

# 土与混凝土接触面反向单剪本构模型

王 伟<sup>1,2</sup>, 卢廷浩<sup>2</sup>, 周爱兆<sup>3</sup>

(1. 绍兴文理学院 土木工程系, 浙江 绍兴 312000; 2. 河海大学 岩土工程科学研究所, 南京 210098;  
3. 江苏科技大学 土木工程与建筑学院, 江苏 镇江 212003)

**摘 要:** 土与混凝土接触面的反向剪切性质是土木工程中一个重要的课题。根据接触面反向单剪试验结果, 定量分析了正向剪切历史对不同含水率接触面反向抗剪强度、摩擦角、黏聚力等因素的影响, 给出了相关的经验公式。提出了接触面临界正向剪切比的概念。根据改进的应力应变方程, 建立了接触面正反向剪切模量公式, 其包含了 10 个土体参数, 均可通过接触面试验求得。确定了该公式中各参数的取值方法, 推荐了初步的取值范围。进行了不同正向剪切比情况下的接触面剪切应力应变模拟, 得到良好的模拟效果。研究成果可供相关的工程设计参考。

**关键词:** 土与混凝土接触面; 本构模型; 反向剪切; 临界正向剪切比; 含水率

**中图分类号:** TU 411 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-4764(2011)01-0059-06

## Constitutive Model for Negative Simple-sheared Soil-concrete Interface

WANG Wei<sup>1,2</sup>, LU Ting-hao<sup>2</sup>, ZHOU Ai-zhao<sup>3</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Shaoxing University, Shaoxing 312000, China;  
2. Research Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;  
3. School of Civil Engineering and Architecture, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

**Abstract:** Negative shear property of soil-concrete interface is one critical issue in civil engineering. According to negative simple shear tests of soil-concrete interfaces with various water content, quantitative analysis on changes of shear strength, friction angle and cohesion force of negative sheared interface against positive shear experience were conducted. Several empirical formulae were proposed for above changes, and critical positive shear ratio was put forward. Based on improved stress-strain equation, mathematical model for tangent modulus of negative sheared soil-concrete interface was established. This new model consists ten parameters which can be determined by simple shear test. Process for determining these ten parameters was presented, and empirical values of them were obtained. Simulations for stress-strain curves of soil-concrete interface were carried out, and good ability of the model was found.

**Key words:** soil-concrete interface; constitutive law; negative shear; critical positive shear ratio; water content

土与结构共同作用是岩土工程数值分析的一个重要课题, 其主要以土与混凝土结构的相互作用为代表, 该相互作用主要通过土与混凝土接触面实现。

岩土工程数值计算结果是否可靠和符合实际, 与计算所选用的接触面本构模型密切相关。土与结构接触面的研究主要以直剪试验和单剪试验为代表,

收稿日期: 2010-04-08

基金项目: 浙江省自然科学基金项目(Y1080839); 国家自然科学基金委员会(50639050)

作者简介: 王伟(1977-), 男, 博士, 副教授, 主要从事土的基本性质、土与结构共同作用研究, (E-mail) wellsking\_wang@gmail.com。

Clough 等<sup>[1]</sup>、Desai 等<sup>[2]</sup>、殷宗泽等<sup>[3]</sup>、周国庆等<sup>[4]</sup>、胡黎明等<sup>[5]</sup>、张嘎等<sup>[6]</sup>、卢廷浩等<sup>[7]</sup>均对此做了深入的研究,提出了相应的接触面本构模型,其中双曲线应力应变模型应用的最为广泛。由于直剪试验固定了破坏面位置,通常认为接触面模拟中宜采用以单剪试验为基础的薄层单元。以上研究中,研究对象大多1次加载的接触面,而对接触面经历正向剪切后(设定某一剪切方向为正向)的反向剪切的成果较少。实际上,反向剪切在工程中经常碰到,其对应为土与混凝土结构的负摩擦问题<sup>[8-9]</sup>。当高层建筑受到诸如风荷载的水平荷载时就会在桩侧产生与原方向相反的摩擦剪力。对于坝体,施工期和库前水位较低时上部土体在自重荷载作用下对防渗墙产生向下的剪力;当竣工蓄水后由于水浮力的作用坝体竖向受力减小会对防渗墙施加一个与初始方向相反的向上的剪力。所以,分析土与混凝土结构接触面的反向剪切行为是研究地基土固结、差异沉降控制、桩基安全度评价、坝体安全评估等相互作用问题的一个前提条件。

基于不同含水率、不同正向剪切比的接触面单剪实验数据和改进的应力—应变曲线( $\tau$ - $\gamma$ 曲线),对反向剪切的接触面模型进行了较为深入的研究,为进一步研究土与结构相互作用奠定了基础。

## 1 接触面应力—应变模型

建立接触面模型的前提是对其 $\tau$ - $\gamma$ 曲线进行合理的数学描述,通常采用的是两参数双曲线模型<sup>[10-12]</sup>:

$$\tau = \gamma / (\alpha + \beta \gamma) \quad (1)$$

$\alpha$ 和 $\beta$ 为2个正的待定参数。定义模型的半值强度指数为:剪应力达到剪切强度的一半时对应的应变值,记作 $\gamma^*$ 。该模型由(正向)初始模量 $G(0)$ 、极限强度 $\tau_u$ 、半值强度指数 $\gamma^*$ 组成的数学特征方程为<sup>[10-11]</sup>:

$$G(0) = 1/\alpha; \tau_u = 1/\beta; \gamma^* = \alpha/\beta \quad (2)$$

显然,上式中3个方程不独立,在 $G(0)$ 和 $\tau_u$ 确定时 $\gamma^*$ 不可变化;无法反应含水率、法向应力、加载条件等因素对接触面发展过程的影响。

对此,根据能量耗散原理,以剪切过程中接触面摩擦势能和黏聚势能不同步耗散为基础,笔者初步提出了接触面正向剪切时 $\tau$ - $\gamma$ 曲线的改进模型<sup>[10]</sup>。对于经历了正向剪切历史的接触面试样,反向剪切时对应接触面初始的摩擦势能和黏聚势能在正向剪切过程种受到了一定的耗散,这种耗散的量值随正

向剪切比的增大而增大,但正向剪切完成卸载后,随着接触面体系内各种能量的相互转化,接触面的摩擦势能和黏聚势能又达到一个新的稳定值,当进行反向剪切时仍可以假定它们为定值。所以反向剪切与正向剪切具有相同的机理,改进模型对正反向剪切均适用。接触面反向剪切时,其表达式为:

$$\tau = \frac{AB \exp[K\gamma(A-B)] - AB}{A \exp[K\gamma(A-B)] - B} \quad (3)$$

其中, $A$ 、 $B$ 、 $K$ 为3个正的待定参数, $A$ 和 $B$ 的量纲为 $\text{kPa}$ , $K$ 的量纲为 $\text{kPa}^{-1}$ 。为了讨论方便,下文中的应力和相关模量的量纲均取为 $\text{kPa}$ 。

对式(3)进行求导得该模型的剪切模量 $E_t$ 为:

$$E_t = \frac{d\tau}{d\gamma} = K(A - \tau)(B - \tau) \quad (4)$$

由式(4)可求得接触面反向剪切的 $\tau$ - $\gamma$ 曲线中由(反向)初始模量 $E(0)$ 、极限强度 $\bar{\tau}_u$ 、半值强度指数 $\gamma^*$ 组成的数学特征方程为:

$$\begin{aligned} E(0) &= ABK; \bar{\tau}_u = A; \\ \gamma^* &= \frac{\ln B - \ln(2B - A)}{K(A - B)} \end{aligned} \quad (5)$$

该数学特征方程相互独立,当 $G(0)$ 和 $\tau_u$ 确定时, $\gamma^*$ 在 $BK$ 乘积一定的情况下可相对自由的变化取值,这就克服了双曲线模型的缺陷。可以证明,双曲线模型是该模型在参数 $A \rightarrow B$ 时对应的1个特例,所以新模型比双曲线模型有更广泛的适用性<sup>[11]</sup>。

## 2 正反向剪切抗剪强度及损伤因子

### 2.1 抗剪强度变化

记正向剪切比 $\theta = \tau' / \tau_u$ ,  $\theta \in [0, 1]$ , 其中 $\tau'$ 是正向剪切达到的剪应力。当 $\theta = 1.0$ 时,表示正向剪切已达极限破坏状态;当 $\theta = 0$ 时,表示没有经历正向剪切。则正向剪切引起的反向抗剪强度的损失 $\Delta\tau_u$ 是 $\theta$ 的函数,即:

$$\Delta\tau_u = f_1(\theta) \cdot \tau_u \quad (6)$$

其中 $1 > f_1(\theta) \geq 0$ ,是正向剪切引起的强度损伤因子,于是反向剪切的极限剪切强度 $\bar{\tau}_u$ 为:

$$\bar{\tau}_u = \tau_u - \Delta\tau_u = (1 - f_1(\theta))\tau_u \quad (7)$$

试验数据表明:对于相同的 $\theta$ ,反向强度与初始强度的比值对法向应力不敏感; $\theta$ 与对应的平均强度损伤因子近似成直线关系,见图1。对于该试验,拟合直线方程为:

$$f_1(\theta) = k_1(\theta - \theta_1) = 0.7(\theta - 0.37) \quad (8)$$

分析式(8)和图1,当 $\theta \leq 0.37$ 时, $f_1(\theta) = 0$ ,这说明存在一个正向剪切比 $\theta_1$ ,当 $\theta \leq \theta_1$ 时,可忽略正向

剪切对反向剪切抗剪强度的影响;试验  $\theta_1 = 0.37$ 。

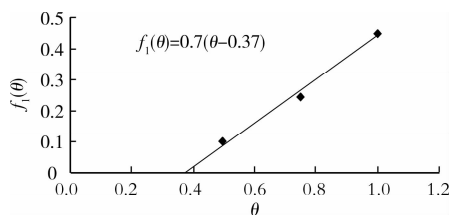


图 1 接触面反向剪切  $\theta$ - $f_1(\theta)$  关系拟合

## 2.2 抗剪强度参数变化

同时需要关心的是正向剪切比接触面反向抗剪强度参数  $C$  和  $\Phi$  的影响,记它们的损伤因子分别为  $f_2(\theta)$ 、 $f_3(\theta)$ ,则:

$$C = (1 - f_2(\theta))c; \Phi = (1 - f_3(\theta))\varphi \quad (9)$$

其中,  $c$ 、 $\varphi$  为接触面初步正向剪切时对应的黏聚力和摩擦角;  $C$ 、 $\Phi$  为反向剪切时对应的黏聚力和摩擦角。根据正反向试验数据,对  $f_2(\theta)$  和  $f_3(\theta)$  进行拟合,拟合结果见图 2、图 3。

$$\begin{cases} f_2(\theta) = k_2(\theta - \theta_2) = 0.83(\theta - 0.47) \\ f_3(\theta) = k_3(\theta - \theta_3) = 0.63(\theta - 0.34) \end{cases} \quad (10)$$

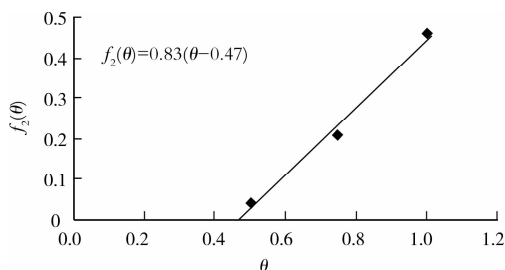


图 2 接触面反向剪切  $\theta$ - $f_2(\theta)$  关系拟合

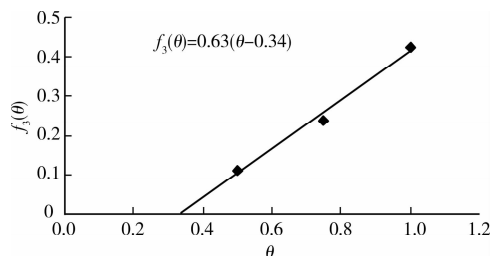


图 3 接触面反向剪切  $\theta$ - $f_3(\theta)$  关系拟合

分析式(10)和图 2,当  $\theta \leq 0.47$  时,  $f_2(\theta) = 0$ ,说明存在一个正向剪切比  $\theta_2$ ,当  $\theta \leq \theta_2$  时,正向剪切对反向剪切黏聚力的影响可以忽略。同时分析图 3,当  $\theta \leq 0.34$  时,  $f_3(\theta) = 0$ ,说明存在一个正向剪切比  $\theta_3$ ,当  $\theta \leq \theta_3$  时,正向剪切对反向剪切摩擦角的影响可以忽略。因为接触面抗剪强度是由黏聚势能和摩

擦势能共同控制的,所以有:

$$\theta_3 = 0.34 < \theta_1 = 0.37 < \theta_2 = 0.47 \quad (11)$$

其中  $\theta_2 \neq \theta_3$  说明在剪切过程中摩擦势能和黏聚势能的耗散不是同步的,也进一步验证了改进模型中提出能量耗散不同步假定的正确性;当然假定中的耗散不同步的主要含义不是这些,而是指摩擦势能和黏聚势能的耗散系数不同。

为了简化模型,同时因为抗剪强度是摩擦角和黏聚力的综合体现,它们互相依赖,所以采用统一的“临界正向剪切比  $\theta_{cr}$ ”描述接触面正向剪切历史对反向剪切行为的影响,在数值上取  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  的平均值,即:

$$\theta_{cr} = \frac{1}{3}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (12)$$

同样对各损伤因子的斜率进行简化,统一用  $k_{cr}$  表示,在数值上取  $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$  的平均值,即:

$$k_{cr} = \frac{1}{3}(k_1 + k_2 + k_3) \quad (13)$$

据此  $f_1(\theta)$ 、 $f_2(\theta)$ 、 $f_3(\theta)$  可写成一般表达式:

$$\begin{cases} f_1(\theta) = f_2(\theta) = f_3(\theta) = k_{cr}(\theta - \theta_{cr}) & \theta > \theta_{cr} \\ f_1(\theta) = f_2(\theta) = f_3(\theta) = 0 & \theta \leq \theta_{cr} \end{cases} \quad (14)$$

对于试验,近似取  $k_{cr} = 0.72$ ,  $\theta_{cr} = 0.39$ 。

## 3 反向剪切模量

### 3.1 参数 $A$ 和 $B$ 的确定

根据式(5),  $A$  为接触面的极限剪切强度,所以:

$$A = (1 - f_1(\theta))\tau_u \quad (15)$$

$A$  是  $\tau$ - $\gamma$  曲线的渐近线数值,实际上  $\gamma$  不可能趋向于无穷大,在达到一定值后试样就破坏了,记此时对应的剪应力记为  $\bar{\tau}_f$ 。引入破坏比概念,结合摩尔—库伦破坏准则有:

$$A = \frac{C + \sigma \tan \Phi}{R_f}; \bar{\tau}_f = C + \sigma \tan \Phi; R_f = \frac{\bar{\tau}_f}{\tau_u} \quad (16)$$

根据实验分析,含水率相同时参数  $B$  和  $A$  的比值  $\lambda$  基本与法向应力和正向剪切比无关,所以:

$$B = \lambda \frac{C + \sigma \tan \Phi}{R_f}; \lambda = \frac{B}{A} \quad (17)$$

对于试验,含水率为 24%、20%、17% 对应的  $\lambda$  分别为 2.85、2.15、1.97。

### 3.2 参数 $K$ 的确定

试验表明,  $G(0)$ 、 $E(0)$  均随法向应力变化,在双对数坐标系下,近似成线性关系,见图 4。为便于陈述,正向剪切和反向剪切对应的斜率和截距分别

记作  $n$ 、 $\lg m$  和  $N$ 、 $\lg M$ ；当  $\theta=0$  时，它们各自对应相等，且  $G(0) = E(0)$ 。于是有：

$$E(0) = M \cdot \sigma^N \tag{18}$$

对于该次试验， $\lg M$ 、 $N$  的数值列于表 1。

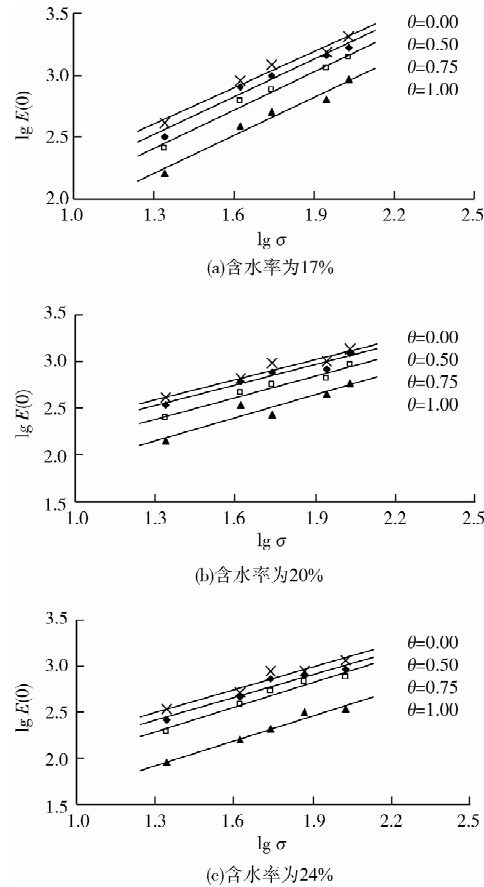


图 4 接触面反向剪切  $\lg E(0)$ - $\lg \sigma$  曲线

表 1 试验测得的斜率  $N$  及截距  $\lg M$

$\theta$	$w = 17\%$		$w = 20\%$		$w = 24\%$	
	$N$	$\lg M$	$N$	$\lg M$	$N$	$\lg M$
0.00	1.0	1.4	0.7	1.7	0.8	1.5
0.50	1.0	1.2	0.7	1.6	0.8	1.3
0.75	1.0	1.1	0.8	1.4	0.9	1.1
1.00	1.0	0.9	0.8	1.1	0.9	0.7

结合式(16)至(18)，从而得  $K$  的表达式：

$$K = \frac{R_f^2 M \sigma^N}{\lambda (C + \sigma \tan \Phi)^2} \tag{19}$$

记  $f_4(\theta)$  和  $f_5(\theta)$  分别是截距为  $\lg m$  和斜率  $n$  的损伤因子，可得：

$$\begin{cases} \lg M = (1 - f_4(\theta)) \cdot \lg m \\ N = (1 - f_5(\theta)) \cdot n \end{cases} \tag{20}$$

表 1 表明， $N$  随正向剪切比的增大逐渐增大但变化幅度很小，表现为各含水率下不同剪切比对应  $\lg E(0) - \lg \sigma$  曲线几乎平行，可以简化为  $N = n$ ； $\lg M$  随正向剪切比的增大逐渐减小。根据表 1，结合  $\theta_{cr} = 0.39$ ，可得到  $f_4(\theta)$  的线性拟合：

$$\begin{cases} f_4(\theta) = k_m(\theta - \theta_{cr}) \\ f_5(\theta) = 0 \end{cases} \tag{21}$$

含水率为 24%、20%、17% 对应  $k_m$  分别为 0.83、0.57、0.54。

3.3 剪切模量方程

把式(16)、式(17)、式(19)和式(20)代入式(4)，综合以上分析得到反向剪切模量的表达式：

$$\begin{cases} E_t = \frac{M(C + \sigma \tan \Phi - R_f \tau)(\lambda C + \lambda \sigma \tan \Phi - R_f \tau) \sigma^N}{\lambda (C + \sigma \tan \Phi)^2} \\ C = [1 - k_{cr}(\theta - \theta_{cr})]c \\ \Phi = [1 - k_{cr}(\theta - \theta_{cr})]\varphi \\ M = m^{1 - k_m(\theta - \theta_{cr})} \end{cases} \tag{22}$$

符号及说明：1) 共有  $c$ 、 $\varphi$ 、 $m$ 、 $n$ 、 $R_f$ 、 $\theta$ 、 $\theta_{cr}$ 、 $\lambda$ 、 $k_{cr}$ 、 $k_m$  等 10 个参数；2)  $c$ 、 $\varphi$  为正向剪切时接触面的黏聚力、摩擦角，由试验测得；3)  $\lg m$  和  $n$  为正向剪切时  $\lg G(0) - \lg \sigma$  曲线的截距和斜率，由试验结果求得；4)  $R_f$  为破坏比， $\theta$  为正向剪切比， $\theta_{cr}$  为临界正向剪切比， $k_{cr}$  是强度损伤因子的斜率，均由反向剪切试验确定；5)  $\lambda = B/A$ ，与土的含水率有关，对法向应力、正向剪切比均不敏感；6)  $k_m$  是参数  $\lg m$  损伤因子的斜率，由反向试验数据确定。

当  $\theta \leq \theta_{cr}$  时，式(22) 简化为：

$$E_t = \frac{m(c + \sigma \tan \varphi - R_f \tau)(\lambda c + \lambda \sigma \tan \varphi - R_f \tau) \sigma^n}{\lambda (c + \sigma \tan \varphi)^2} \tag{23}$$

上式即为接触面正向剪切时对应的剪切模量。根据以上的模型分析，试验在正反向剪切模型式(22)中对应的各参数列于表 2。

表 2 试验测得的接触面正反向剪切模型参数

$w/\%$	$c/\text{kPa}$	$\varphi/^\circ$	$R_f$	$m$	$n$	$\lambda$	$k_m$	$\theta_{cr}$	$k_{cr}$
17	15.0	29.4	0.98	25.1	1.0	2.00	0.54		
20	14.5	22.6	0.98	50.1	0.7	2.15	0.57	0.39	0.72
24	10.0	21.1	0.98	31.6	0.8	2.85	0.83		

## 4 算例模拟

把式(16)、式(17)、式(19)代入式(3)得反向剪切时接触面的  $\tau-\gamma$  关系为:

$$\begin{cases} \tau = \frac{\lambda(C + \sigma \tan \Phi) \cdot [\exp(q\gamma) - 1]}{R_f [\exp(q\gamma) - \lambda]} \\ q = \frac{(1 - \lambda)R_f M \sigma^N}{\lambda(C + \sigma \tan \Phi)} \end{cases} \quad (23)$$

利用式(23)可以进行接触面任意法向应力任意正向剪切比的  $\tau-\gamma$  曲线的计算。法向应力  $\sigma = 107$  kPa、正向剪切比  $\theta = 0.5$ 、含水率  $w$  分别为 20%、24% 时的  $\tau-\gamma$  实测与计算对比见图 5。法向应力  $\sigma = 100$  kPa 时,3 种含水率的  $\tau-\gamma$  曲线的计算模拟绘于图 6。

由图 5 可见,模型计算与实测数据吻合良好;需要说明的是,由于自身的数学缺陷,双曲线模型无法得到图 5 所示的计算效果。

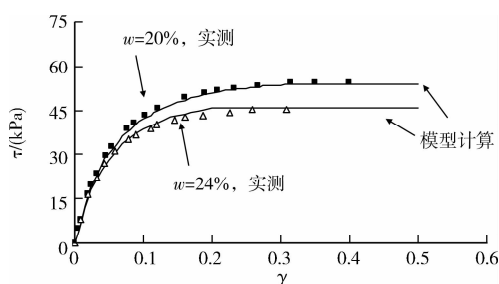


图 5 接触面  $\tau-\gamma$  曲线实测与模拟

## 5 结语

土与混凝土接触面的正反向剪切行为是土与结构共同作用的一个基本问题,是岩土工程数值分析的前提条件之一,结合不同含水率的土与混凝土接触面正反向单剪试验,对此作了较为详细的研究,主要工作如下:

1) 结合接触面  $\tau-\gamma$  曲线传统双曲模型的不足和能量耗散假定,提出了考虑黏聚势能和摩擦势能不同步耗散的接触面反向剪切  $\tau-\gamma$  曲线模型,并通过实验数据验证了接触面黏聚势能和摩擦势能的不同步耗散。

2) 根据单剪试验结果,统计了正向剪切比对反向剪切时接触面对应抗剪强度、摩擦角、黏聚力等影响,给出了对应损伤因子的拟合公式,提出了临界正向剪切比  $\theta_{cr}$  的概念并初步给出了数值。

3) 结合损伤因子和临界正向剪切比,建立了反

向剪切的接触面剪切模量模型,该模型所有参数均可通过试验确定,意义较为明确;进一步对接触面本构模型进行了讨论。

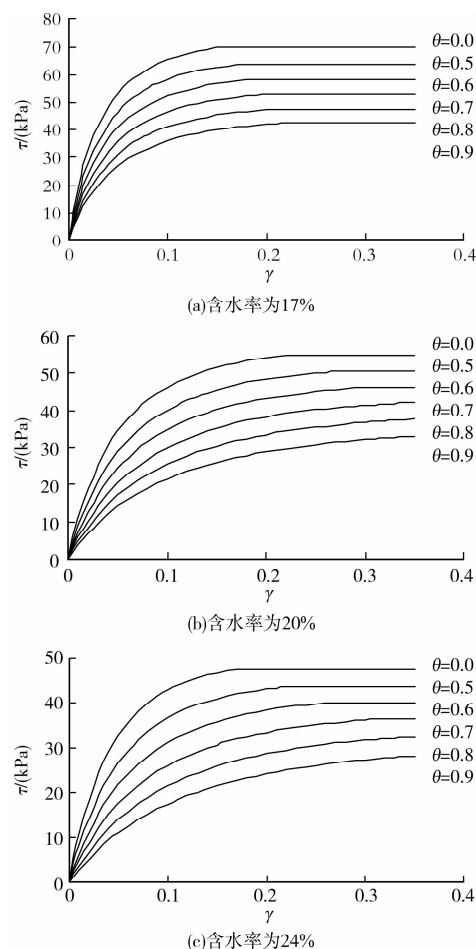


图 6 不同正向剪切比的接触面  $\tau-\gamma$  曲线模拟

4) 通过 4 组实验数据拟合和不同含水率、不同正向剪切比的接触面剪切算例,验证了该模型的正确性和有效性。

## 参考文献:

- [1] CLOUGH G W, DUNCAN J M. Finite element analyses of retaining wall behavior[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, 1971, 97(12): 1657-1673.
- [2] DESAI C S, MA YOU-ZHI. Modeling of joints and interfaces using the disturbed-stated concept [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1992, 16(1): 623-53.
- [3] YIN ZONG-ZE, ZHU HONG, XU GUO-HUA. Study of deformation in the interface between soil and concrete[J]. Computers and Geotechnics, 1995, 17(1): 75-92.

- [4] ZHOU GUO-QING, XIA HONG-CHUN, ZHAO GUANG-SI, et al. Nonlinear elastic constitutive model of soil-structure interfaces under relatively high normal stress [J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2007, 17(3): 301-305.
- [5] HU LI-MING, PU JIA-LIU. Testing and modeling of soil-structure interface[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004, 130(8): 851-860.
- [6] ZHANG GA, ZHANG JIAN-MIN. Constitutive rules of cyclic behavior of interface between structure and gravelly soil [J]. Mechanics of Materials, 2009, 41(1): 48-59.
- [7] 卢廷浩, 鲍伏波. 接触面薄层单元耦合本构模型[J]. 水利学报, 2000, 31(2): 71-75.  
LU TING-HAO, BAO FU-BO. Coupled constitutive model for interface thin-layer element[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000, 31(2): 71-75.
- [8] 张忠苗, 辛公锋, 俞洪良, 等. 软土地基管桩挤土浮桩与处理方法研究[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(5): 549-552.  
ZHANG ZHONG-MIAO, XIN GONG-FENG, YU HONG-LIANG, et al. Study on floating pipe piles and disposal measures in soft soil foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(5): 549-552.
- [9] 王伟, 卢廷浩, 宰金珉, 等. 土与混凝土接触面反向剪切单剪试验[J]. 岩土力学, 2009, 30(5): 1303-1306.  
WANG WEI, LU TING-HAO, ZAI JIN-MIN, et al. Negative shear test on soil-concrete interface using simple shear apparatus [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(5): 1303-1306.
- [10] WANG WEI, LU TINGHAO, SUN BINXIANG. Mathematical model for shear stress-strain relationship of soil-concrete interface during shear fracture process [J]. Key Engineering Materials, 2007, 348/349: 881-884.
- [11] 王伟, 卢廷浩, 周干武. 黏土非线性模型的改进切线模量[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(3): 458-463.  
WANG WEI, LU TING-HAO, ZHOU GAN-WU. Improved tangent modulus of nonlinear soil model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(3): 458-463.
- [12] 程涛, 晏克勤. 考虑应变强化的高压缩性黏土修正双曲线模型[J]. 土木建筑与环境工程, 2009, 31(5): 49-53.  
CHENG TAO, YAN KE-QIN. Modified hyperbolic model of high compressibility clay considering strain strengthening effects [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2009, 31(5): 49-53.

(编辑 胡 玲)