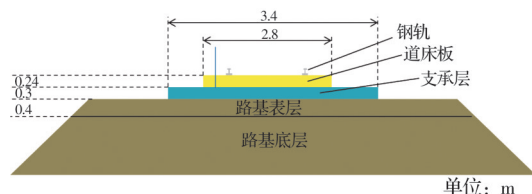


图1 双块式无砟轨道横断面

Fig. 1 Cross-section of double-block ballastless track

相对于轨道纵线而言,路基的横断面尺寸小得多,路基不均匀沉降实际上是沿轨道纵向分布的垂直向不均匀沉降。将钢轨考虑为简支梁,扣件视为等间距点支撑的线弹簧,道床板和支承层视为紧密连接的双层叠合梁^[16],即一整体梁,其等效物理中平面的形心坐标为

$$y^* = \frac{a_1 y_1 n + a_2 y_2}{a_1 n + a_2} \quad (1)$$

式中: a_1 、 a_2 为道床板和支承层的横断面面积; y_1 、 y_2 为道床板和支承层的横向形心坐标; n 为道床板和支承层的弹性模量比值 E_1/E_2 。叠合梁整体梁的等效抗弯刚度为

$$E^* I^* = \left(\frac{1}{12} n a_1 D_1^2 + n a_1 L_1^2 + \frac{1}{12} a_2 D_2^2 + a_2 L_2^2 \right) E_2 \quad (2)$$

式中: L_1 、 L_2 为道床板和支承层形心到等效物理中平面形心的距离; D_1 、 D_2 为道床板和支承层的厚度。

对于路基, 将其视为 Pasternak 地基模型, 路基上最常见不均匀沉降为类余弦型, 利用类余弦型曲线来描述路基不均匀沉降, 如图 2 所示。

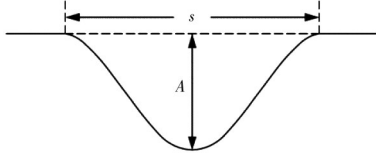


图 2 路基不均匀沉降曲线

Fig. 2 Subgrade uneven settlement curve

在计算时, 将沉降中心在沉降前路基面上的投影作为原点, y 轴正向为垂直水平地面向下, x 轴正向为沉降前路基面水平向右, 路基不均匀沉降曲线描述函数为

$$u(x) = \frac{A}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi x}{s} \right) \quad (3)$$

式中: A 为不均匀沉降幅值; s 为不均匀沉降波长。

为计算路基不均匀沉降导致的无砟轨道结构变形, 作出以下基本假定:

- 1) 将路基结构等效为连续弹性无拉力 Pasternak 地基;
- 2) 将叠合梁视为 Pasternak 弹性地基上无限长 Euler-Bernoulli 梁;
- 3) 土层视为各向同性均质材料;
- 4) 考虑到无砟轨道和路基之间可能出现离缝或者脱空现象, 计算时考虑轨道自重;
- 5) 建立的路基-无砟轨道耦合模型是基于小变形线弹性理论, 无砟轨道的刚度可视为定值, 即不考虑刚度折减问题。

由于钢轨的抗弯刚度及重力远小于叠合梁的抗弯刚度及重力, 求解时可忽略扣件力对叠合梁挠度的影响^[17], 在无拉力 Pasternak 地基梁中, 其挠度满足微分方程

$$E^* I^* \frac{d^4 w}{dx^4} + H(x) \left(k w - G \frac{d^2 w}{dx^2} \right) = q \quad (4)$$

式中: w 为叠合梁挠度; $k = k_0 b$, k_0 为地基系数, 可按地层情况查表取值^[18]; $G = G_c b$, G_c 为剪切层参数, 当 $G_c = 0$ 时就退化为 Winkler 地基模型, b 为叠合梁宽度 (b 取支承层宽度); q 为轨道自重均布荷载。其中, G_c 可按 Tanahashi^[19] 提出的经验公式确定。

$$G_c = \frac{E_s t}{6(1 + \nu)} \quad (5)$$

式中: E_s 为土体等效弹性模量, 可按 $E_s = 350c_u$ ^[20] 取

值, 其中 c_u 为地基不排水剪切强度; t 为土体影响深度, 取 $t = 6b$ 进行计算^[21]; ν 为土体泊松比。

$H(x)$ 为引入的 Heaviside 阶梯函数描述轨道与路基的脱空行为, 定义为

$$H(x) = \begin{cases} 1, & w > 0 \\ 0, & w \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

当路基发生不均匀沉降时, 无拉力 Pasternak 地基梁微分控制方程可表示为

$$E^* I^* \frac{d^4 w}{dx^4} + H(x) \left[k(w - u) - G \frac{d^2(w - u)}{dx^2} \right] = q \quad (7)$$

式中: u 为给定的路基不均匀沉降边界。

则 $H(x)$ 表达式相应地变为

$$H(x) = \begin{cases} 1, & w > u \\ 0, & w \leq u \end{cases} \quad (8)$$

将式(7)整理后得

$$E^* I^* \frac{d^4 w}{dx^4} + H(x) \left(k w - G \frac{d^2 w}{dx^2} \right) = q + H(x) \left(k u - G \frac{d^2 u}{dx^2} \right) \quad (9)$$

此时, 式(9)右边部分可看成地基梁上的附加荷载。

对于高阶微分方程的求解, 可采用特征值法、有限差分法等, 笔者采用有限差分法进行求解, 轨道离散为 $n+5$ 个长度为 l 的节点单元 (首尾各 2 个虚拟单元), 路基离散为 $n+3$ 个长度为 l 的节点单元 (首尾各 1 个虚拟单元), 其中, 轨道离散分析如图 3 所示。则式(9)可写成

$$E^* I^* \frac{6w_i - 4(w_{i+1} + w_{i-1}) + (w_{i+2} + w_{i-2})}{l^4} + H_i \left(k w_i - G \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{l^2} \right) = q_i + H_i \left(k u_i - G \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{l^2} \right) \quad (10)$$

式中: w_i 为轨道第 i 个节点单元的竖向位移 ($i = -2, -1 \dots i \dots n+1, n+2$); u_i 为所给定的路基第 i 个节点单元的竖向位移 ($i = -1 \dots i \dots n+1$)。

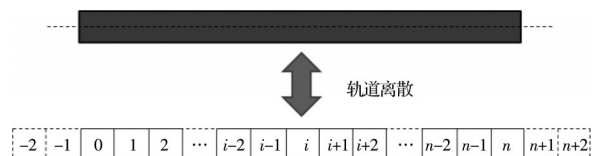


图 3 轨道离散示意图

Fig. 3 Schematic diagram of railway track discrete scheme

研究路基不均匀沉降对无砟轨道结构变形的影响, 叠合梁两端只考虑最简单的自由端边界条件^[22], 则

$$\begin{cases} M_0 = M_n = -E^* I^* \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0,n} = 0 \\ F_{s_0} = F_{s_n} = -E^* I^* \frac{d^3 w}{dx^3} \Big|_{x=0,n} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

则有

$$\begin{cases} M_0 = -E^* I^* \frac{w_1 - 2w_0 + w_{-1}}{l^2} = 0 \\ M_n = -E^* I^* \frac{w_{n+1} - 2w_n + w_{n-1}}{l^2} = 0 \\ F_{s_0} = -E^* I^* \frac{w_2 - 2w_1 + 2w_{-1} - w_{-2}}{2l^3} = 0 \\ F_{s_n} = -E^* I^* \frac{w_{n+2} - 2w_{n+1} + 2w_{n-1} - w_{n-2}}{2l^3} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)得到 w_{-2} 、 w_{-1} 、 w_{n+1} 、 w_{n+2} 的表达式

$$\begin{cases} w_{-1} = 2w_0 - w_1 \\ w_{-2} = 4w_0 - 4w_1 + w_2 \\ w_{n+1} = 2w_n - w_{n-1} \\ w_{n+2} = 4w_n - 4w_{n-1} + w_{n-2} \end{cases} \quad (13)$$

$$K_1 = \frac{E^* I^*}{l^4} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & & & & & & & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & & & & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & & & & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \\ & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & \\ & & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & & & & & 1 & -4 & 5 & -2 & \\ & & & & & & 2 & -4 & 2 & \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (17)$$

$$K_2 = K_2^* = k \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & 0 \\ & 1 & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & \\ & & & & & 1 & & & & \\ 0 & & & & & & 1 & & & \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (18)$$

$$K_3 = K_3^* = \frac{G}{l^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & & & & & & & 0 \\ 1 & -2 & 1 & & & & & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & 1 & -2 & 1 & & & & \\ & & & & 1 & -2 & 1 & & & \\ 0 & & & & 0 & 0 & 0 & & & \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)} \quad (19)$$

因此,只需求解式(16)即可得到轨道竖向位移 W ,由于 H 是未知的,无法直接求解 W ,故利用逐次逼近法求解轨道与路基之间的接触非线性问题,具体步骤为:

同理,由边界条件可知

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{x=0} = -E^* I^* \frac{u_1 - 2u_0 + u_{-1}}{l^2} = 0 \\ \frac{d^2 u}{dx^2} \Big|_{x=n} = -E^* I^* \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{l^2} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由式(14)得到 u_{-1} 、 u_{n+1} 表达式

$$\begin{cases} u_{-1} = 2u_0 - u_1 \\ u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1} \end{cases} \quad (15)$$

式(10)可用矩阵形式表示为

$$(K_1 + HK_2 - HK_3)W = Q + (HK_2^* - HK_3^*)U \quad (16)$$

式中: K_1 为轨道位移刚度矩阵; K_2 、 K_2^* 分别为轨道和路基的地基刚度矩阵; K_3 、 K_3^* 分别为轨道和路基的剪切刚度矩阵; W 为轨道竖向位移列向量; Q 轨道自重均布荷载列向量; U 根据给定的路基不均匀沉降来描述; H 为接触状态矩阵。

带入虚拟单元位移表达式后,可分别得到各刚度矩阵表达式为

1) 首先假定轨道与路基之间无脱空,即

$$H = H^0 = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}_{(n+1)(n+1)}$$

2) 通过式(16)求解轨道位移向量 W ;

3) 比较各节点处 w_i 和 u_i 的大小,并根据式(8)判定各节点处接触函数值 H_i ,更新接触状态矩阵,再代入式(16)求解;

4) 重复以上步骤,直至前后两次迭代的位移之差小于某个预先给定的常数 ε 时,则停止迭代,一般迭代 6~7 次,计算结果便能达到足够的精度。

由于钢轨受自身重力及离散扣件力的作用,其变形控制方程为

$$w_{ti} = -\sum_{j=1}^N d_{ij} P_j + f_i \cdot q_1, i = 1 \sim N \quad (20)$$

式中: w_{ti} 为钢轨第 i 个扣件节点处的挠度; d_{ij} 为第 i 个扣件节点处受第 j 个扣件节点单位力引起的竖向变形; f_i 为钢轨第 i 个扣件节点受单位均布荷载引起的位移; q_1 为钢轨重力荷载集度,基于简支梁钢轨模型,有

$$d_{ij} = \begin{cases} \frac{b_j x_i}{6E_r I_r l} (l^2 - x_i^2 - b_j^2), & i \leq j \\ \frac{b_j}{6E_r I_r l} \left[\frac{l}{b_j} (x_i - a_j)^3 + (l^2 - b_j^2)x_i - x_i^3 \right], & i > j \end{cases} \quad (21)$$

$$f_i = \frac{x_i}{24E_r I_r} (l^3 - 2lx_i^2 + x_i^3) \quad (22)$$

式中: $E_r I_r$ 为钢轨抗弯刚度; l 为钢轨总长; x_i, x_j 分别为第 i 和第 j 个扣件节点与左端支座的距离, $x_i = i \cdot l_s$; $a_j = x_j$; $b_j = l - x_j$, l_s 为相邻扣件之间的距离。

对于扣件系统,各节点处的扣件力为

$$P_i = k_p (w_{ti} - w_i) \quad (23)$$

式中: k_p 为扣件刚度; w_i 为式(16)求解的 W 在第 i 个扣件节点处的值。

联立式(20)和式(23)可得

$$\frac{1}{k_p} P_i + d_{ij} P_j - f_i \cdot q_1 = -w_i, i = 1 \sim N \quad (24)$$

将式(24)写成矩阵形式后求出的扣件力矩阵 P 代回式(20),便可得到钢轨轨面变形。

2 梁-体空间有限元模型

2.1 有限元模型的建立

基于 ANSYS 软件,建立三维梁-体空间有限元模型(如图4所示)。轨道模型长度取 60 m,钢轨和扣件分别采用空间梁单元和弹簧阻尼单元模拟,其他各轨道结构层及路基均采用实体单元模拟,由于双块式无砟轨道具有较高的整体性,支承层和道床板、道床板和双块式轨枕之间均采用共节点方式进行连接。

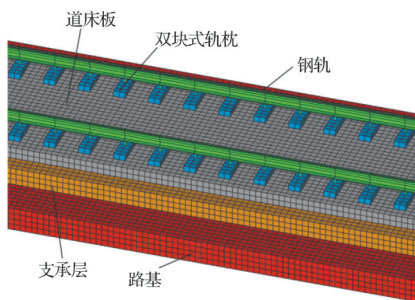


图4 双块式无砟轨道梁-体空间有限元模型

Fig. 4 Beam-body space finite element model of double-block ballastless track

考虑到支承层与路基之间可能出现离缝甚至脱空现象(如图5所示),在支承层与路基之间设置接触,采用面-面方式进行连接。在仿真过程中,模型两端及模型底部设置全约束,路基纵向不均匀沉降通过在路基表面施加余弦型位移荷载来实现^[23],同时对上部轨道结构施加自重荷载。弹簧扣件的垂向刚度取 3×10^7 N/m,模型所使用的双块式无砟

轨道材料参数见表1。

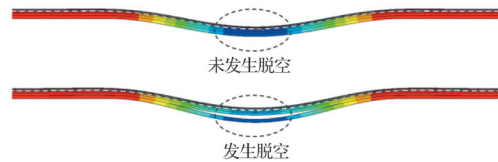


图5 轨道与路基之间发生脱空

Fig. 5 Disengaging phenomenon occurs between the track and the subgrade

表1 双块式无砟轨道各结构材料参数

Table 1 Structural material parameters of double-block ballastless tracks

结构	弹性模量/Pa	泊松比	密度/(kg/m ³)
钢轨	2.1×10^{11}	0.3	7 800
道床板	3.25×10^{10}	0.167	2 500
支承层	2.55×10^{10}	0.167	2 500
路基表层	1.8×10^8	0.25	2 300
路基底层	1.1×10^8	0.3	2 100

2.2 有限元模型可靠性验证

将有限元模型与文献[11]的计算结果进行对比,结果如表2所示,对比结果表明有限元模型可靠。同时,参照文献[24]相关参数进行取值,并与其计算结果进行对比,以沉降波长 20 m、沉降幅值 20 mm 路基沉降工况为例,如图6所示,对比结果再次证实有限元模型的可靠性。

表2 模型计算结果对比

Table 2 Comparison of model calculation results

沉降幅值/波长	钢轨最大变形/mm	
	文献[11]	本文
10 mm/20 m	9.87	9.76
15 mm/20 m	13.84	13.19
20 mm/20 m	15.98	15.60
25 mm/20 m	17.63	17.40
30 mm/20 m	18.97	18.81
35 mm/20 m	20.07	19.95
40 mm/20 m	21.03	20.90

2.3 对比分析

将建立的 Pasternak 弹性地基叠合梁解析模型和验证后的梁-体空间有限元模型在静平衡位置下计算得到钢轨轨面变形,对比不同路基沉降工况下两种模型的计算结果,如图7所示。

通过图7不难看出,沉降幅值为 5 mm 时,解析模型和有限元模型计算结果几乎完全一致;当沉降

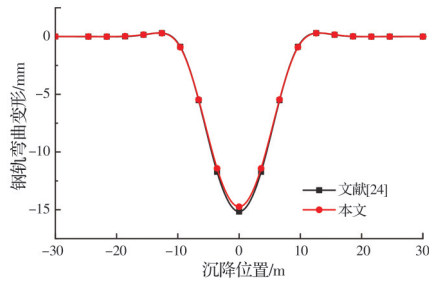
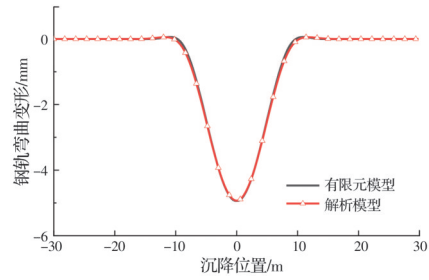
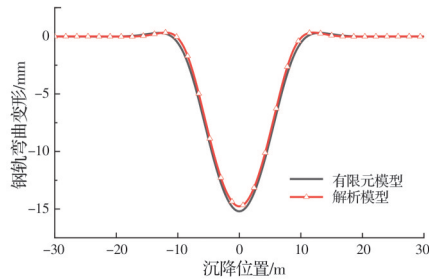


图6 模型计算结果对比

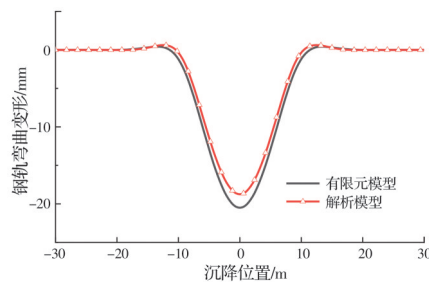
Fig. 6 Comparison of model calculation results



(a) 5 mm/20 m



(b) 20 mm/20 m



(c) 40 mm/20 m

图7 两种模型计算结果对比

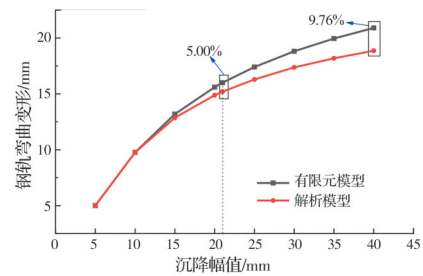
Fig. 7 Comparison of the calculation results of the two models

幅值达到20 mm时,由于解析模型和有限元模型均考虑了层间接触,计算出的钢轨最大变形明显小于路基沉降幅值,轨道与路基之间发生明显脱空。但两种模型计算结果存在一定偏差,当沉降幅值达到40 mm时,两者偏差增大。造成两种模型存在偏差的主要原因是对于路基沉降的加载方式不同,有限元模型将路基不均匀沉降作为强迫位移施加在路基表面,是一种位移边界条件,而解析模型是将路基不均匀沉降作为力边界条件施加。随着路基沉降

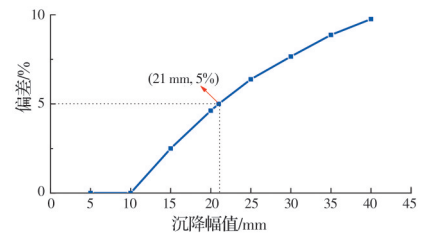
变形加剧,两种不同的加载模式差异性增大。

2.4 误差分析

为直观地反映路基沉降变形对两种模型预测结果的影响规律,以沉降波长20 m为例,图8(a)描述了不同沉降幅值下两种模型对钢轨轨面变形的预测结果,图8(b)描述了不同沉降幅值下两种模型的预测结果偏差;以沉降幅值20 mm为例,图9(a)描述了不同沉降波长下两种模型对钢轨轨面变形的预测结果,图9(b)描述了不同沉降波长下两种模型的预测结果偏差。



(a) 预测结果



(b) 预测结果偏差

图8 不同沉降幅值下两种模型对轨面变形的预测结果

Fig. 8 Rail surface deformation predicted by the two models under different subgrade settlement amplitude conditions

由图8可以看出,路基沉降幅值在15 mm以内时,两种模型对钢轨轨面变形的预测结果几乎无差异;随着路基沉降幅值的增大,两种模型预测结果差异性逐渐增大,当沉降幅值为21 mm时,解析模型预测结果与有限元模型预测结果偏差为5%,在可接受范围内;当沉降幅值达到40 mm时,两者偏差接近10%,此时解析模型不再适用。

由图9可以看出,路基沉降波长大于22 mm时,两种模型对钢轨轨面变形的预测结果几乎无差异;随着路基沉降波长的减小,两种模型预测结果差异性逐渐增大,当沉降波长为19.8 m时,解析模型预测结果与有限元模型预测结果偏差为5.02%,随着沉降波长进一步减小,两者偏差继续增大,波长为15 m时,两者偏差达到20.14%。

上述分析表明,余弦型路基不均匀沉降下,无砟轨道与路基之间可能会发生脱空,未发生脱空时,解析模型与有限元模型计算出的钢轨变形几乎

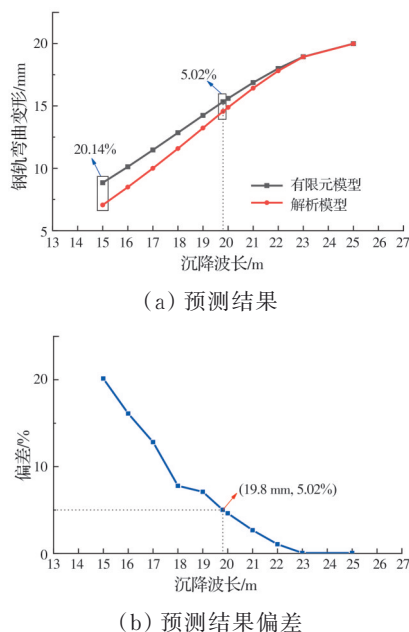


图9 不同沉降波长下两种模型对轨面变形的预测结果
Fig. 9 Rail surface deformation predicted by the two models under different subgrade settlement wavelength conditions

一致;发生脱空时,解析解与数值解存在一定偏差,且随着路基沉降的加剧,解析解与数值解之间的偏差越来越大,甚至在路基沉降较剧烈条件下解析模型不再适用。

解析解具有显示的表达式,变量具有明确的物理意义,通过变量的研究能够获得轨道各层结构纵向位移和弯矩的变化规律,快速评估轨面变形幅值;有限元模型可以模拟各种边界和荷载等多因素复杂工况以及强非线性变形的迭代计算,可有效分析无砟轨道结构空间受力和变形分布,为解决实际问题提供强大的计算工具。有限元模型建模过程相对繁琐,依赖计算资源和时间,实例包含 278 774 个单元,每个单元又包含多个自由度,计算周期长且后处理较为复杂。当路基沉降较平缓时,能够通过积分法得出显示的解析表达式,可以清晰地描述各个参数与轨面变形之间的关系;而当路基沉降较剧烈时,由于强非线性的原因,解析模型不能捕捉真实变形结果,与有限元模型计算结果偏差较大,此时则需要利用有限元模型进行求解。

3 路基不均匀沉降对双块式无砟轨道受力变形的影响

结合建立的 Pasternak 地基解析模型及梁-体空间有限元模型,在误差允许范围内,采用相应模型分析路基不均匀沉降对双块式无砟轨道轨面变形的影响规律。

3.1 不均匀沉降幅值的影响

沉降波长为 20 m 时,不同沉降幅值下双块式无砟轨道钢轨弯曲变形曲线见图 10。由图 10 可知,钢轨轨面变形随路基不均匀沉降也表现出类余弦型,且在沉降区两端,钢轨出现微小局部上拱现象。钢轨最大变形随路基沉降幅值的增大逐渐增大,且增速逐渐放缓,沉降幅值 10 mm 为临界沉降幅值,超出此临界幅值,钢轨最大变形量小于路基沉降幅值,将导致轨道脱空。

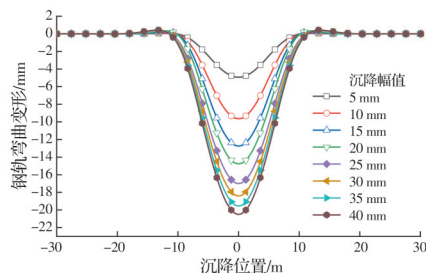


图10 不同沉降幅值条件下钢轨弯曲变形曲线
Fig. 10 Curves of rail bending deformation under different subgrade settlement amplitude conditions

3.2 不均匀沉降波长的影响

沉降幅值为 20 mm 时,不同沉降波长下双块式无砟轨道钢轨弯曲变形曲线见图 11。可以看出,沉降波长越小,钢轨变形越小,轨道与路基的脱空越严重;随着沉降波长的增大,钢轨变形逐渐增大,当沉降波长大于 25 mm 时,钢轨最大变形量始终与路基沉降幅值保持一致,轨道与路基无明显脱空。

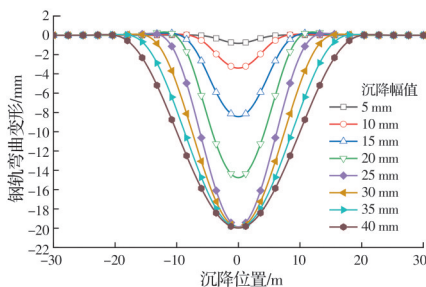


图11 不同沉降波长条件下钢轨弯曲变形曲线
Fig. 11 Curves of rail bending deformation under different subgrade settlement wavelength conditions

4 结论

针对双块式无砟轨道,建立考虑层间接触的 Pasternak 弹性地基叠合梁解析模型及梁-体空间有限元模型,研究路基不均匀沉降下波长和幅值耦合作用时上部轨面的变形规律,并得到以下主要结论:

1) 路基沉降较平缓时,解析模型与有限元模型对钢轨轨面变形的预测结果几乎无差异,随着路基沉降的加剧,两种模型预测结果偏差逐渐增大。

2) 在路基沉降波长为 20 m 工况下,沉降幅值超

过 21 mm 时,解析模型不再适用;在给定路基沉降幅值为 20 mm 条件下,解析模型适用于沉降波长大于 19.8 m 的路基沉降工况。

3)在路基不均匀沉降作用下,无砟轨道轨道结构平顺性受到影响,甚至出现空吊现象。路基沉降波长为 20 m 时,沉降幅值超过 10 mm,轨道与路基出现脱空;路基沉降幅值为 20 mm 时,沉降波长超过 25 m,轨道与路基无明显脱空。

参考文献

- [1] ZHAI W M, LIU P F, LIN J H, et al. Experimental investigation on vibration behaviour of a CRH train at speed of 350 km/h [J]. International Journal of Rail Transportation, 2015, 3(1): 1-16.
- [2] 郭浏卉, 陈锋, 李中国, 等. 高速铁路路基状态调查与分析[J]. 铁道建筑, 2019, 59(3): 64-68.
- GUO L H, CHEN F, LI Z G, et al. Investigation and analysis of served state for high speed railway subgrade [J]. Railway Engineering, 2019, 59(3): 64-68. (in Chinese)
- [3] GUO Y, ZHAI W M. Long-term prediction of track geometry degradation in high-speed vehicle-ballastless track system due to differential subgrade settlement [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 113: 1-11.
- [4] 冷长明. 高速铁路地基不均匀沉降的因素及机理分析[J]. 高速铁路技术, 2011, 2(3): 5-8.
- LENG C M. Analysis of the factor and mechanism of uneven settlement of high-speed railway subgrade [J]. High Speed Railway Technology, 2011, 2(3): 5-8. (in Chinese)
- [5] JIANG H G, LI X L, XIN G F, et al. Geometry mapping and additional stresses of ballastless track structure caused by subgrade differential settlement under self-weight loads in high-speed railways [J]. Transportation Geotechnics, 2019, 18: 103-110.
- [6] XU Q Y, LI B. Study on spatial mechanical characteristic of high-speed railway ballastless slab track on subgrade [J]. Advanced Materials Research, 2012, 503/504: 1010-1015.
- [7] CUI X H, XIAO H J. Interface mechanical properties and damage behavior of CRTS II slab track considering differential subgrade settlement [J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2021, 25(6): 2036-2045.
- [8] CUI X H, LING X. Effects of differential subgrade settlement on damage distribution and mechanical properties of CRTS II slab track [J]. Construction and Building Materials, 2021, 271: 121821.
- [9] 程年圣. 高速铁路路基不均匀沉降对双块式无砟轨道动力特征影响研究[J]. 工程与建设, 2021, 35(4): 664-667.
- CHENG N S. Study on influence of uneven settlement of high speed railway subgrade on dynamic characteristics of double block ballastless track [J]. Engineering and Construction, 2021, 35(4): 664-667. (in Chinese)
- [10] 钟阳龙, 马超智, 高亮, 等. 基于车辆响应的无砟轨道路基不均匀沉降评价指标理论研究[J]. 工程力学, 2021, 38(12): 147-157.
- ZHONG Y L, MA C Z, GAO L, et al. Theoretical research on evaluation index of uneven settlement of ballastless track subgrade based on vehicle response [J]. Engineering Mechanics, 2021, 38(12): 147-157. (in Chinese)
- [11] 郭宇, 高建敏, 孙宇, 等. 路基沉降与双块式无砟轨道轨面几何变形的映射关系[J]. 铁道学报, 2016, 38(9): 92-100.
- GUO Y, GAO J M, SUN Y, et al. Mapping relationship between subgrade settlement and rail deflection of the double-block ballastless track [J]. Journal of the China Railway Society, 2016, 38(9): 92-100. (in Chinese)
- [12] 何芳社, 钟光珞. 无拉力 Winkler 地基上梁的脱离问题[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2004, 36(1): 48-50.
- HE F S, ZHONG G L. Bending of unbonded contact of beams on tensionless Winkler foundations [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 2004, 36(1): 48-50. (in Chinese)
- [13] 何芳社, 刘晓梅, 姜旭. 无拉力 Winkler 地基梁的 Galerkin 解[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2009, 41(3): 324-327.
- HE F S, LIU X M, JIANG X. Galerkin method used to solve the bending problem of beams on tensionless Winkler foundations [J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition), 2009, 41(3): 324-327. (in Chinese)
- [14] 郭宇, 高建敏, 孙宇, 等. 板式无砟轨道轨面变形与路基沉降的映射关系[J]. 西南交通大学学报, 2017, 52(6): 1139-1147, 1215.
- GUO Y, GAO J M, SUN Y, et al. Mapping relationship between rail deflection of slab track and subgrade settlement [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2017, 52(6): 1139-1147, 1215. (in Chinese)
- [15] 何华武. 无砟轨道技术[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2005.
- HE H W. Ballastless track technology [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2005. (in Chinese)
- [16] 黄晶, 罗强, 李佳, 等. 车辆轴载作用下无砟轨道路基面动应力分布规律探讨[J]. 铁道学报, 2010, 32(2): 60-65.
- HUANG J, LUO Q, LI J, et al. Analysis on distribu-

- tion of dynamic stresses of ballastless track subgrade surface under axle loading of vehicle [J]. Journal of the China Railway Society, 2010, 32(2): 60-65. (in Chinese)
- [17] 刘丽丽, 蒋丽忠, 刘祥, 等. 基于里兹法的高速铁路桥梁横向变形与轨面变形解析模型研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2021, 52(12): 4349-4360.
- LIU L L, JIANG L Z, LIU X, et al. Research on analytical model of transverse deformation and rail surface deformation of high-speed railway bridge based on Ritz method [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2021, 52(12): 4349-4360. (in Chinese)
- [18] 龙驭球. 弹性地基梁的计算[M]. 北京: 人民教育出版社, 1981.
- LONG Y Q. Calculation of elastic foundation beam [M]. Beijing: People's Education Press, 1981. (in Chinese)
- [19] TANAHASHI H. Formulas for an infinitely long bernoulli-Euler beam on the Pasternak model [J]. Soils and Foundations, 2004, 44(5): 109-118.
- [20] HASHIMOTO T, NAGAYA J, KONDA T. Prediction of ground deformation due to shield excavation in clayey soils [J]. Soils and Foundations, 1999, 39(3): 53-61.
- [21] 管凌霄, 徐长节, 可文海, 等. 隧道下穿引起既有管道竖向位移的简化计算方法[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2021, 43(5): 66-72.
- GUAN L X, XU C J, KE W H, et al. Simplified method for calculating the vertical displacement of existing pipelines caused by tunnel undercrossing [J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2021, 43(5): 66-72. (in Chinese)
- [22] LIU T Y, JIANG X H, LUO W J, et al. Settlement of an existing tunnel induced by crossing shield tunneling involving residual jacking force [J]. Symmetry, 2022, 14(7): 1462.
- [23] GAO L, ZHAO W Q, HOU B W, et al. Analysis of influencing mechanism of subgrade frost heave on vehicle-track dynamic system [J]. Applied Sciences, 2020, 10(22): 8097.
- [24] 蔡小培, 刘薇, 王璞, 等. 地面沉降对路基上双块式无砟轨道平顺性的影响[J]. 工程力学, 2014, 31(9): 160-165.
- CAI X P, LIU W, WANG P, et al. Effect of land subsidence on regularity of double-block ballastless track [J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(9): 160-165. (in Chinese)

(编辑 王秀玲)