

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2025.055



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



# 基于多边凸集模型的边坡非概率可靠性分析

舒苏荀<sup>1</sup>, 杨志权<sup>1</sup>, 龚文惠<sup>2</sup>, 周春梅<sup>1</sup>, 钱家骏<sup>1</sup>, 皮康<sup>1</sup>

(1. 武汉工程大学 土木工程与建筑学院, 武汉 430074; 2. 华中科技大学 土木与水利工程学院,  
武汉 430074)

**摘要:**现有边坡非概率可靠度方法中,采用凸集模型描述参数不确定性,仅能建立具有规则边界的不确定域,且其包络范围过大,针对该问题,提出一种基于多边凸集模型的边坡非概率可靠性分析方法。根据岩土参数样本数据的区间范围,基于二次响应面法和拉丁超立方抽样构建边坡的近似功能函数;同时建立传统区间模型和基于主成分分析方法的PCA(principal component analysis)区间模型,结合这两种模型构建多边凸集模型;采用HL-RF(Hasofer-Lind and Rackwitz-Fiessler)迭代算法识别极限状态函数的最可能失效点,并利用单纯形优化算法寻找极值点,根据距离比的非概率可靠性指标定义计算边坡的非概率可靠度,判断边坡的稳定性状态,通过算例分析验证了方法的可行性。与基于区间模型和椭球模型的边坡非概率可靠度方法相比,该方法与蒙特卡罗法的计算结果更吻合,随着抗剪强度参数变异性相关性的增大,边坡的非概率可靠性指标减小。采用该方法分析边坡稳定性时,其判定结果与采用不同可靠度方法得到的判定结果一致。

**关键词:**边坡;非概率可靠度;多边凸集模型;变异性;相关性

**中图分类号:**P642.22    **文献标志码:**A    **文章编号:**2096-6717(2025)06-0013-08

## Non-probabilistic reliability analysis of slope based on multilateral convex set model

SHU Suxun<sup>1</sup>, YANG Zhiquan<sup>1</sup>, GONG Wenhui<sup>2</sup>, ZHOU Chunmei<sup>1</sup>, QIAN Jiajun<sup>1</sup>,  
PI Kang<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, P. R. China; 2. School  
of Civil and Hydraulic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, P. R. China)

**Abstract:** Aiming to address the limitation of current non-probabilistic reliability methods for slopes, which can only construct an uncertain domain with regular boundaries and a large envelope when using the convex set model to describe parameter uncertainty, this study proposes a novel non-probabilistic reliability analysis method for slopes based on the multi-convex set model. The approximate performance function of the slope is formulated by the quadratic response surface method in conjunction with Latin hypercube sampling. Furthermore, both the traditional interval model and the PCA (principal component analysis)-based interval model are established. By integrating these two models, a multi-convex set model is constructed. The HL-RF (Hasofer-Lind and Rackwitz-Fiessler) iterative algorithm is employed to identify the most probable failure point

**收稿日期:**2024-12-20

**基金项目:**国家自然科学基金(52008319)

**作者简介:**舒苏荀(1987-),女,博士,副教授,主要从事岩土工程风险评估研究,E-mail:hustssx@163.com。

**Received:** 2024-12-20

**Foundation item:** National Natural Science Foundation of China (No. 52008319)

**Author brief:** SHU Suxun (1987-), PhD, associate professor, main research interest: geotechnical engineering risk assessment,  
E-mail: hustssx@163.com.

of the limit state function, while the simplex optimization algorithm is utilized to locate the extreme point. Based on the definition of the non-probabilistic reliability index as a distance ratio, the non-probabilistic reliability of the slope is calculated, and its stability status is assessed accordingly. The feasibility of the proposed method is validated through case studies. Compared with non-probabilistic reliability methods for slopes based on the interval and ellipsoid model, the results obtained by the presented method exhibit greater consistency with those derived from the Monte Carlo method. As the variability and correlation of shear strength parameters increase, the non-probabilistic reliability index of the slope decreases. When applied to slope stability analysis, the judgment outcomes align well with those obtained via various reliability approaches.

**Keywords:** slope; non-probabilistic reliability; multilateral convex set model; correlation; variability

边坡稳定性分析是岩土工程领域的一个重要研究内容,对预防滑坡灾害和保障人民生命财产安全具有重要意义。基于概率理论的可靠度方法<sup>[1-5]</sup>能考虑边坡工程中的不确定性因素,但需要较多的信息来假设参数的概率分布类型,某些情况下参数可以服从几种概率分布,而边坡可靠度计算结果易受参数概率分布形式变化的影响,因而一定程度上造成了分析结果的不确定性<sup>[6-7]</sup>。非概率可靠度方法作为度量不确定性的方法,无需假设参数的概率分布类型,根据较少的信息就能评估结构的稳定性状态,近年来正逐渐被引入边坡工程。于生飞等<sup>[8]</sup>将极限平衡法与区间数学理论相结合,通过计算边坡的最小安全系数区间,求解边坡的非概率可靠度指标。韩孝峰等<sup>[9]</sup>根据岩土参数的分布区间构建椭球模型,通过迭代算法求解边坡的非概率可靠度指标。鄢好<sup>[10]</sup>以椭球模型为基础,针对功能函数为隐式函数的边坡,提出了基于极限学习机模型的非概率可靠度分析方法,并通过黄土坡的算例验证了该方法的可行性。区间模型、椭球模型均为拥有规则边界的凸集模型,然而岩土参数样本数据的空间分布形状有时并不规则,采用规则边界模型对样本点进行包络会导致不确定域产生大量的无样本点存在的空白区域,引起一定的建模误差。

多边凸集模型是一种拥有不规则边界、能对所有样本点进行紧凑包络的凸集模型,能有效减少规则边界凸集模型产生的空白不确定域,减小建模误差,能用于多维不确定参数的建模。曹立雄等<sup>[11]</sup>通过构建多边凸集模型,基于单纯形优化算法解决了机械领域的不确定性传播问题。谢凌<sup>[12]</sup>提出了基于多边凸集模型的结构非概率可靠度方法,根据距离比求解多边凸集模型的非概率可靠度指标。陈永婧<sup>[13]</sup>根据结构功能函数的均值和离差求解多边凸集模型的非概率可靠度指标,并与谢凌<sup>[12]</sup>提出的求解方法进行了比较,认为两种方法得到的非概率可靠度指标均能合理反映机械结构的可靠性状态。

笔者提出一种基于多边凸集模型的边坡非概率可靠度分析方法。根据岩土参数的样本数据构建多边凸集模型,基于 HL-RF (Hasofer-Lind and Rackwitz-Fiessler) 迭代算法和单纯形优化算法求解边坡的非概率可靠度指标。通过算例分析验证方法的可行性,进而研究岩土体抗剪强度参数的变异性、相关性以及样本容量对边坡非概率可靠度指标的影响规律。

## 1 多边凸集模型的构建

### 1.1 传统区间模型

对于不确定性参数  $X_i (i=1, 2 \dots n)$ , 由空间分布的最小值  $X_{i \min}$  和最大值  $X_{i \max}$  构成其分布区间  $[X_{i \min}, X_{i \max}]$ 。对于  $n$  维不确定性参数  $X = (X_1, X_2 \dots X_n)^T$ , 令

$$\begin{cases} X^U = (X_{1 \max}, X_{2 \max} \dots X_{n \max})^T \\ X^L = (X_{1 \min}, X_{2 \min} \dots X_{n \min})^T \end{cases} \quad (1)$$

传统区间模型可以表示为

$$X = \{X \mid X^L \leq X \leq X^U\} \quad (2)$$

在  $n$  维空间中, 区间模型表现为一个超立方体, 在二维空间中, 则表现为一个矩形, 如图 1 中矩形  $A_1 A_2 A_3 A_4$  所示。

### 1.2 PCA 区间模型

PCA(principal component analysis) 区间模型是一种基于主成分分析方法<sup>[14]</sup>产生的凸集模型。根据

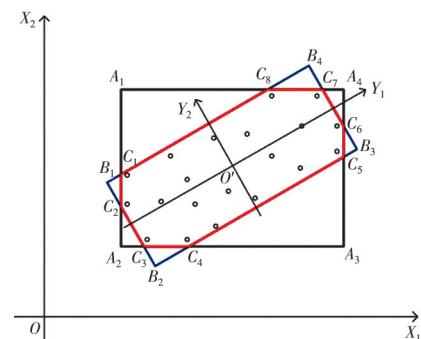


图 1 3 种凸集模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of three convex set models

不确定性参数  $X_i$  的  $m$  个样本点,可以计算其均值  $\bar{X}_i$ ,对样本数据进行中心化处理,即

$$X_i^* = X_i - \bar{X}_i \quad (3)$$

对所有的不确定性参数进行中心化处理,得到矩阵  $\mathbf{X}^* = (X_1^*, X_2^* \cdots X_n^*)^T$ ,其协方差矩阵为

$$C_{X^*} = \frac{1}{n} \mathbf{X}^* \mathbf{X}^{*T} \quad (4)$$

求解协方差矩阵  $C_{X^*}$  的特征值和正交化的特征向量。将求得的特征值按降序排列,对应调整特征向量,以调整后的特征向量  $\mathbf{P} = (p_1, p_2 \cdots p_n)$  作为新建模坐标空间下的正交投影基底,将中心化后的不确定参数进行投影处理。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}^* \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{Y} = (Y_1, Y_2 \cdots Y_n)^T$  为投影后的参数。

根据参数  $Y_i$  ( $i = 1, 2 \cdots n$ ) 的  $m$  个样本数据可以得到其在新坐标系下的分布区间  $[Y_{i\min}, Y_{i\max}]$ ,令

$$\begin{cases} \mathbf{Y}^U = (Y_{1\max}, Y_{2\max} \cdots Y_{n\max})^T \\ \mathbf{Y}^L = (Y_{1\min}, Y_{2\min} \cdots Y_{n\min})^T \end{cases} \quad (6)$$

以调整后的特征向量为参数坐标系,建立 PCA 区间模型

$$\mathbf{Y} = \{ \mathbf{Y} \mid \mathbf{Y}^L \leq \mathbf{Y} \leq \mathbf{Y}^U, \mathbf{Y} = \mathbf{P}^T(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \} \quad (7)$$

在  $n$  维空间中,PCA 区间模型表现为一个超立方体,在二维空间中,则表现为一个矩形,如图 1 中矩形  $B_1B_2B_3B_4$  所示。从图 1 中可以看出,当不确定性参数存在相关性时,PCA 区间模型代表的不确定域比传统区间模型紧凑,但其 4 个角处于传统区间模型之外,导致 PCA 区间模型产生新的建模误差。

### 1.3 多边凸集模型

为弥补 PCA 区间模型的上述不足,取其与传统区间模型的交集构建多边凸集模型<sup>[11-13]</sup>

$$\mathbf{X} = \{ \mathbf{X} \mid \mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U \cap \mathbf{Y}^L \leq \mathbf{P}^T(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \leq \mathbf{Y}^U \} \quad (8)$$

在  $n$  维空间中,多边凸集模型表现为一个不规则多面体,在二维空间中,则表现为一个多边形,如图 1 中的多边形  $C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8$  所示。与传统区间模型和 PCA 区间模型相比,多边凸集模型所提供的不确定域最紧凑,且能够包络所有的样本点,能更好地描述参数的不确定性信息,基于该模型进行非概率可靠度分析更为合理。

## 2 基于多边凸集模型的非概率可靠度方法

用  $G(\mathbf{X}) = G(X_1, X_2 \cdots X_n)$  表示边坡的功能函

数。先借助传统非概率可靠性指标的几何定义构造优化问题,非概率可靠性指标  $\eta$  为空间坐标系原点  $O'$ (样本数据中心点)到极限状态面的最短距离<sup>[15]</sup>。

$$\begin{cases} \eta = \min(\|\mathbf{X}\|) \\ \text{s.t. } G(\mathbf{X}) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\|\cdot\|$  为二范数;s. t. 为约束条件。

采用 HL-RF 迭代算法<sup>[16-18]</sup>进行求解

$$\begin{cases} \eta^{(k)} = \frac{G(\mathbf{X}^{(k)}) - (\nabla G(\mathbf{X}^{(k)}))^T \mathbf{X}^{(k)}}{\|\nabla G(\mathbf{X}^{(k)})\|} \\ \mathbf{X}^{(k+1)} = -\eta^{(k)} \frac{\nabla G(\mathbf{X}^{(k)})}{\|\nabla G(\mathbf{X}^{(k)})\|} \end{cases} \quad (10)$$

式中  $\nabla G$  表示  $G(\mathbf{X})$  相对于不确定性参数  $\mathbf{X}$  的梯度向量。

令  $F$  点为迭代寻找到的最可能失效点,其坐标为  $\mathbf{X}^F (X_1^F, X_2^F \cdots X_n^F)$ 。将极限状态函数在  $F$  点处进行一阶泰勒展开

$$G(\mathbf{X}) \approx G^F(\mathbf{X}) = G(\mathbf{X}^F) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial G(\mathbf{X}^F)}{\partial X_i} (X_i - X_i^F) \quad (11)$$

当  $G^F(\mathbf{X})$  在坐标空间中进行序列取值时,可求得其与多边凸集模型不确定域的第一个交点  $D$ (如图 2 所示)。根据凸集相关理论, $D$  点坐标的求解可以转化为目标函数在线性约束条件下的极值点寻优,引入单纯形优化算法<sup>[11, 19]</sup>进行求解

$$\begin{cases} \min & G^F(\mathbf{X}) \\ \text{s.t.} & \mathbf{X}^L \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}^U \\ & \mathbf{Y}^L \leq \mathbf{P}^T(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \leq \mathbf{Y}^U \end{cases} \quad (12)$$

式中约束条件由多边凸集模型的边界构成。

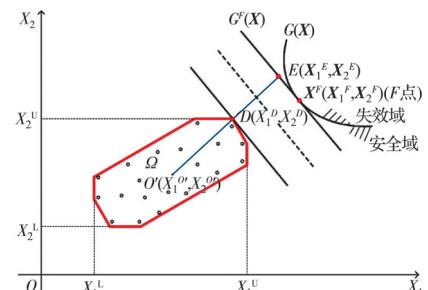


图 2 多边凸集模型非概率可靠性的求解

Fig. 2 Solution for non-probabilistic reliability index of the multi-convex set model

求得极值点  $D$  的坐标后,计算二范数下  $D$  点与样本中心点  $O'$  的距离  $\|O'D\|$ 。构造方向向量  $O'D$ ,求解  $O'D$  与近似极限状态函数的交点  $E$ ,计算基于二范数下  $E$  点与样本中心点  $O'$  之间的距离  $\|O'E\|$ 。根据文献[12-13],多边凸集模型的非概率可靠性指

标可表示为  $\|O'E\|$  与  $\|O'D\|$  的比值

$$\eta' = \text{sgn}(G(O')) \cdot \frac{\|O'E\|}{\|O'D\|} \quad (13)$$

式中:  $\text{sgn}$  为符号函数, 当  $G(O') > 0$ , 返回 1; 当  $G(O') < 0$ , 返回 -1。

### 3 基于多边凸集模型的边坡非概率可靠性分析方法

边坡非概率可靠性分析方法具体步骤如下, 分析流程见图 3。

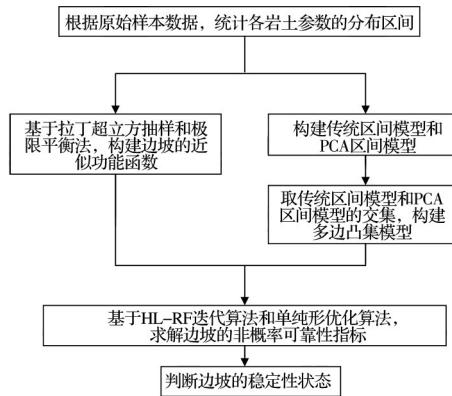


图 3 基于多边凸集模型的边坡非概率可靠性分析流程

Fig. 3 Process of non-probabilistic reliability analysis of slopes based on the multi-convex set model

1) 根据岩土参数的原始样本数据, 统计各参数的分布区间。在上述区间范围内对参数进行拉丁超立方抽样, 得到构建响应面函数所需的若干组抽样样本。用极限平衡法计算各组抽样样本对应的边坡安全系数, 利用二次响应面法<sup>[20]</sup>构建边坡的近似功能函数。

2) 采用多边凸集模型的构建方法, 基于原始样本数据构建传统区间模型和 PCA 区间模型。取两个模型的交集, 构建多边凸集模型。

3) 通过 HL-RF 迭代算法寻找边坡极限状态方程的最可能失效点, 在该点处将功能函数进行一阶泰勒展开。利用单纯形优化算法求解极值点  $D$ 。构造方向向量  $O'D$ , 得到其与近似极限状态方程的交点  $E$ 。依据式(13), 通过计算距离比求解边坡的非概率可靠性指标。

4) 根据边坡非概率可靠性指标的数值, 判断边坡的稳定性状态。当  $\eta' > 1$  时, 参数不确定域远离失效域, 边坡安全可靠; 当  $-1 < \eta' < 1$  时, 部分参数不确定域位于失效域内, 边坡有一定的失效可能性; 当  $\eta' < -1$  时, 参数不确定域均处于失效域内, 边坡完全失稳。

## 4 算例分析

### 4.1 算例 1

以文献[21]中的均质边坡为研究对象, 坡高 10 m, 坡高比为 1:2, 边坡几何模型如图 4 所示。边坡岩土体的重度  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ , 弹性模量  $E = 1.5 \times 10^6 \text{ kPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.30$ , 黏聚力及内摩擦角的样本数据见表 1。

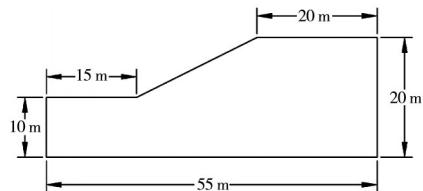


图 4 边坡 1 的几何模型

Fig. 4 Geometric model of slope 1

表 1 边坡 1 的抗剪强度参数样本数据

Table 1 Sample data of shear strength parameters for slope 1

| 样本<br>编号 | 黏聚力<br>$c/\text{kPa}$ | 内摩擦角<br>$\varphi/^\circ$ | 样本<br>编号 | 黏聚力<br>$c/\text{kPa}$ | 内摩擦角<br>$\varphi/^\circ$ |
|----------|-----------------------|--------------------------|----------|-----------------------|--------------------------|
| 1        | 15.65                 | 18.25                    | 16       | 13.84                 | 21.45                    |
| 2        | 14.24                 | 19.30                    | 17       | 12.91                 | 19.39                    |
| 3        | 15.15                 | 22.12                    | 18       | 14.42                 | 20.46                    |
| 4        | 16.79                 | 17.40                    | 19       | 15.79                 | 18.69                    |
| 5        | 15.18                 | 17.74                    | 20       | 17.28                 | 18.67                    |
| 6        | 13.44                 | 21.41                    | 21       | 17.70                 | 17.77                    |
| 7        | 13.71                 | 24.34                    | 22       | 14.82                 | 19.79                    |
| 8        | 14.75                 | 20.21                    | 23       | 14.52                 | 18.53                    |
| 9        | 14.71                 | 20.73                    | 24       | 16.23                 | 18.62                    |
| 10       | 13.70                 | 19.24                    | 25       | 15.74                 | 20.84                    |
| 11       | 15.24                 | 22.72                    | 26       | 16.15                 | 22.26                    |
| 12       | 16.90                 | 18.95                    | 27       | 16.17                 | 17.21                    |
| 13       | 14.62                 | 21.17                    | 28       | 12.78                 | 25.60                    |
| 14       | 14.69                 | 18.56                    | 29       | 15.81                 | 22.10                    |
| 15       | 11.70                 | 23.68                    | 30       | 14.86                 | 20.38                    |

表 1 中, 黏聚力的分布范围为  $[11.70, 17.70]$  (单位: kPa), 内摩擦角的分布范围为  $[17.21, 25.60]$  (单位:  $^\circ$ )。基于极限平衡法(Bishop 法)和二次响应面法构建边坡的近似功能函数, 再根据表 1 中的样本数据, 构建多边凸集模型。基于 HL-RF 迭代算法和单纯形优化算法求解得到边坡的非概率可靠性指标为 2.15, 其数值大于 1, 表明边坡处于稳定状态。

根据表 1 中抗剪强度参数的统计特征(均值、标准差和相关系数等), 同时采用概率可靠度方法中的蒙特卡罗法进行计算。在参数符合正态分布的情况下, 经过 100 万次模拟, 边坡的失效概率为 0, 可靠性指标为 7.02, 表示边坡不会发生失稳。这与采

用本文方法计算的结果一致,验证了方法的可行性。

1)抗剪强度参数的变异性对边坡非概率可靠性指标的影响。先保持内摩擦角的变异性不变,根据表1中黏聚力的均值,取0.1、0.2、0.3、0.4和0.5这5种不同的变异系数,分别重新生成样本数据,并采用本文方法、基于区间模型的边坡非概率可靠度方法<sup>[8]</sup>和基于椭球模型的边坡非概率可靠度方法<sup>[9]</sup>进行分析,计算结果见图5。图5同时给出了采用蒙特卡罗法计算得到的边坡可靠性指标。

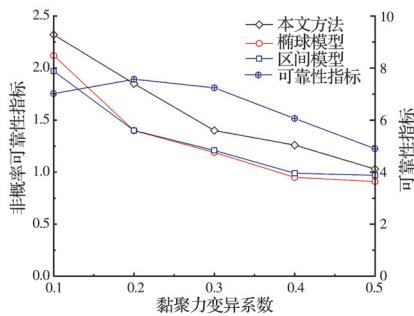


图5 黏聚力的变异性对边坡非概率可靠性指标的影响

Fig. 5 Influence of variability of cohesion on non-probabilistic reliability index of the slope

从图5可以看出,随着黏聚力变异系数的增大,边坡的非概率可靠性指标减小。其中,基于多边凸集模型得到的边坡非概率可靠性指标最大,基于区间模型得到的边坡非概率可靠性指标次之,基于椭球模型得到的边坡非概率可靠性指标最小,且基于区间模型和椭球模型得到的计算结果较为接近。当黏聚力的变异系数为0.1、0.2和0.3时,3种非概率可靠度方法得到的边坡非概率可靠性指标均大于1,表明边坡处于安全状态;根据蒙特卡罗法计算的边坡可靠性指标,参照破坏概率与边坡稳定状态对应关系<sup>[22]</sup>,判断边坡处于稳定状态。需要注意的是,当黏聚力的变异系数为0.4和0.5时,基于区间模型和椭球模型得到的边坡非概率可靠性指标均小于1,表示边坡有失稳的可能性,而采用本文方法得到的边坡非概率可靠性指标大于1,表示边坡处于稳定状态;此时由蒙特卡罗法计算得到的边坡可靠性指标分别为6.06和4.9,表明边坡处于安全状态,可见,本文方法比基于区间模型和椭球模型的边坡非概率可靠度方法更为精确。

同样地,保持黏聚力的变异性不变,根据表1中内摩擦角的均值取0.1、0.2、0.3、0.4、0.5这5种不同的变异系数,分别重新生成样本数据,并采用本文方法、基于区间模型和椭球模型的边坡非概率可靠度方法进行分析,计算结果见图6。图6也给出了

采用蒙特卡罗法得到的边坡可靠性指标。

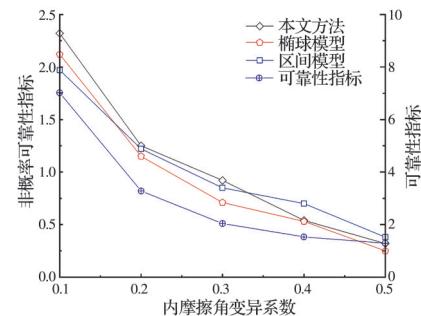


图6 内摩擦角的变异性对边坡非概率可靠性指标的影响

Fig. 6 Influence of variability of internal friction angle on non-probabilistic reliability index of the slope

由图6可知,随着内摩擦角变异系数的增大,边坡的非概率可靠性指标减小。当内摩擦角的变异系数为0.1~0.3时,本文方法得到的边坡非概率可靠性指标最大,基于椭球模型得到的边坡非概率可靠性指标最小。当内摩擦角的变异系数为0.1和0.2时,3种非概率可靠度方法得到的边坡非概率可靠性指标均大于1,表明边坡处于安全状态,与蒙特卡罗法计算的边坡可靠性指标大于3.2相符。当变异系数为0.3、0.4和0.5时,3种非概率可靠度方法得到的边坡非概率可靠性指标均小于1,表示边坡有失稳的可能性,与蒙特卡罗法得到的结果相符,验证了结果的一致性。

2)抗剪强度参数的相关性对边坡非概率可靠性指标的影响。根据表1中黏聚力和内摩擦角的均值、标准差,分别生成相关系数为-0.6、-0.4、-0.2、0、0.2、0.4、0.6的7组样本数据。由于基于区间模型的非概率可靠度方法不能考虑参数的相关性,此处仅采用本文方法和基于椭球模型的非概率可靠度方法以及蒙特卡罗法进行分析计算,结果见图7。

由图7可见,随着黏聚力和内摩擦角的相关系数增大,采用本文方法和基于椭球模型的非概率可

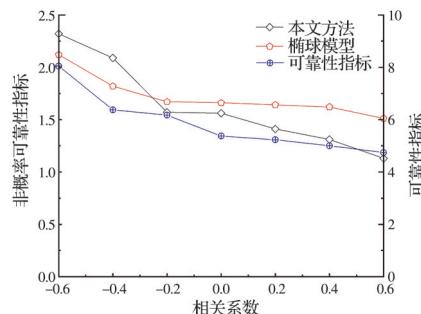


图7 相关系数对边坡非概率可靠性指标的影响

Fig. 7 Influence of correlation coefficient on the slope's non-probabilistic reliability index

靠度方法得到的边坡非概率可靠性指标均减小,且采用本文方法得到的计算结果对于相关系数的变化更为敏感。在相关系数取不同值时,非概率可靠度方法得到的计算结果均大于 1,表明边坡处于安全状态,这与蒙特卡罗法得到的可靠性指标所对应的边坡稳定性状态相符。

3) 样本容量对边坡非概率可靠性指标的影响。多边凸集模型需要依据样本数据构建不确定域,样本容量的大小可能会对边坡非概率可靠度分析的计算结果产生影响,为此,分别考虑 12、18、24、30、36、42、48 等不同的样本容量,采用本文方法进行计算,结果见图 8。

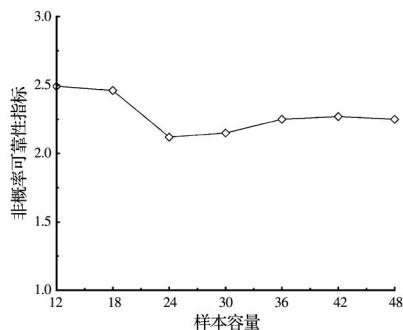


图 8 不同样本容量下的边坡非概率可靠性指标

Fig. 8 Non-probabilistic reliability indexes of the slope under different sample sizes

由图 8 可以看出,随着样本容量的变化,采用本文方法得到的边坡非概率可靠性指标计算结果有一定的波动,在样本容量为 30 和 36 时,计算结果的相对变化率分别为 1.42% 和 4.65%,相对变化率较小,计算结果趋于稳定。

#### 4.2 算例 2

以文献[23]的均质边坡为研究对象,坡高 5 m,坡角  $\beta = 45^\circ$ ,边坡几何模型如图 9 所示。边坡岩土体的重度  $\gamma = 17.64 \text{ kN/m}^3$ ,黏聚力均值为 6 kPa,内摩擦角均值为  $21^\circ$ ,黏聚力和内摩擦角的相关系数为 0.29,样本数据见表 2。

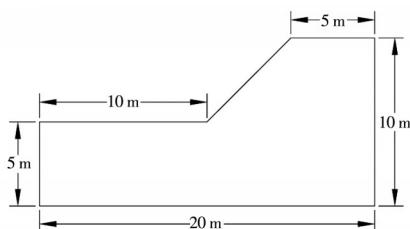


图 9 边坡 2 的几何模型

Fig. 9 Geometric model of slope 2

根据本文方法计算得到的边坡非概率可靠性指标为 0.42,小于 1,表示该边坡有失稳的可能性。基于概率可靠度的计算结果见表 3。

表 2 边坡 2 的抗剪强度参数样本数据

Table 2 Sample data of the shear strength parameters of slope 2

| 样本<br>编号 | 黏聚力<br>$c/\text{kPa}$ | 内摩擦角<br>$\varphi/^\circ$ | 样本<br>编号 | 黏聚力<br>$c/\text{kPa}$ | 内摩擦角<br>$\varphi/^\circ$ |
|----------|-----------------------|--------------------------|----------|-----------------------|--------------------------|
| 1        | 5.87                  | 20.98                    | 16       | 6.70                  | 23.71                    |
| 2        | 4.98                  | 22.52                    | 17       | 6.08                  | 22.13                    |
| 3        | 6.36                  | 22.21                    | 18       | 5.61                  | 18.40                    |
| 4        | 5.93                  | 24.16                    | 19       | 5.11                  | 20.17                    |
| 5        | 6.42                  | 20.42                    | 20       | 6.09                  | 19.80                    |
| 6        | 6.16                  | 22.24                    | 21       | 6.49                  | 24.62                    |
| 7        | 6.30                  | 21.05                    | 22       | 5.82                  | 20.63                    |
| 8        | 5.11                  | 20.53                    | 23       | 5.68                  | 23.41                    |
| 9        | 5.39                  | 21.01                    | 24       | 5.81                  | 19.90                    |
| 10       | 5.73                  | 16.56                    | 25       | 5.34                  | 20.92                    |
| 11       | 6.07                  | 18.70                    | 26       | 5.70                  | 20.37                    |
| 12       | 6.68                  | 19.56                    | 27       | 5.89                  | 17.13                    |
| 13       | 5.83                  | 21.43                    | 28       | 6.03                  | 19.26                    |
| 14       | 6.76                  | 25.00                    | 29       | 5.96                  | 22.05                    |
| 15       | 6.29                  | 20.90                    | 30       | 6.37                  | 21.54                    |

表 3 边坡可靠性指标

Table 3 Reliability index of slope

| 方法     | 结果   |
|--------|------|
| 蒙特卡罗法  | 0.99 |
| 一次二阶矩法 | 0.94 |
| 罗森布鲁斯法 | 1.00 |

由表 3 可见,3 种可靠度方法计算得到的可靠性指标均小于 3,表示边坡有失稳的风险,与本文方法判定结果一致。

## 5 结论

为在边坡非概率可靠度分析中合理描述岩土参数的不确定性信息,提出一种基于多边凸集模型的边坡非概率可靠性分析方法。通过算例分析验证了该方法的可行性,研究了岩土体抗剪强度参数的变异性和相关性,以及样本容量对边坡非概率可靠性指标的影响。主要结论如下:

1) 当样本数量较少、概率分布类型无法准确确定时,基于多边凸集模型的边坡非概率可靠度分析方法能对边坡进行较为准确的稳定性判断。

2) 与基于区间模型和椭球模型的边坡非概率可靠度方法相比,基于多边凸集模型的边坡非概率可靠度分析方法的计算结果与概率可靠度方法中的蒙特卡罗法计算结果更为接近,准确性更高。

3) 抗剪强度参数的变异性和相关性对边坡的非概率可靠性指标有明显影响,采用非概率可靠度方法分析边坡稳定性时,需予以考虑。

## 参考文献

- [1] TANG X S, LIN X, LI D Q, et al. Practical Copula-based FORM for efficient slope reliability analysis involving correlated non-normal variables [J]. Computers and Geotechnics, 2024, 172: 106451.
- [2] WANG Y K, FU H S, WAN Y K, et al. Reliability and parameter sensitivity analysis on geosynthetic-reinforced slope with considering spatial variability of soil properties [J]. Construction and Building Materials, 2022, 350: 128806.
- [3] ZHU W Q, ZHAO S L, HAN H, et al. Reliability analysis and design of soil slopes considering spatial variability under rainfall infiltration [J]. Earth Surface Processes and Landforms, 2025, 50(1): e6057.
- [4] ZAI D Z, PANG R, XU B, et al. Slope system stability reliability analysis with multi-parameters using generalized probability density evolution method [J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, 80(11): 8419-8431.
- [5] WANG X B, XIA X Z, ZHANG X, et al. Probabilistic risk assessment of soil slope stability subjected to water drawdown by finite element limit analysis [J]. Applied Sciences, 2022, 12(20): 10282.
- [6] 高乐星, 梁斌, 吴政. 边坡凸集模型非概率可靠度求解方法[J]. 公路交通科技, 2022, 39(5): 57-64.
- GAO L X, LIANG B, WU Z. A solution method of slope convex set model by non-probabilistic reliability [J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2022, 39(5): 57-64. (in Chinese)
- [7] SHU S X, QIAN J J, GONG W H, et al. Non-probabilistic reliability analysis of slopes based on a multidimensional parallelepiped model [J]. Applied Sciences, 2023, 13(17): 9874.
- [8] 于生飞, 陈征宙, 张明瑞, 等. 基于区间不确定分析方法的边坡稳定性分析[J]. 工程地质学报, 2012, 20(2): 228-233.
- YU S F, CHEN Z Z, ZHANG M R, et al. Interval analysis model of geomaterial parameters for uncertainties in slope stability assessment [J]. Journal of Engineering Geology, 2012, 20(2): 228-233. (in Chinese)
- [9] 韩孝峰, 陈海军. 基于椭球模型的岩坡稳定非概率可靠评价研究[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2015, 34(6): 96-100.
- HAN X F, CHEN H J. Non-probabilistic reliability analysis based on the ellipsoidal model of rock slope stability [J]. Journal of Xihua University (Natural Science Edition), 2015, 34(6): 96-100. (in Chinese)
- [10] 鄢好. 基于椭球模型的土坡稳定性非概率可靠度分析[D]. 成都: 成都理工大学, 2020.
- YAN H. Non-probability reliability analysis of soil slope stability based on ellipsoid model [D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2020. (in Chinese)
- [11] CAO L X, LIU J, XIE L, et al. Non-probabilistic polygonal convex set model for structural uncertainty quantification [J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 89: 504-518.
- [12] 谢凌. 基于多边凸集模型的结构不确定性分析方法研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2018.
- XIE L. Research on structural uncertainty analysis method based on polygonal convex set model [D]. Changsha: Hunan University, 2018. (in Chinese)
- [13] 陈永婧. 基于凸集模型的机械结构非概率可靠性分析方法研究 [D]. 西安: 西安科技大学, 2022.
- CHEN Y J. Research on non-probabilistic reliability analysis method of mechanical structure based on convex set model [D]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [14] 刘杰, 谢凌, 卿宏军, 等. 基于主成分分析的结构不确定性建模与传播研究[J]. 计算力学学报, 2017, 34(4): 411-416.
- LIU J, XIE L, QING H J, et al. Structural uncertainty modeling and propagation based on principal component analysis [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2017, 34(4): 411-416. (in Chinese)
- [15] 高冉, 周建方. 非概率可靠指标和可靠度定义的比较研究[J]. 应用力学学报, 2020, 37(2): 873-881, 949.
- GAO R, ZHOU J F. Comparative study on the definitions of non-probabilistic reliability index and reliability [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2020, 37(2): 873-881, 949. (in Chinese)
- [16] GONG J X, YI P. A robust iterative algorithm for structural reliability analysis [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2011, 43(4): 519-527.
- [17] KESHTEGAR B, MENG Z. A hybrid relaxed first-order reliability method for efficient structural reliability analysis [J]. Structural Safety, 2017, 66: 84-93.
- [18] JIANG C, HAN X, LU G Y, et al. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(33-36): 2528-2546.
- [19] 张文宇, 周清雷, 焦重阳, 等. 融入重心反向学习和单纯形搜索的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与科学, 2023, 45(9): 1629-1638.
- ZHANG W N, ZHOU Q L, JIAO C Y, et al. A particle swarm optimization algorithm with centroid opposition-based learning and simplex search [J]. Computer Engineering & Science, 2023, 45(9): 1629-1638. (in Chinese)

- [20] 毕仲辉, 翟亚飞, 唐彧杰, 等. 基于有限元强度折减法的降雨入渗基岩型边坡可靠度分析[J]. 水利水电技术, 2020, 51(9): 187-192.  
BI Z H, ZHAI Y F, TANG Y J, et al. Finite element strength reduction method-based reliability analysis on rainfall-infiltrated bedrock-typed slope [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2020, 51(9): 187-192. (in Chinese)
- [21] 于生飞. 基于区间不确定方法的边坡稳定性分析及非概率可靠度评价研究[D]. 南京: 南京大学, 2012.  
YU S F. The research of stability analysis and non-probabilistic reliability evaluation of slopes based on interval uncertainty method [D]. Nanjing: Nanjing University, 2012. (in Chinese)
- [22] 地质灾害防治边坡工程结构可靠性设计规范: DB50/T 1604—2024 [S]. 重庆: 重庆市市场监督管理局, 2024. Code for structural reliability design of slope engineering for geological disaster prevention and control: DB50/T 1604—2024 [S]. Chongqing: Chongqing Administration for Market Regulation, 2024. (in Chinese)
- [23] 戚国庆, 耿亚欣. 不同可靠度方法在边坡稳定性分析中的对比研究[J]. 绍兴文理学院学报, 2022, 42(10): 1-8.  
QI G Q, GENG Y X. A contrastive study of different reliability methods in slope stability analysis [J]. Journal of Shaoxing University, 2022, 42(10): 1-8. (in Chinese)

(编辑 胡英奎)