

doi:10.11835/j.issn.1674-4764.2017.02.012



# 基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型及其数值实现

李朝阳<sup>1</sup>, 谢强<sup>1</sup>, 康景文<sup>2</sup>, 赵梦怡<sup>1</sup>, 郭永春<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学地球科学与环境工程学院, 成都 610031;

2. 中建西南勘察设计研究院有限公司, 成都 610000)

**摘要:** 膨胀土的应力-应变关系与含水量的变化有关, 通过室内试验对膨胀土的变形、强度以及膨胀参数与含水量之间的关系进行研究, 以湿度应力场理论为基础, 提出了一个具有工程实用价值的基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型。依据 FLAC3D 数值模拟软件所提供的二次开发程序, 给出了该膨胀土弹塑性本构模型二次开发程序过程的基本原理以及模型的程序框图。结合渗流软件计算的湿度场分布, 进行膨胀土基坑边坡实例验算, 验证了该本构模型的正确性。

**关键词:** 含水量; 室内试验; 湿度应力场; 本构模型; 二次开发

**中图分类号:** TU47    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1674-4764(2017)02-0092-08

## Expansive soil elastic-plastic constitutive model based on Mohr Coulomb criterion and its numerical implementation

Li Zhaoyang<sup>1</sup>, Xie Qiang<sup>1</sup>, Kang Jingwen<sup>2</sup>, Zhao Mengyi<sup>1</sup>, Guo Yongchun<sup>1</sup>

(1. Faculty of Geosciences and Environmental Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, P. R. China;

2. China Southwest Geotechnical Investigation & Design Institute Co., Ltd., Chengdu 610000, P. R. China )

**Abstract:** The stress-strain relationship for expansive soil is associated with water content changing. Through the laboratory test of the relationship between the deformation, strength, expansion parameters of the expansive soil and the water content, a expansive soil elastic-plastic constitutive model based on Mohr Coulomb criterion which has engineering practical value is proposed according to the humidity stress field theory. In accordance with fundamental code-run-principle of FLAC3D software, the basic principle of the secondary development program and detailed analysis combined with the expansive soil elastic-plastic constitutive model are proposed. The correctness of the expansive soil constitutive model is verified through the demonstration calculation of an expansive soil slope, combined with the water content field calculated by Seepage software.

**Keywords:** water content; laboratory test; humidity stress field theory; constitutive model; secondary development

**收稿日期:** 2016-06-07

**基金项目:** 中建股份科技研发课题(CSCEC—2014—Z—48)

**作者简介:** 李朝阳(1990-), 男, 博士生, 主要从事岩土工程与地质工程研究, (E-mail)773675752@qq.com。

**Received:** 2016-04-07

**Foundation item:** China State Construction Engineering Corporation Technology Research and Development Project(No. CSCEC-2014-Z-48)

**Author brief:** Li Zhaoyang(1990-), PhD, main research interests: geotechnical engineering and geological engineering, (E-mail)773675752@qq.com.

膨胀土与水作用后会产生一系列的物理化学反应,引起膨胀土的膨胀效应和力学性能的改变<sup>[1]</sup>,在实际工程中,常见到如基坑边坡膨胀土吸水膨胀而失稳、建筑物地基不均匀胀缩变形造成开裂等。因此,从理论和工程实践上解决膨胀土的工程灾害研究具有重大的工程意义。

非饱和膨胀土本构模型的研究起步于 20 世纪 90 年代,孙德安等<sup>[2]</sup>和李舰<sup>[3]</sup>在文献中回顾了非饱和膨胀土本构模型研究的发展历程:1990 年 Alonso 等<sup>[4-5]</sup>提出非饱和土的经典弹塑性模型(BBM),给出了非饱和土本构关系的基本理论框架。随后 Gens 等<sup>[6]</sup>和 Alonso 等<sup>[7]</sup>基于 BBM 提出了适用于膨胀性非饱和土的双尺度本构模型,并且将其称为 BExM。卢再华等<sup>[8]</sup>、曹雪山等<sup>[9]</sup>和 Sanchez 等<sup>[10]</sup>对本构模型进行了分析和改进。同时, Hoffmann 等<sup>[11]</sup>、Alonso 等<sup>[12]</sup>和 Gens 等<sup>[13]</sup>将双尺度本构模型应用于解决膨胀性非饱和土的变形和渗流耦合的问题。李舰等<sup>[14]</sup>结合非饱和膨胀土的双尺度本构模型 BBxM 和湿陷性非饱和土的毛细-弹塑性变形耦合模型,建立了一个可预测非饱和膨胀土的毛细滞回和力学行为耦合的双尺度本构模型,2013 年建立了适用于双孔隙结构非饱和膨胀土本构模型的理论框架<sup>[15]</sup>,2014 年从宏观角度建立一个能描述非饱和膨胀土的基坑力学性质以及吸力循环作用下土的行为的弹塑性本构模型<sup>[16]</sup>。李吴刚等<sup>[17]</sup>综合考虑 G-A 模型与 SFG 模型的优缺点,通过引入 NL 屈服面对传统 SFG 模型进行改进,提出更为简单易用的膨胀土本构模型。另外, Sheng<sup>[18]</sup>、Chen<sup>[19]</sup>从宏观角度建立了可以描述膨胀性非饱和土行为的力学和水力耦合的本构模型。

以上膨胀性非饱和土的弹塑性模型的研究并没有直接考虑含水率或饱和度对膨胀土力学特性的影响,而是用吸力来表示非饱和的状态,工程应用难度较大。受热弹性力学理论启发,缪协兴等<sup>[20]</sup>提出膨胀岩体中的弹性湿度应力场理论;随后朱珍德等<sup>[21]</sup>在其基础上进行塑形修正,运用参变量变分原理对膨胀土塑形状态的本构模型进行了研究,提出了基于湿度应力场理论的膨胀岩弹塑性本构模型,并给出了相应的有限元形式,但是该模型并未对膨胀系数进行针对性的研究,应用于工程也较为复杂。陈茜等<sup>[22]</sup>认为非饱和土的变形与含水率及其变化有关,并在非饱和土计算模型中引入含水率,建立了相关经验公式。本文旨在提出一个以湿度应力场理论为基础,具有工程实用价值的膨胀土弹塑性本构

模型,简化目前膨胀土弹塑性本构研究中的塑性准则<sup>[21-23]</sup>,在摩尔-库仑准则的基础上,结合室内试验得到的含水量变化与变形、强度和膨胀参数变化之间的关系,提出基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型,并通过 FLAC3D 软件所提供的二次开发程序接口实现自定义本构计算;并以成都东郊某膨胀土基坑边坡为实例,通过室内试验、渗流计算得到含水量变化与变形、强度和膨胀参数变化之间的关系以及湿度场分布,采用该本构模型进行数值计算,计算结果与现场监测结果相吻合,验证了该本构模型的正确性。

## 1 基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型的建立

缪协兴受温度应力场理论的启发,提出了一种弹性湿度应力场理论。膨胀岩土在无约束条件下吸水会产生自由膨胀,给定含水量的变化  $\omega(x, t)$ ,  $x$  为位置坐标,  $t$  为时间,在弹性范围内的总应变为

$$\epsilon'_{ij} = \alpha \delta_{ij} \omega \quad (1)$$

式中:  $\alpha$  为湿度膨胀系数;  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 记号;  $\epsilon'_{ij}$  为含水量变化  $\omega$  时产生的膨胀应变,可通过试验获得其关系曲线。

在有约束条件下膨胀岩土吸水时,  $\epsilon'_{ij}$  不能自由发生,会产生膨胀应力,膨胀应力也要产生附加应变。因此,总应变变化为

$$\epsilon_{ij} = \epsilon''_{ij} + \epsilon'_{ij} \quad (2)$$

式中:  $\epsilon''_{ij}$  为附加应变,与膨胀应力之间服从 Hooke 定律,则总应变可表示为

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma + \alpha \delta_{ij} \omega \quad (3)$$

同时可写成总应力形式

$$\sigma_{ij} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \delta_{ij} \epsilon_{kk} + \frac{E}{1+\nu} \epsilon_{ij} - \alpha \frac{E}{1-2\nu} \delta_{ij} \omega \quad (4)$$

式中:  $E$ 、 $\nu$  分别为弹性模量、泊松比,均为含水量的函数,可通过试验获得相关关系曲线。

式(4)即为弹性状态下的总应力表达式,等式右边前两项即为用  $E$ - $\nu$  型模型表达的弹性模型,最后一项  $\alpha \frac{E}{1-2\nu} \delta_{ij} \omega$  即为膨胀效应产生的膨胀应力附加项,其中,  $\frac{E}{1-2\nu}$  可认为是膨胀效应时膨胀模量,是弹性模量  $E$ 、泊松比  $\nu$  的函数。

结合在 Mohr-Coulomb 模型中,当应力超过剪切、拉伸屈服准则,则进行塑形修正,其中剪切、拉伸

屈服准则与膨胀岩土强度参数  $c$ 、 $\varphi$  有关,均为含水量的函数,可通过试验获得相关关系曲线,式(5)中  $f^s$  表示剪切准则,式(7)中  $f^t$  表示拉伸准则, $\sigma^t$  表示拉伸强度。

$$f^s = \sigma_1 - \sigma_3 N_\varphi + 2c \sqrt{N_\varphi} \quad (5)$$

$$N_\varphi = \frac{1 + \sin(\varphi)}{1 - \sin(\varphi)} \quad (6)$$

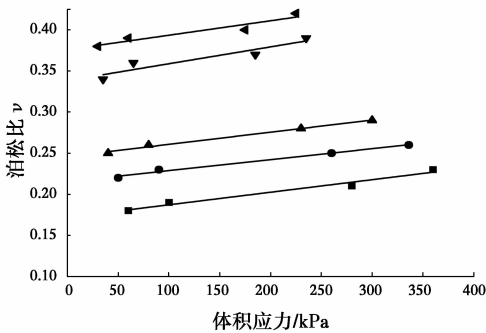
$$f^t = \sigma_3 - \sigma^t \quad (7)$$

$$\sigma_{\max}^t = \frac{c}{\tan \varphi} \quad (8)$$

上述方程再加上相关的边界条件、协调方程以及几何方程等就构成了非饱和膨胀土弹塑性本构方程,从而实现基于摩尔-库仑模型的膨胀土弹塑性本构模型,该本构模型中变形、强度和膨胀参数与含水量的变化关系均可通过室内试验得到。

### 1.1 变形参数

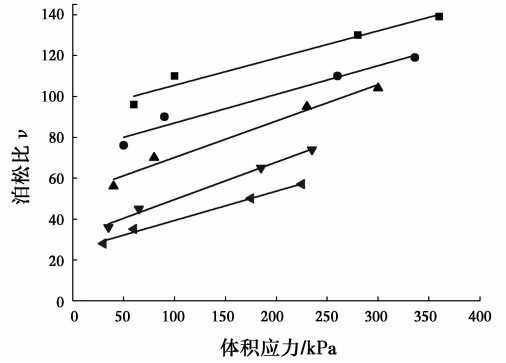
当土中微元所受的应力较小时,由于塑形变形较小,可将土体视为弹性材料。此时的应力应变关系可通过 Hooke 定理进行计算,即  $\sigma = [D_e] \{\epsilon\}$ 。谢定义等<sup>[24]</sup>对不同弹性参数表示的刚度矩阵进行了介绍,并讨论了常用的  $E$ - $\nu$  型模型和  $K$ - $G$  型模型。韦秉旭<sup>[23]</sup>通过 GDS 三轴试验对宁明膨胀土弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  进行了相关试验研究。本文在其基础上,采用 GDS 三轴仪对成都膨胀土进行  $k_0$  固结试验,试验土样取自成都东郊膨胀土分布区域,干密度  $1.7 \text{ g/cm}^3$ ,天然含水量  $20.6\%$ ,缩限含水量  $13.2\%$ ,自由膨胀率  $50\%$ 。研究弹性模型以及泊松比随含水量  $\omega$  和体积应力  $P$  的变化关系,试验结果见图 1、图 2 所示。



注: ■  $\omega=0.13$  ●  $\omega=0.16$  ▲  $\omega=0.19$  ▼  $\omega=0.22$  ◀  $\omega=0.25$

图 1 不同含水量下泊松比与体积应力的关系  
Fig. 1 The relationship between poisson and volume stress under different water content

根据不同含水量下泊松比、弹性模量与体积应力的变化曲线,进行多元线性回归,回归方程为



注: ■  $\omega=0.13$  ●  $\omega=0.16$  ▲  $\omega=0.19$  ▼  $\omega=0.22$  ◀  $\omega=0.25$

图 2 不同含水量下弹性模量与体积应力的关系  
Fig. 2 The relationship between elasticity modulus and volume stress under different water content

$$\nu = 0.0015 \times P + 0.5 + \frac{0.15 - 0.5}{1 + e^{\frac{\omega - 0.205}{0.435}}} \quad (9)$$

$$E = (0.63\omega + 0.05) \times P - 587.21\omega + 166.26 \quad (10)$$

### 1.2 强度参数

弹塑性本构模型将应变分为弹性应变与塑性应变两部分,计算过程中先进行屈服判定,当应力超过剪切、拉伸屈服准则,产生的塑性应变按塑性理论计算。在摩尔-库仑模型中屈服函数分为剪切屈服、拉伸屈服。由摩尔-库仑模型屈服函数(5)~(8)可知,屈服判定与土中应力以及强度参数  $c$ 、 $\varphi$  有关,通过不同含水量条件下成都膨胀土直剪试验,研究成都膨胀土强度参数随含水量的变化关系,试验结果见图 3~4。

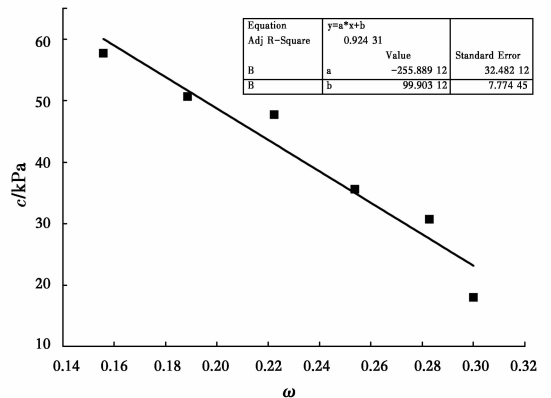


图 3 不同初始含水率下  $c$  值的变化规律  
Fig. 3 The relationship between cohesive force and initial water content

由图 4 可知,强度参数  $c$ 、 $\varphi$  随含水量的增加而降低,回归方程为:

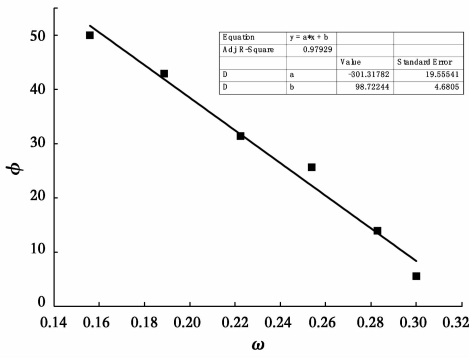


图 4 不同初始含水率下  $\phi$  值的变化规律

Fig. 4 The relationship between frictional angle and initial water content

$$c = -255.9 \omega + 99.9 \quad (11)$$

$$\phi = -301.3 \omega + 98.7 \quad (12)$$

### 1.3 膨胀参数

膨胀土与普通粘土的不同在于其遇水膨胀、失水收缩的膨胀特性,而膨胀参数是膨胀土膨胀特性的力学指标。为了研究膨胀土膨胀特性的影响因素,解决工程应用问题,不少学者进行了大量的膨胀试验研究,研究表明,膨胀土的膨胀特性与土样的干密度、含水量有关<sup>[25]</sup>。而在工程应用中,实际膨胀土工程干密度一定,导致工程出现变形破坏往往是因为降雨等涉水因素,降雨等导致土体含水量变化,但土体并未达到饱和状态,常规膨胀特性土工试验并不能满足工程应用。本文按照丁振洲<sup>[26]</sup>提出的等同样试验方法对成都膨胀土进行膨胀率随含水量变化的试验研究,测得试验曲线如图 5 所示。

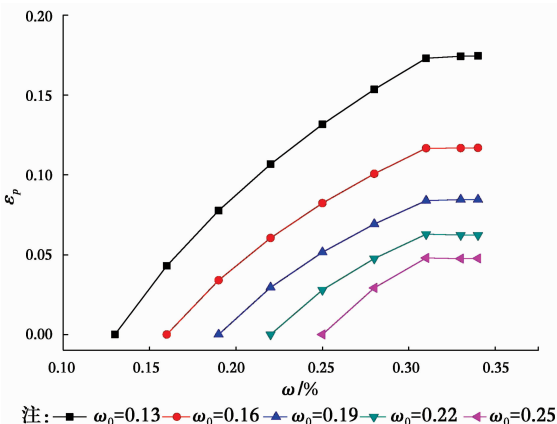


图 5 膨胀率随过程含水量变化曲线

Fig. 5 The relationship between the expansive ratio and the process of water content

由图 5 知,不同初始含水量条件下,土样自然膨胀力的增长趋势相近,对曲线形态进行近似拟合,见

式(13),即为膨胀土弹塑性本构模型中膨胀应变的表达式。

$$\epsilon_p = 0.004 \omega_0^{-1.863} \ln \frac{e(\omega - \omega_0) + (0.32 - \omega)}{0.32 - \omega_0} \quad (13)$$

## 2 膨胀土本构模型的二次开发

### 2.1 FLAC3D 的二次开发及程序流程图

目前,FLAC3D 的自定义本构模型可采用 Visual Studio 2005 编程来创建。用户通过 Visual Studio 生成命令创建一个动态链接库文件(后缀名为 .dll),这个动态链接库文件即为用来作为自定义本构模型的文件。在计算过程中 FLAC3D 程序会自动调用用户指定的动态链接库 DLL 文件,实现自定义本构模型的计算。

根据 FLAC3D 中摩尔-库仑本构模型的编写过程,考虑基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型程序流程图见图 6。

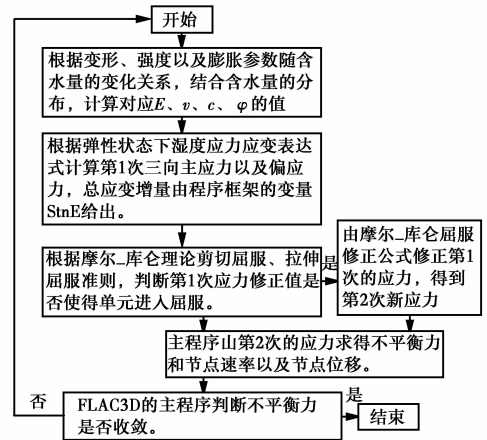


图 6 膨胀土本构模型程序流程图

Fig. 6 The program flow chart of the expansive soil constitutive model

### 2.2 二次开发的实现

膨胀土弹塑性本构模型的二次开发在 Visual Studio 2005 的环境中进行,主要开发工作包括头文件(后缀为 .h)和 C++ 源文件(后缀为 .cpp)的修改。有 3 个头文件可不用修改,分别是 stensor.h、axes.h 和 conmodel.h<sup>[27-28]</sup>。其中 stensor.h 文件为张量头文件,用户根据文件中的定义可以得到当前单元应力应变关系得到当前应力张量及其应力增量张量以及应变增量张量等;Ases.h 文件是坐标系头文件,主要用来定义坐标系。Conmodel.h 文件是本构模型结构体头文件,包含一个纯虚本构模型类

以及两个结构体,主要用来描述子单元状态的变量。

头文件的修改主要包括模型编号以及私有变量的重新定义,包括模型的参数及迭代所需要的中间变量。源文件的修改是二次开发的关键所在。源文件中有几个关键函数,分别为 Properties()、 SetProperty()、 Copy()、 Initialize()、 Run() 以及 SaveRestore()。最关键的两个函数是 Initialize() 函数和 Run() 函数。第 1 个函数是对模型计算中的变量进行初始化。在 FLAC3D 执行运行或执行大应变校正时,该函数执行一次。对于本文的膨胀土本构模型,需要初始化的参数有  $E$ 、 $\nu$ 、 $K$ 、 $G$ 、 $c$ 、 $\varphi$ 。第 2 个函数是整个模型开发中最重要的函数,主要包括塑性状态判断、根据弹性状态下湿度应力应变关系(式 4、9、10)计算三向主应力以及偏应力以及塑形判断与修正(式 5-8、11-12)。在 FLAC3D 在求解时会在每一个计算时间步内对每一个单元的单元调用此函数。主程序通过重载第 2 个函数即为本构模型的实现过程。

采用 Visual Studio 2005 编程软件实现上述文件修改后,即可创建一个动态链接库文件。在数值计算过程中,通过主程序调用此动态链接库文件,即可实现自定义本构模型的计算。

### 3 算例验证

所选算例为成都东郊某膨胀土基坑边坡,所在区域为著名的成都粘土(膨胀土)的分布区域。基坑边坡土体主要以弱-中等膨胀性的粘土层为主,粘土层天然含水率 18%。所选边坡支护工程为单排桩,基坑长 50 m,开挖深度 6 m,锚固深度 5 m;悬臂桩桩长 11 m,桩径 1 m;现场桩身变形测试点共 3 个,分别为 1#、2# 和 3#。通过现场量测桩间距,建立 FLAC3D 基坑边坡数值计算模型如图 7 所示。

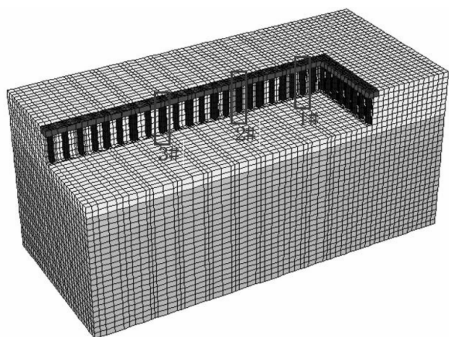


图 7 基坑数值计算模型

Fig. 7 Numerical calculation model of foundation pit

### 3.1 边坡含水量分布

降雨和水位变动是导致膨胀土边坡失稳的主要外因。在本文算例中,由于降水并持续抽水,地下水位对基坑边坡的影响较小,因此,降雨是造成边坡变形的主要外因。现场监测结果表明,24 h 持续大雨后,基坑边坡变形显著增加,以 3# 变形测试点为例,测试结果如图 8 所示。

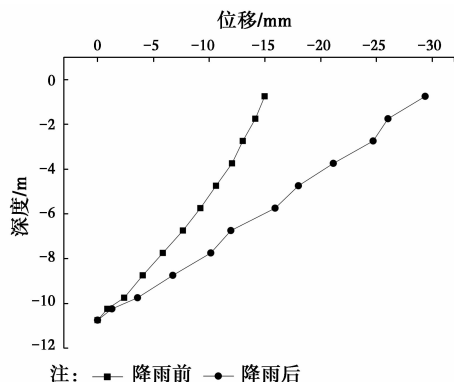


图 8 降雨前后边坡变形监测曲线

Fig. 8 Slope deformation monitoring curves before and after rainfall

袁俊平等<sup>[29]</sup>采用有限元数值模拟方法分析了边坡地形、裂隙位置、裂隙开展深度及裂隙渗透特性等对边坡降雨入渗的影响,结果表明,坡上位置的裂隙对边坡入渗影响较大。结合在成都膨胀土地区裂隙统计调查结果,确定影响降雨入渗的裂隙深度为 1 m 左右。

结合以上研究成果以及边界条件,采用 GeoStudio 2007 渗流模块建立基坑边坡降雨入渗简化模型,计算结果如图 9 所示,其中降雨强度 10 mm/h,降雨 24 h;初始体积含水量 33%,饱和体积含水量 53%,饱和渗透系数通过南 55 型渗透仪进行测定,测试结果饱和渗透系数为  $5.5 \times 10^{-8}$  m/s,考虑裂隙分布饱和渗透系数为  $2 \times 10^{-7}$  m/s,非饱和渗透系数通过土水特征曲线进行取值。

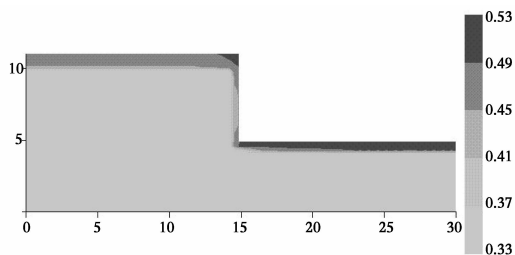


图 9 基坑边坡渗流计算结果云图

Fig. 9 The seepage calculation results nephogram of foundation pit

### 3.2 数值计算结果及分析

在进行降雨影响下数值计算之前,进行天然工况下的模拟计算,验证计算模型的正确性。提取数值模型变形测试点计算结果,与现场测试结果对比如图 10 所示,由图可知,数值计算结果与现场变形相近,变形相差不超过 $\pm 1$  mm。

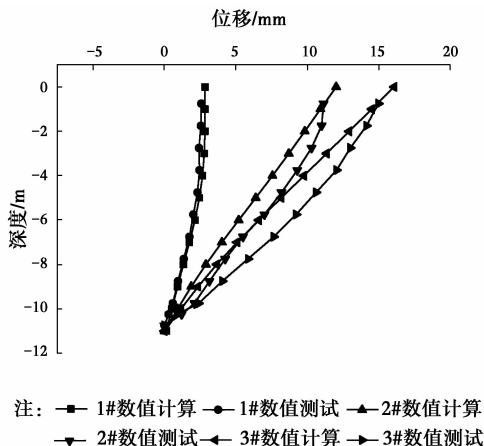


图 10 降雨前变形测试点变形对比曲线

Fig. 10 The contrast of the deformation monitoring curve before rainfall

根据 3.1 节中基坑边坡渗流计算结果,提取含水量的分布,赋值至基坑边坡数值计算模型,即为基坑边坡在大雨 24 h 后的湿度场,结合本文基于摩尔-库仑模型的膨胀土本构模型便可进行降雨影响下边坡的数值分析,计算结果如图 11 所示,由变形对比曲线可知,计算模型和现场边坡在降雨 24 h 后均产生了较大的变形,两者变形曲线相近,变形相差不超过 $\pm 3$  mm,验证了基于摩尔-库仑模型的膨胀土本构模型的正确性。

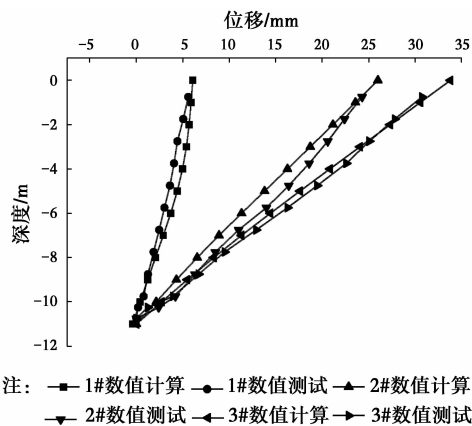


图 11 降雨后变形监测点变形对比曲线

Fig. 11 The contrast of the deformation monitoring curve after rainfall

## 4 结论

1)在湿度应力场理论上,考虑含水量变化与变形、强度和膨胀参数变化之间的关系,提出了基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型。

2)依据 FLAC3D 所提供的二次开发程序,结合基于摩尔-库仑准则的膨胀土弹塑性本构模型,研究了数值软件二次开发程序运行的基本原理,给出了自定义本构模型的程序框图和代码编写中的几个关键技术。

3)通过算例验证了二次开发的基于摩尔-库仑模型的膨胀土本构模型程序的正确性与合理性。

### 参考文献:

- [1] FREDLUND D G, RAHARDJO H. 非饱和土土力学 [J]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997. FREDLUND D G, RAHARDJO H. Unsaturated soil mechanics [J]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1997. (in Chinese)
- [2] 孙德安. 非饱和土的水力和力学特性及其弹塑性描述 [J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3217-3231. SUN D A. Hydro-mechanical behaviours of unsaturated soils and their elastoplastic modelling [J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30 (11): 3217-3231. (in Chinese)
- [3] 李舰. 膨胀性非饱和土的本构模型的研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2014. LI J. Research on the constitutive model for unsaturated expansive soils [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2014. (in Chinese)
- [4] ALONSO F E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils [J]. Géotechnique, 1990, 40(3): 405-430.
- [5] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils [J]. Géotechnique, 1990, 40(3): 405-430.
- [6] GENS A, ALONSO E E. A framework for the behaviour of unsaturated expansive clays [J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29(6): 1013-1032.
- [7] ALONSO E E, VAUNAT J, GENS A. Modelling the mechanical behaviour of expansive clays [J]. Engineering Geology, 1999, 54(1/2): 173-183.
- [8] 卢再华, 王权民, 陈正汉. 非饱和膨胀土本构模型的试验研究及分析 [J]. 地下空间, 2001, 21(5): 379-385. LU Z H, WANG Q M, CHEN Z H. Research on the constitutive model of unsaturated expansive soil [J].

- Underground Space, 2001, 21 (5): 379-385. (in Chinese)
- [9] 曹雪山. 非饱和膨胀土的弹塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 27(7): 832-837.
- CAO X S. Elastoplastic constitutive model of unsaturated expansive soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 27(7): 832-837. (in Chinese)
- [10] SÁNCHEZ M, GENS A, NASCIMENTO GUIMARAES L, et al. A double structure generalized plasticity model for expansive materials [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, 29(8): 751-787.
- [11] HOFFMANN C. Caracterización hidromecánica de mezclas de pellets de bentonita. Estudio experimental y constitutive [D]. Barcelona: Universitat Politècnica de Catalunya, 2005.
- [12] ALONSO E E, Romero E, HOFFMANN C. Hydromechanical behaviour of compacted granular expansive mixtures: experimental and constitutive study [J]. Géotechnique, 2011, 61(4): 329-344.
- [13] GENS SOLÉ A, VÁLLEJAN B, SÁNCHEZ M, et al. Hydromechanical behaviour of a heterogeneous compacted soil: experimental observations and modelling [J]. Geotechnique, 2011, 61(5): 367-386.
- [14] 李舰, 赵成刚, 黄启迪. 膨胀性非饱和土的双尺度毛细-弹塑性变形耦合模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(11): 2127-2133.
- LI J, ZHAO C G, HUANG Q D. Constitutive modeling with double-scale pore structure for coupling of capillary hysteresis and stress-strain behaviors in unsaturated expansive soils [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(11): 2127-2133. (in Chinese)
- [15] 李舰, 赵成刚, 蔡国庆, 等. 双孔隙结构膨胀性非饱和土功的表达式及其本构模型的理论框架[J]. 科学通报, 2013, 58(13): 1255-1263.
- LI J, ZHAO C Q, CAI G Q, et al. The input work expression and the thermodynamics-based modeling framework for unsaturated expansive soils with double porosity [J]. China Science Bull, 2013, 58(13): 1255-1263. (in Chinese)
- [16] 李舰, 赵成刚, ASREAZAD S. 适用于吸力循环作用的膨胀性非饱和土本构模型[J]. 岩土工程学报, 36(1): 132-139.
- LI J, ZHAO C G, ASREAZAD S. Constitutive model for unsaturated expansive soils under suction cycles [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 36(1): 132-139. (in Chinese)
- [17] 李吴刚, 杨庆, 刘文化, 等. 基于 SFG 模型的非饱和膨胀土本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2015, 37(8): 1449-1453.
- LI W G, YANG Q, LIU W H, et al. Constitutive model for unsaturated expansive clays based on SFG model [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, 37(8): 1449-1453. (in Chinese)
- [18] SHENG D, SLOAN S W, GENS A. A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects [J]. Computational Mechanics, 2004, 33(6): 453-465.
- [19] CHEN R. Experimental study and constitutive modelling of stress-dependent coupled hydraulic hysteresis and mechanical behaviour of an unsaturated soil [D]. HongKong: HongKong University of Science and Technology, 2007.
- [20] 缪协兴, 杨成永, 陈至达. 膨胀岩体中的湿度应力场理论[J]. 岩土力学, 1993, 14(4): 49-55.
- MIAO X X, YANG C D, CHEN Z D. The humidity in the expansion of rock mass stress field theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 1993, 14(4): 49-55. (in Chinese)
- [21] 朱珍德, 张爱军, 张勇, 等. 基于湿度应力场理论的膨胀岩弹塑性本构关系[J]. 岩土力学, 2004, 25(5): 700-702.
- ZHU Z D, ZHANG A J, ZHANG Y, et al. Elastoplastic constitutive law of swelling rock based on humidity stress field theory [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(5): 700-702. (in Chinese)
- [22] 陈茜, 郭鸿. 非饱和土本构模型中考虑含水率的应力-应变曲线的构建方法[J]. 土木建筑与环境工程, 2015, 37(4): 97-104.
- CHEN X, GUO H. Method of stress-strain relationship curve considering water contents in unsaturated soil constitutive model [J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2015, 37(4): 97-104. (in Chinese)
- [23] 韦秉旭. 宁明灰黑色膨胀土实用型本构模型研究[J]. 公路, 2008, 3: 151-156.
- WEI B X. The research on practical constitutive model for ningming expansive soils [J]. Highway, 2008, 3: 151-156. (in Chinese)
- [24] 谢定义, 姚仰平, 党发宁. 高等土力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2008.
- XIE D Y, YAO Y P, DANG F N. Advanced Soil

- Mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008. (in Chinese)
- [25] 谭罗荣, 孔令伟. 膨胀土膨胀特性的变化规律研究 [J]. 岩土力学, 2004, 25(10): 1555-1559.  
TAN L R, KONG L W. Study on variation regularity of swelling behavior of expansive soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25 (10): 1555-1559. (in Chinese)
- [26] 丁振洲, 郑颖人, 李利晟. 膨胀力变化规律试验研究 [J]. 岩土力学, 2007, 28(7): 1328-1332.  
DING Z Z, ZHENG Y R, LI L S. Trial study on variation regularity of swelling force [J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(7): 1328-1332. (in Chinese)
- [27] 褚卫江, 徐卫亚, 杨圣奇, 等. 基于 FLAC3D 岩体黏弹塑性流变模型的二次开发研究 [J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 2005-2010.  
CHU W J, XU W Y, YANG S Q, et al. Secondary development of a viscoelasto-plastic rheological constitutive model of rock based on FLAC3D [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27 (11): 2005-2010. (in Chinese)
- [28] Itasca Consulting Group, Inc. Fast Lagrangian analysis of continua in three dimensions (version 2.1), user's manual [R]. Minnesota: Itasca Consulting Group, Inc., 2003.
- [29] 袁俊平, 殷宗泽. 考虑裂隙非饱和膨胀土边坡入渗模型与数值模拟 [J]. 岩土力学, 2004, 25 (10): 1581-1586.  
YUAN J P, YIN Z Z. Numerical model and simulation of expansive soils slope infiltration considered fissures [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(10): 1581-1586. (in Chinese)

(编辑 胡玲)