

(2)

9-16

# 混凝土脆性破坏的再认识

钱觉时  
 (同济大学)

TU528.023

**摘要** 文章在分析材料脆性断裂起因的基础上,提出了脆性与脆性破坏两种不同的概念,并对砼脆性的评定提出了新的看法,此外还对砼直接拉伸试验提出了更为简便可靠的实施设想。

**关键词** 脆性破坏, 脆性, 混凝土, 拉伸试验

随高强与超高强结构材料在工程中的应用,脆性破坏越来越困扰材料应用与材料研究的研究者们。按经典力学的观点,材料的破坏是当其承受的最大应力达到极限值开始的。对于结构材料来说,在材料的应用与研究上,这种应力观点在一个相当长的时期内甚至在今天仍起着主导的作用,应用上尽可能选择强度高的材料,而研究上着重点在于如何提高材料的强度。但是在Griffith理论建立以后,特别是二次世界大战以后多起脆性破坏而引起的灾难性后果的发生,人们对这种应力观点有所改变,随之近年来断裂力学这门学科的发展与完善,在重视材料强化的同时强调材料的韧化,由于材料的强化与韧化是一对矛盾,也就是说,材料强度的提高伴随有脆性增大的趋势,因此这方面的研究有相当大的难度。

一般的看法是,砼是种很脆的材料,极易发生脆性破坏。砼从六十年代的20MPa—40MPa(抗压强度)到目前的100MPa以上处于实用的状况,强度的提高是相当大的,但是随着砼强度的提高,在测试的过程中也出现了明显的脆性破坏的性状,随之而来的担心是砼强度的提高是否更易于发生脆性破坏。要回答与研究这一问题,首先应该认识什么是脆性破坏,如何评定砼的脆性,砼一般情况下脆性破坏特点。本文想就这些问题进行一些探讨,并在此基础上谈谈关于砼直接拉伸试验的设想。

## 1 混凝土的脆性与脆性破坏

### 1.1 Griffith脆性断裂理论

什么是脆性破坏?一般的观点是,破坏(或断裂)之前无明显的塑性变形,破坏是突发性的类似破坏称为脆性破坏。

首先我们来回顾一下Griffith理论中断裂准则。设一无限大的平薄板,施加拉应力 $\sigma$ ,

本文1991年12月6日收到。

然后将两端固定,再在与应力垂直的方向上开一狭窄的裂缝,根据Inglis关于应力与应变的解,计算出无限大板在没有裂缝与形成裂缝以后每单位厚度的应变能之差为:

$$U_E = \pi a^2 \sigma^2 / E \quad (1)$$

式中  $a$  为裂缝半长,  $E$  为弹性模量。

形成新的表面需要能量,这部分能量称为表面能,设  $\gamma$  为比表面能,则  $2a$  长的裂缝需要能量为  $4a\gamma$ 。如果无其它能量耗散,则只要裂缝增加  $da$  时,  $U_E$  的变化,即单位厚度释放出的应变能大于等于表面能增加的需要量,裂缝就会自发扩展,由于大板两端固定,也就是宏观的塑性变形为零,显然这是非常典型的脆性破坏形式了。最后导出的断裂准则为:

$$\sigma_c = \sqrt{2E\gamma/\pi a} \quad (2)$$

根据此断裂准则,材料的脆性破坏与材料中裂缝(广义上称为Griffith缺陷,包括孔隙、界面、不均匀粒子)紧密有关,同样的材料,裂缝尺寸越大,越易发生低应力脆性断裂。相比于以前所提到的应力观点,该断裂准则是建立在能量平衡的基础上,由于能量是一个可以贯穿不同层次的物理量,因此这种能量观点很快为大家所接受。

### 1.2 原子尺度上材料脆性断裂的分析

Griffith理论从能量观点分析了材料断裂的可能性,并将材料中的缺陷归结为脆性断裂的起因,这是一大进步,是合理的。但是Griffith的分析是对一无限大平板,裂缝是非常狭窄,并且假定材料无塑性变形,这是非常理想化的,难以符合实际情况,未能充分反映材料脆性断裂的起因。下面我们根据双原子模型,采用一维原子链的断裂分析来探讨材料的脆性断裂。

设一由  $N$  个原子组成的原子链,假设只考虑相邻原子间的作用,相邻原子间的作用可用一链来代替,在初始情况各原子间相互处于平衡状态,即作用力为零。当两端的原子受  $F$  作用时,各原子受力与键的长度关系符合双原子模型中的  $F-r$  关系。显然在  $F$  的作用下,这样的原子链是不会发生突然断裂,要使链解体只有当每两原子间距达到很大时,从  $F-r$  曲线上看即当  $F$  很小,原子成为自由分子时才会产生,且整体上的荷载位移关系等价于每两原子间的  $F-r$  关系,只是位移为各个键伸长之和。

但是只要链中某一键有缺陷时(这在实际情况下难以避免的,如空隙、界面等),又设该键初始长度大于  $r_m$ ,链的破坏就会发生质的变化。为了表示的方便,设  $F-r$  关系当  $r_0 \leq r \leq r_m$  时为  $F_1(r)$ ,当  $r > r_m$  时为  $F_2(r)$ ,再设该带有缺陷的链承载能力达到其最大值  $F_0$  时,有缺陷的键长为  $r_{20}$ ,且  $r_{20} > r_m$ ,无缺陷的键长为  $r_{10}$ ,由力的平衡条件可得:

$$F_1(r_{10}) = F_2(r_{20}) = F_0 \quad (3)$$

然后将两端固定。

当有缺陷的键(下称键2)由  $r_2$  增加  $dr_2$ ,  $F_2(r)$  将降低  $dF_2(r)$ ,即  $-F_2'(r_2)dr_2$ ,而无缺陷的键(下称键1)则由  $r_1$  降低  $dr_1$ ,  $F_1(r)$  也将降低  $dF_1(r)$ ,即  $-F_1'(r_1)dr_1$ ,

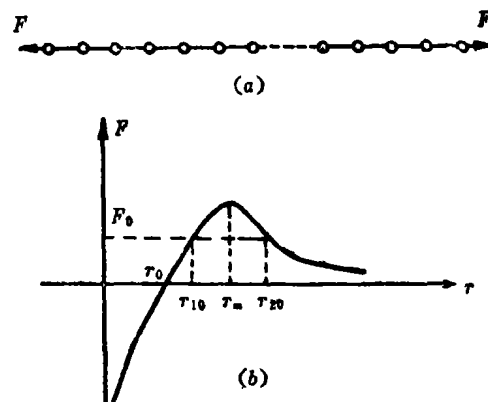


图1 a)  $N$ 个原子链示意图  
b) 原子间作用力  $F$  与距离  $r$  关系

又由力的平衡条件可知：

$$F_2'(r_2)dr_2 = -F_1'(r_1)dr_1 \quad (4)$$

显然键 2 由  $r_2$  增加  $dr_2$  时所需的能量为  $F_2(r_2)dr_2$ ，键 1 由  $r_1$  减少  $dr_1$  时释放出的能量为  $F_1(r_1)dr_1$ ， $(N-1)$  个无缺陷的键总的释放出的能量就为  $(N-1) \cdot F_1(r_1)dr_1$ 。

显然只要当：

$$(N-1) \cdot F_1(r_1)dr_1 \geq F_2(r_2)dr_2 \quad (5)$$

整个链将从键 2 处迅速自发地断裂，由于两端固定，即无任何整体上的塑性变形（位移），这类类似于 Griffith 所描述的典型的脆性断裂的情形。注意力的平衡条件  $F_1(r_1) = F_2(r_2)$ ，

(5) 式可变化为：

$$(N-1)dr_1 \geq dr_2 \quad (6)$$

再将 (4) 式代入 (6) 式可得脆性断裂的条件为：

$$F_1'(r_1) \leq -(N-1)F_2'(r_2) \quad (7)$$

由于  $F_2'(r_2)$  恒小于零，因此 (7) 式所表达的脆性断裂条件可总结为：当链原子数目一定时， $F-r$  关系中下降段越陡时，越易发生脆性断裂，这显然是材料本身所固有的，而当  $F-r$  关系确定时， $N$  越大，越易发生脆性断裂，这表明还与材料的体积有关。

显然 Griffith 所描述的无限大平板，则是这里所分析的特殊情况，当  $N$  很大时，(7) 式是很容易满足的。上述的分析是建立在很多假设上，虽然不够严谨，但是却很好地揭示了材料脆性断裂的起因，下面我们采用同样的思路来分析砼的脆性破坏。

### 1.3 砼脆性断裂分析

近年来一些成功的砼直接拉伸试验表明砼有软化行为，即砼达到最大拉应力后并不是立即破坏，而是随应变增大所承受的应力缓慢地降低，表现出应变软化行为。公认的看法是，这种软化是由于砼中微裂缝的发生而引起的，而且是局限在一定的区域上。

我们现在来看一块长为  $l$ ，单位宽度与厚度的砼板（图 2），局部受拉应力  $\sigma$ 。设当应

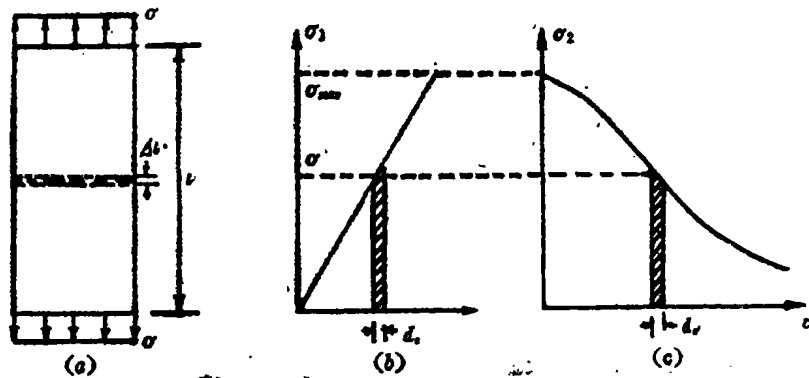


图 2 砼板中弹性区域与软化区域应力应变关系

力达到  $\sigma_{max}$  时，板中出现为一宽为  $\Delta l$  的窄长的微裂缝带，并设这一区域上的应力应变关系是相同的，且如图 2 (c) 所示，未产生微裂缝区域的应力应变关系如图 2 (b) 所示。然后将板的两端固定。类似于上述的分析，当应力为  $\sigma$  时，微裂缝区域的应变  $\epsilon'$  增加  $d\epsilon'$ ，未裂区

域的应变则降低  $d\varepsilon$ , 且  $d\varepsilon$  与  $d\varepsilon'$  满足下列关系:

$$\sigma'_1(\varepsilon) d\varepsilon = -\sigma'_2(\varepsilon) d\varepsilon' \quad (8)$$

微裂缝区域消耗的能量为:  $\Delta l \sigma_2(\varepsilon') d\varepsilon'$ , 未裂区域释放的能量为:  $(l - \Delta l) \sigma_1(\varepsilon) d\varepsilon$ 。显然只要

$$(l - \Delta l) \sigma_1(\varepsilon) \geq \Delta l \sigma_1(\varepsilon') d\varepsilon' \quad (9)$$

微裂区的发展就不需要额外的能量而自发地进行, 由于边界固定, 即整体上的变形为零, 即是典型的脆性断裂。注意到力的平衡条件  $\sigma_1(\varepsilon) = \sigma_2(\varepsilon)$  以及 (8) 式的条件, (9) 式的条件可变化为:

$$\sigma'_1(\varepsilon) \leq -\frac{(l - \Delta l)}{\Delta l} \sigma'_2(\varepsilon) \quad (10)$$

注意到 (10) 式中的  $\sigma'_2(\varepsilon')$  小于零, 且上述的分析结论为: 砼是否发生脆性破坏不仅与砼本身的性质即  $\sigma'_1(\varepsilon)$ ,  $\sigma'_2(\varepsilon')$  相对大小有关, 还与砼试件大小有关, 砼试件越大, 越易发生脆性破坏。因此, 笔者认为在类似砼材料的断裂分析中, 应严格区分脆性与脆性破坏这两种不同但又有联系的概念, 前者是材料的性质, 是材料本身所固有的, 后者则是砼的行为, 是前者在环境中的表现, 与环境条件密切相关。不能认为材料发生了破坏, 就认为其脆性很大。

我们再来看断裂力学中断裂韧性的概念。很多人都认为它反映了材料脆性的大小, 是一个材料参数。但它不是一个纯粹的材料参数, 而是一种材料的行为参数, 断裂力学的权威 G.C.Sih 早就提出这种看法, 只是未引起大家的重视, 很多研究者为了证实断裂韧性是材料参数, 采用不同尺寸的试件以期望得到一恒定的断裂韧性测试值, 但结果表明随试件尺寸增大, 测试值增大, 尺寸达到一定的值以后, 测试值才趋于稳定。根据上述分析, 这一现象是显然的, 要满足断裂韧性定义中裂缝失稳扩展, 即脆性破坏的条件, 就必须满足一定的尺寸, 而目前砼的断裂韧性测试很少满足这一点。

最后值得指出, 满足了裂缝失稳扩展条件所测试的断裂韧性是否就反映了材料的脆性, 这一问题值得进一步的探讨。

#### 1.4 砼的脆性指标

上述分析可知砼的脆性破坏虽然与砼试件或砼的结构尺寸有关, 但与砼本身脆性也有关, 而且要降低砼结构的脆性破坏并不可能通过降低结构尺寸来达到, 只能通过降低砼的脆性。但如何评定砼的脆性大小是一个悬而未决的问题, 有些人认为砼等材料根本不能撇开结构尺寸而谈其脆性, 显然这类看法是由于将脆性与脆性破坏这两种概念混淆所致, 下面我们将砼脆性断裂的分析, 提出一种评定砼材料的脆性指标。

根据砼脆性破坏的分析可知, 砼发生脆性破坏是由于能量的不平衡, 是破坏过程中供给能量与耗散能量的不平衡, 即当形成单位面积裂缝带释放出应变能大于所耗散的能量时就发生脆性破坏了, 那么以能量观点, 砼脆性采用弹性应变能与耗散能量之比是再也恰当不过了。对于组成一定的砼, 形成单位面积裂缝带所耗散的能量是一定值, 实际上就是人们熟悉的砼断裂能  $G_f$  值, 而弹性应变能与砼的变形能力和承载能力大小有关, 要反映脆性只是材料性质, 就应消除尺寸因素的影响, 我们可以采用单位体积砼所能贮存的最大弹性应变能来反映砼材料本身的应变能释放能力, 一般情况下, 砼能贮存的最大弹性应变能是在其达到抗

拉强度以后, 正如吴科如所指出的那样<sup>[1]</sup>, 砼受拉时其最大弹性变形也可能是在达到极限强度以后, 可以假设一临界点,  $\frac{1}{2}f_{tc} \times E_c$ , 即弹性应变能最大, 这时脆性可表示为:

$$B = \frac{f_{tc}^2}{2G_f E_c} \quad (11)$$

假如砼达最大抗拉强度  $f_t$  时其变形能力最大, 又设  $f_t$  所对应的砼弹性模量为  $E^*$ , 且脆性可表示为:

$$B = \frac{f_t^2}{2G_f E^*} \quad (12)$$

我们注意到, 断裂力学关于小范围屈服表达式  $r_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_c} \right)^2$  以及Hillerborg对砼等材料给出的特征长度表达式  $l_{ch} = \frac{G_f E}{f_t^2}$  与(11)式形式上有些相近, 但表达的意义是不完全相同的, 首先(11)式有明确的物理意义, 为两种决定砼破坏形式的能量的比值, 虽然Petersson很早就提出  $l_{ch}$  某种程度上可以反映砼脆性大小, 但未说明为什么可以用来反映砼脆性, Petersson在文[3]中叙述到: 当裂缝扩展时, 断裂区将消耗能量, 同时断裂区以外的材料将释放弹性能, 在直接拉伸试验达到最大荷载时, 供裂缝扩展的弹性能为  $F_c \delta / 2 = F_c / 2k$ , 其中  $F_c$  为最大荷载,  $\delta$  是相应的变形,  $k$  为试件的刚度。对于等截面的试件  $k = AE/l$ , 其中  $A$  是横截面积而  $l$  是试件长, 这意味着供裂缝扩展的能量是  $F_c^2 l / 2AE$ 。裂缝扩展所消耗的能量是  $G_f A$ , 使两能量表达式相等, 就可以得到  $l^* = 2G_f A^2 E / F_c^2 = 2G_f E / f_t^2$ , 且  $l^*$  为当裂缝在最大荷载时扩展所得到的能量等于断裂区消耗的能量时的试件长度。对于给定的  $\sigma-w$  (应变-位移) 关系, 随  $l^*$  降低, 材料对裂缝的扩展更敏感, 因此材料更脆。作为实用的目的, 采用此半长来表征材料, 且定义为特征长度  $l_{ch}$ 。Petersson特别指出  $l_{ch}$  仅能用于有类似  $\sigma-w$  的材料的比较, 但有可能是表征脆性的最好方法, 即  $l_{ch}$  越短, 材料的脆性越大。显然这里描述的  $l_{ch}$  物理意义很不明显, 以至后来他们放弃, 或者说是并未能对此进行进一步的研究与重视。Hillerborg在后来作为砼力学行为研究的经典文章中明确认为  $l_{ch}$  无直接的物理意义<sup>[6]</sup>, 第二, 定义中所说单位体积最大弹性应变能完全撇开试件, 不论试件实际受力过程中有多少体积的材料所贮存的应变能达到最大值, 只要承认  $f_{tc}$ ,  $G_f$  和  $E_c$  为材料性质, 那么  $B$  也就是材料性质了。如果涉及受力情况, 那就是脆性破坏问题的分析了。第三, (11) 式中  $E_c$  与  $l_{ch}$  中的  $E$  有完全不同的物理意义。

同时我们注意到(11)式从另一种角度对吴科如提出的脆性系数  $S^{[1]}$  的合理性进行了证实并进行了补充。  $S$  为最大弹性应变  $\epsilon_{el, max}$  与临界状态时的总应变  $\epsilon_{ges}^*$  的比值。显然  $S$  是从变形能力大小来反映脆性大小的, 而(11)式是从两种变形所需能量的比值来反映脆性大小的。

## 2 混凝土直接拉伸试验

近来对砼软化现象的研究越来越受大家的重视, 这是因为准确的砼软化行为是进行砼数值分析所必需的, 此外, 砼这种软化行为在一定程度上反映了砼诸多的力学行为, 如脆性破坏, 以及砼很多的性质, 如  $f_t$ ,  $G_f$ , 因此准确测定砼的软化行为是有重要的意义。而测定砼的

软化行为,最理想的是在直接拉伸试验条件下。

砼是一种很脆的材料,由于以往人们将材料脆性与脆性破坏混淆起来,认为很脆的材料受外力作用时将发生脆性破坏,加上试验测试确实有此现象,因而认为不可能得到直接拉伸的全应力应变曲线,但是从前面的分析可知,材料是否发生破坏不仅与材料的脆性大小有关,还与材料的体积即试件或结构的尺寸有关。理论上说任何材料都可以获得全应力应变曲线。当然由于一些条件的限制,有些非常脆的材料,例如玻璃就难以得出全应力应变曲线。

从六十年代起,一些人就致力于砼直接拉伸的全应力应变曲线测试的研究。他们认识到以往得不到应力应变曲线的下降段,是由于试验机的刚度太小,试验机内贮存的弹性应变能太大,在砼达到最大拉应力后突然释放而使试件发生脆性断裂,有了这样突破性的认识以后,他们对试验机刚度进行了改进,获得了一些成功的全应力应变曲线。近年来试验机技术的发展,伺服式试验机的应用,又有不少新的成功的直接拉伸试验的报告。但从发表的试验结果来看,很多人虽然得出了一些试验结果,但数量很少,说明这类试验的成功率很低,只是人们回避了这一敏感的问题,根据上述对砼脆性破坏的分析,这是可以理解的,因为仅考虑试验机的刚度是不够的,试件是否脆性断裂还与试件的尺寸有关。此外采用伺服式试验机固然方便,但考虑一般试验条件,要想使砼的软化行为作为砼重要而基本的参数,如何使砼的直接拉伸试验更易于实施这也是很重要的,下面我们将对这些问题进行一些分析。

**2.1 直接拉伸试验确定全应力应变曲线的稳定性分析**

实际上只要我们要考虑当试件出现局部的软化以后的情况。将试验机、试件未软化的部分、软化部分,各用不同的弹性系数的弹簧来代替,设试验机刚度即弹性常数为  $K_1$ , 试件未软化部分的弹性常数为  $K_2$ , 软化部分弹性系数为  $K_3$ , 注意到  $K_3$  与软化部分伸长值有关。同样类似于图 2 作一些假定,只不过我们这里设试件未软化部分的横截面积为  $S_2$ , 软化部分的横截面积为  $S_3$ 。且  $K_2 = \frac{E \cdot S_2}{(l - \Delta l)}$ , 而  $K_3 = \frac{E^*(\delta_3) S_3}{\Delta l}$ 。  $E^*(\delta_3)$  是当伸长量为  $\delta_3$  时,即  $\epsilon' = \delta_3 / \Delta l$  时对应图 2(c) 中曲线的斜率,是变化的。

试验机、试件未软化部分、软化部分的相互作用可用图 3(a) 中弹簧  $K_1, K_2, K_3$  的串联形式来表示。当  $F$  减少  $dF$  时,  $K_3$  伸长  $d\delta_3$ , 而  $K_1, K_2$  分别降低  $d\delta_1$  和  $d\delta_2$ , 由力的平衡条件得:

$$K_1 d\delta_1 = K_2 d\delta_2 = -K_3 d\delta_3 \quad (13)$$

要保证拉伸稳定,从变形角度应使弹性恢复变形小于等于软化的变形,即:

$$d\delta_1 + d\delta_2 \leq d\delta_3 \quad (14)$$

将 (13) 式代入 (14) 式即得稳定条件为:

$$\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \leq -\frac{1}{K_3} \quad (15)$$

如果从能量需求角度,即由  $1/2dFd\delta_1 + 1/2dFd\delta_2 \leq -1/2dFd\delta_3$  的条件也可以得出 (15) 式。

从 (15) 式可见增大  $K_1$  即加大试验机刚度显然有利于稳定性条件的满足,但是由 (15) 式我们可以看出如  $K_2 < -K_3$ , 无论  $K_1$  如何增大, (15) 式都不能满足,这

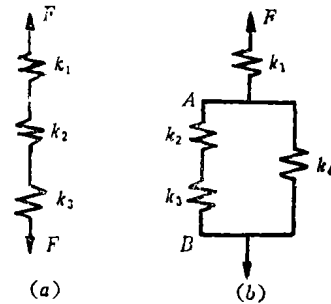


图 3 砼直接拉伸试验时试验机、试件弹性部分、试件软化部分以及刚性杆间相互作用示意图

说明仅仅靠加大试验机的刚度或采用伺服式试验机并不能保证拉伸试验的稳定性，只有在  $K_2 > -K_3$  时加大试验机的刚度才是有效的。采用与试件并联形式加一刚度较大的约束杆，即相当于与  $K_2$ ,  $K_3$  并联一  $K_4$  的弹簧，如图3(b)所示，如果  $K_4$  足够大时， $A$ ,  $B$  两点相当于固定， $K_1$  所释放的能量很小可忽略，这时(15)式的条件就变为：

$$\frac{1}{K_2} \leq -\frac{1}{K_3} \quad (16)$$

而  $K_2, K_3$  与相应部分的长度和截面积有关，由于  $\Delta l$  一般认为只与砧粗集料粒径有关，是一定值，因此缩短试件的长度、开切口以减少软化区域的横截面积有助于(15)式的满足，下面我们根据上述的分析对砧直接拉伸试验提出一些设想。

## 2.2 砧直接拉伸试验的改进措施

根据上述分析，并考虑一般的试验条件，砧直接拉伸试验可采用下列措施保证其稳定性。

首先，采用 Evens 等所采用的加刚性约束杆，以保证在一般的万能试验机上进行砧直接拉伸试验的可能性。

其次，采用较短的试件，试件宜开较深的切口。

第三，测试时使试件中同时产生几个平行的软化区域，如在同一试件上开几对切口，这实际上相当于增大  $\Delta l$ ，以使  $K_3$  降低。

上述措施的后两点有待于试验证实。

## 3 结论

1) 应严格区分材料脆性与材料脆性破坏这两种不同的概念。前者是材料的性质，而后者则是前者在环境作用下的表现，是一种材料行为。脆性大的材料并不一定发生脆性破坏，而脆性小的材料在环境作用下同样也可能发生脆性破坏。砧试件或结构是否发生脆性破坏不仅与砧脆性大小有关，还与砧试件或结构尺寸有关。

2) 砧的脆性大小可用单位体积所能贮存的最大弹性应变能与形成单位面积裂缝带所耗散的能量的比来表示，具体形式可表示为：

$$B = \frac{f_{tc}^2}{2G_F E_c}$$

式中  $f_{tc}$  和  $E_c$  为砧贮存最大应变能时对应的剩余抗拉强度和弹性模量值。

3) 要获得稳定的砧直接拉伸试验，仅靠加大试验机的刚度是不够的，还应该使砧试件满足一定的几何条件。

## 参 考 文 献

- 1 吴科如. 砧在压力荷载下弹性变形和残余变形的变化及其脆性系数. 同济大学学报, 1983, (1)
- 2 Gopalratnam V.S. and Shah S.P. Softening response of plain concrete in direct tension ACI. Vol.82, No.3, 1985
- 3 Petersson P.E. Crack growth and formation of fracture zones in plain concrete and similiar materials. Report TVBM-1006, University of Lund 1981
- 4 Evens R.H. and Marathe M.S. Microcracking and stress-strain curves for

- concrete in tension. *Materials and Structure*, No.1, 1968, pp.61—64
- 5 Bazant Z.P. *Mechanics of fracture and progressive cracking in concrete structure fracture mechanics of concrete*. Edited by Sih G.C. and Ditommaso A., Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, The Netherland, 1985
- 6 Hillerborg, A. *Analysis of one single crack Fracture mechanics of concrete* Edited by F.H.Wittman, 1983 Elsevier Science Publisher B.V. Amsterdam

(编辑: 刘家凯)

## UNDERSTANDING BRITTLE FAILURE OF CONCRETE AGAIN

*Qian Jueshi*

(Tongji University)

**ABSTRACT** On the basis of analysing the cause of brittle failure of concrete, a conclusion that it is necessary to distinguish brittleness and brittle failure and a new point of view about evaluating brittleness of concrete are proposed. A simple and reliable method about the direct tension test of concrete is analysed theoretically.

**KEY WORDS** brittle failure, brittleness, concrete