

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2024.087



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



基于密度-应力双状态参量的黏土状态硬化模型

李海潮¹, 李欣宇¹, 张宇辉¹, 李涛¹, 贺佐跃²

(1. 中国民航大学交通科学与工程学院, 天津 300300; 2. 广东省交通规划设计研究院集团股份有限公司, 广州 510507)

摘要:超固结黏土的强度和变形特性受初始孔隙比、应力路径和前期固结应力等状态因素影响。为了描述超固结黏土的状态相关性,首先定义密度状态参量和应力状态参量,分别表征当前状态点和对偶状态点与临界状态线之间的孔隙比之差,然后推导出新的应力-状态方程,最后采用状态硬化法则描述当前状态点所在下加载面的硬化规律,进而建立适用于超固结黏土的状态硬化模型。将模型计算结果与不同类型黏土在排水和不排水条件下的三轴压缩试验结果进行对比分析发现,该状态硬化模型均取得良好的计算效果。结果表明,应力历史会对黏土的应力-状态方程产生影响,该方程包含的密度状态参量和应力状态参量在土样达到临界状态后均趋近于零,两者可分别用于表征土样的密实程度和干湿状态。在此基础上提出的状态硬化法则能够较合理地描述超固结黏土在排水剪切条件下的应变软化和剪胀特性,以及在不排水剪切条件下的有效应力路径和超孔隙水压演变规律。建立的黏土状态硬化模型属于单屈服面模型,形式较为简单,包含的材料参数可由常规室内试验结果进行标定,在工程实践中具有良好的理论应用前景。

关键词:黏土; 状态边界面; 下加载面; 状态硬化; 本构关系

中图分类号: TU442 **文献标志码:** A **文章编号:** 2096-6717(2026)04-0034-10

State hardening model of clay based on density and stress state parameters

LI Haichao¹, LI Xinyu¹, ZHANG Yuhui¹, LI Tao¹, HE Zuoyue²

(1. Transportation Science and Engineering College, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, P. R. China;
2. Guangdong Communication Planning & Design Institute Group Co., Ltd., Guangzhou 510507, P. R. China)

Abstract: The strength and deformation characteristics of overconsolidated clay depend on state factors such as initial void ratio, stress path and preconsolidation pressure. To characterize the state dependence of overconsolidated clay, we define two state parameters: the density-state parameter and the stress-state parameter. The former describes the void ratio difference between the current state point and the corresponding state on the critical state line, and the latter describes that between the dyadic state point and the critical state line. A new stress-state equation is then derived. Finally, the state hardening rule is adopted to describe the hardening law of the subloading surface where the current state point lies, and a state hardening model suitable for overconsolidated

收稿日期: 2024-06-14

基金项目: 天津市教委科研计划(XJ2022009601); 天津市教委自然科学基金(2018KJ245)

作者简介: 李海潮(1991-), 男, 博士, 主要从事岩土材料的本构关系和大变形破坏数值计算研究, E-mail: haichao821@outlook.com.

Received: 2024-06-14

Foundation items: Tianjin Municipal Education Commission Scientific Research Program (No. XJ2022009601); Tianjin Municipal Education Commission Scientific Research Program (No. 2018KJ245)

Author brief: LI Haichao (1991-), PhD, main research interests: mechanical behaviours of geomaterials and numerical simulations in practice involving large deformation, E-mail: haichao821@outlook.com.

clay is established. Comparisons between model predictions and triaxial compression test results of different clays under drained and undrained conditions show that the proposed model exhibits good performance. The results show that stress history affects the stress-state equation of clay. The density-state and stress-state parameters in this equation approach zero when the soil reaches the critical state, and they characterize the compactness and moisture state of the soil respectively. The proposed state hardening rule can reasonably describe the strain softening and dilatancy of overconsolidated clay under drained shear, as well as the effective stress paths and the evolution of excess pore water pressure under undrained shear. The established clay state hardening model has a simple form with a single yield surface. Its material parameters can be calibrated by conventional laboratory tests, so it has good prospects for theoretical application in engineering practice.

Keywords: clay; state boundary surface; subloading surface; state hardening; constitutive relation

在建立土的本构关系时,需采用简单且物理意义明确的力学概念,包含的材料参数也应该易于测量。如 Yu^[1]基于状态参量概念^[2]建立的黏土和砂土统一本构模型(clay and sand model, CASM)能合理地描述不同类型岩土材料在复杂应力路径条件下的力学行为,在岩土工程中得到广泛应用^[3-4]。不过,原始 CASM 模型采用与剑桥模型(Cam-Clay, CC)^[5]和修正剑桥模型(modified Cam-Clay, MCC)^[6]相同的体积硬化法则,在描述超固结黏土的应变软化和剪胀特性时存在明显不足。

为了更好地描述土的应变软化和剪胀特性, Yu 等^[7]在 CASM 模型中引入边界力学概念^[8],从而得到光滑连续的应力-应变曲线。Jocković 等^[9]、Kang 等^[10]、董肖龙等^[11]、刘红等^[12]、吉华等^[13]、李舰等^[14]也开展了类似的研究工作。此外, Yao 等^[15-17]基于下加载面力学概念^[18]建立了同时适用于黏土和砂土的统一硬化模型。郭浩天等^[19]给出了砂土状态相关本构模型在 ABAQUS 中的数值实现方法, Xiao 等^[20-22]针对不同类型岩土材料的本构关系开展了细致研究。不过,上述模型通常具有双屈服面结构,需要引入额外的边界面或下加载面来表征土的参考状态。Dafalias 等^[23]认为,任意微小扰动都会导致土的状态发生不可逆变化,且存在零弹性区间,在加载过程中土的当前应力状态点始终位于屈服面上并处于屈服状态。该假定为探究不同类型土的力学行为提供了新的研究思路,由此可以建立只包含单一界面的砂土 SANISAND-Z 模型。Petalas 等^[24]给出了该模型的隐式应力积分算法。李海潮等^[25]基于双参数屈服函数建立的黏土和砂土模型同样采用了该假定。此外, Li 等^[26]、Kim 等^[27]和 Sun 等^[28]针对黏土本构关系所开展的理论工作同样值得关注。

笔者首先基于 CASM 模型提出新的应力-状态方程,分别采用密度状态参量和应力状态参量来确定当前状态点及其对偶状态点与临界状态线之间的相对位置关系,随后提出新的状态硬化法则来描

述屈服面的硬化规律,并且建立适用于黏土的状态硬化(clay state hardening, CSH)模型。CSH 模型属于单屈服模型,将模型计算结果与不同类型超固结黏土的三轴压缩试验结果进行对比,均取得良好的拟合效果,验证了模型的合理性。

1 理论框架

如无特别说明,本文应力均为有效应力,且体积变形以压为正。在三维应力空间中,有效平均主应力 p 、偏应力 q 和应力比 η 分别表示为

$$p = \text{tr}(\boldsymbol{\sigma})/3; q = \sqrt{3/2s:s}; \eta = \sqrt{3/2r:r} \quad (1)$$

式中:符号“:”表示张量缩并; $\boldsymbol{\sigma}$ 为应力张量; s 为偏应力张量, $s = \boldsymbol{\sigma} - p\boldsymbol{I}$,其中 \boldsymbol{I} 为二阶单位张量;偏应力张量比 r 可以表示为 $r = s/p$ 。

1.1 修正应力状态方程

假定在 $e-\ln p$ 平面土的正常固结压缩曲线(normal compression line, NCL)与临界状态线(critical state line, CSL)平行,并且均满足半对数关系,其中 e 为有效平均主应力 p 对应的当前孔隙比。根据图 1,在剪切过程($\eta \neq 0$)中, NCL 向下移动,得到各向异性压缩曲线(anisotropic compression line, ACL)^[17]。当土体处于超固结状态时,当前状态点 A 位于斜率为 κ 的回弹曲线上,其对偶状态点 B 则位于回弹曲线与各向异性压缩曲线 ACL 的交点处,两者对应的有效平均主应力分别为 p_A 和 p_B 。此外,回弹曲线与临界状态线 CSL 和正常固结压缩曲线交点处对应的有效平均主应力分别为 p_{cs} 和 p_0 。

参考 Been 等^[2]提出的状态参量力学概念,定义土的当前状态点及其对偶状态点与临界状态线的孔隙比之差分别为密度状态参量 ψ_e 和应力状态参量 ψ_p ,如图 1 所示。

根据几何关系,可以分别得到 ψ_e 和 ψ_p 的表示式,即

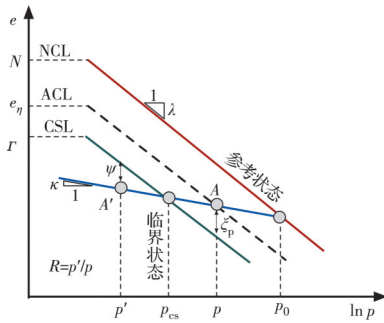


图 1 应力-状态方程力学示意图

Fig. 1 Schematic plot of stress-state equation

$$\psi_e = (\lambda - \kappa) \ln(p_A/p_{cs}) \quad (2a)$$

$$\psi_p = (\lambda - \kappa) \ln(p_B/p_{cs}) \quad (2b)$$

式中: λ 为等向压缩曲线的斜率; κ 为回弹曲线的斜率。

通过简单的数学变换, 可以建立两者之间的联系, $\psi_e - \psi_p = (\lambda - \kappa) \ln(p_A/p_B)$ 。定义相似因子 R 为当前状态点和对偶状态点对应的有效平均主应力之间的比值, 即, $R = p_A/p_B$, 由此可以得到

$$\psi_e - \psi_p = (\lambda - \kappa) \ln R \quad (3)$$

对于正常固结黏土, 当前状态点和对偶状态点重合且位于正常固结压缩曲线上, 即 $p_A = p_B$, 此时 $\psi_e - \psi_p = 0$; 反之, 对于超固结黏土, 在加载初始时刻, 对偶状态点位于正常固结压缩曲线上, 其对应的有效平均主应力 p_B 等于前期固结应力 p_0 , 此时相似因子 R 与土体的超固结比 R_{oc} 之间满足关系式 $R = 1/R_{oc}$ 。在剪切过程中, 当前状态点和对偶状态点最终重合于临界状态线上的某一点, 土体超固结性的破坏促使 ψ_e 和 ψ_p 均等于零。因此, 相似因子 R 可以用于描述黏土的超固结性。

不同于 CASM 模型所采用的应力-状态方程, 本文假定应力比 η 为关于应力状态参数 ψ_p 的函数, 即

$$\left(\frac{\eta}{M_{cs}}\right)^n = 1 - \frac{\psi_p}{(\lambda - \kappa) \ln r} \quad (4)$$

式中: M_{cs} 为临界状态应力比; r 为间距比; n 为应力-状态系数。

将式(3)代入式(4)可以得到修正应力-状态方程

$$\left(\frac{\eta}{M_{cs}}\right)^n = 1 + \frac{\ln R}{\ln r} - \frac{\psi_e}{(\lambda - \kappa) \ln r} \quad (5)$$

根据式(5), 令 $R = 1$ 可以得到 CASM 模型的应力-状态方程, 即

$$\left(\frac{\eta}{M_{cs}}\right)^n = 1 - \frac{\psi_e}{(\lambda - \kappa) \ln r} \quad (6)$$

上述应力-状态方程的主要不足在于, 当 $\eta = 0$ 时, $\psi_e = (\lambda - \kappa) \ln r$, 由于间距比 r 的值只取决于土的类型, 由此可以推论, 在剪切初始时刻, 密度状态参数 ψ_e 与初始孔隙比等因素无关, 该推论与实际情况不符。而由给出的修正应力-状态方程可以得到 $\psi_e = (\lambda - \kappa) \ln(rR)$, 这表明密度状态参数 ψ_e 与土体的应力历史有关。该方程能够为超固结黏土复杂力学行为的描述带来便利。

在实际计算过程中, 可以根据土样当前的孔隙比 e 确定密度状态参数 ψ_e 的值, 即 $\psi_e = e - e_{cs} = e + \lambda \ln p - \Gamma$, 其中 Γ 为参考应力 $p_r = 1$ kPa 时临界状态线上的孔隙比。

为了得到对偶状态点所在屈服面的表达式, 整理式(5), 得到应力状态参数 ψ_p 关于应力比 η 的函数, 即

$$\psi_p = (\lambda - \kappa) \left[1 - \left(\frac{\eta}{M_{cs}}\right)^n \right] \ln r \quad (7)$$

其次, 根据图 1 给出的几何关系, 得到 ψ_p 关于有效平均主应力 p 的表达式, 即 $\psi_p = (\lambda - \kappa) \ln(rp/p_0)$, 其中 p_0 为前期固结应力。将其代入式(7)可以得到

$$f(p, q, p_0) = \ln \frac{p}{p_0} + \left(\frac{\eta}{M_{cs}}\right)^n \ln r = 0 \quad (8)$$

式(8)与 CASM 模型的屈服函数保持一致。如图 2 所示, 当 $r = 2.817$ 且 $n = 1$ 时, 可以由式(8)直接得到原始剑桥模型的屈服函数; 而当 $r = 2$ 且 $n = 1.6$ 时, 则可以近似得到修正剑桥模型的屈服函数。

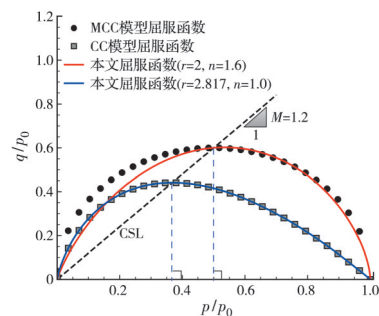


图 2 剑桥模型和修正剑桥模型屈服面的统一描述

Fig. 2 Unified description of yield surfaces for the Cam-clay and modified Cam-clay models

图 3 给出了应力-状态系数 n 对屈服面几何形状的影响规律, 可以看出, 增大 n 会导致位于临界状态线上方的屈服面向内收缩, 而位于下方的屈服面向外扩张。表明在达到临界状态之前土体偏应力已达到局部峰值, 该结论与松砂在液化过程中的力学响应保持一致^[29]。

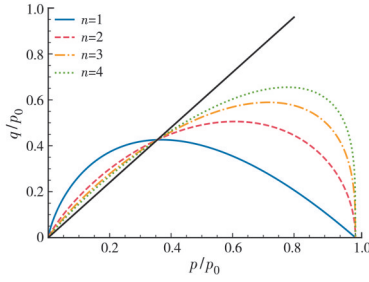


图 3 应力状态系数 n 对屈服面形状的影响

Fig. 3 Effect of the stress-state index n on the shapes of the yield locus

1.2 剪胀方程和塑性流动方向

CASM 模型最早采用 Rowe 应力-剪胀方程^[30]来描述土的剪胀特性。然而,对于低应力比的应力路径,如等向压缩和一维固结等,Rowe 应力-剪胀方程预测的剪胀量与试验结果存在较大差别。为此,Yu 等^[1]建议采用广义应力-剪胀方程来描述黏土的剪胀特性。笔者采用的高阶应力-剪胀方程与之类似,但在形式上更为简洁,可以表示为^[31]

$$d = \frac{M_{cs}^n - \eta^n}{2\eta^{n-1}} \quad (9)$$

式中:剪胀因子 d 为塑性体积应变增量 $d\epsilon_v^p$ 和塑性剪切应变增量 $d\epsilon_s^p$ 的比值,即 $d = d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p$ 。当黏土试样分别处于正常固结和超固结状态时,剪胀因子 d 随应力比 η 的变化规律如图 4 所示。

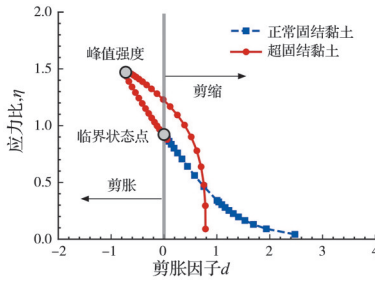


图 4 剪胀因子 d 随应力比 η 的变化规律

Fig. 4 Evolution of the dilatancy ratio d with the stress ratio η

将该高阶应力-剪胀方程代入式(10)所示积分表达式,可以得到一个新的塑性势函数,见式(11)。

$$\int_{p_0}^p \frac{dp}{p} + \int_0^\eta \frac{d\eta}{\eta + d} = 0 \quad (10)$$

$$g(p, q, p_0) = \ln \frac{p}{p_0} + \frac{2}{n} \ln \left[1 + \left(\frac{\eta}{M_{cs}} \right)^n \right] = 0 \quad (11)$$

将式(11)代入式(12)所示塑性流动方向 m_f ,即可确定剪切过程中土的塑性流动方向,即

$$m_f = \frac{\partial g / \partial \sigma}{\left\| \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\|} \quad (12a)$$

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial g}{\partial p} \right) I + \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial g}{\partial q} \right) \frac{s}{\|s\|} \quad (12b)$$

式中塑性势函数 g 关于有效平均主应力 p 和偏应力 q 的偏导数分别为

$$\frac{\partial g}{\partial p} = \frac{1}{p} \frac{M_{cs}^n - \eta^n}{M_{cs}^n + \eta^n}, \quad \frac{\partial g}{\partial q} = \frac{1}{q} \frac{2\eta^n}{M_{cs}^n + \eta^n} \quad (13)$$

1.3 下加载面和加载方向

根据零弹性区间理论^[23],即使微小的扰动也会导致土体的状态发生不可逆变化,据此假定在任意加载时刻土体当前的应力状态点始终位于下加载面^[32]上,如图 5 所示。

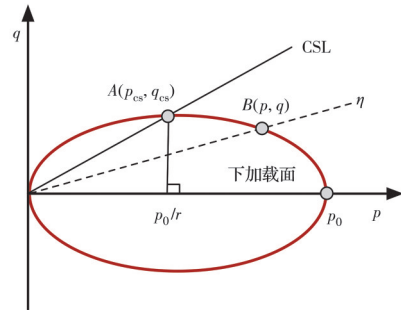


图 5 下加载面力学示意图

Fig. 5 Schematic plot of the subloading surface

由于应力水平、加载路径和初始孔隙比等因素会对土的强度和变形规律产生影响,引入新的状态参量 S_h 作为下加载面的硬化参量,并将式(8)改写为

$$f = \ln \frac{p}{p_{x0}} + \left(\frac{\eta}{M_{cs}} \right)^n \ln r - \frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \int \delta_h d\epsilon_v^p = 0 \quad (14)$$

式中: p_{x0} 为下加载面的初始位置。

参考塑性流动方向 m_f ,定义加载方向 n_f 为

$$n_f = \frac{\partial f / \partial \sigma}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\|}, \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial g}{\partial p} \right) I + \sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{\partial g}{\partial q} \right) \frac{s}{\|s\|} \quad (15)$$

式中:屈服函数 f 关于有效平均主应力 p 和偏应力 q 的偏导数分别为

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{1}{p} \left[1 - n \left(\frac{\eta}{M_{cs}} \right)^n \ln r \right] \quad (16a)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{n \ln r}{q} \left(\frac{\eta}{M_{cs}} \right)^n \quad (16b)$$

1.4 状态硬化法则

为了确定状态硬化参量 S_h 的演变规律,根据密度状态参量 ϕ_e 和应力状态参量 ϕ_p 的物理内涵提出新的状态硬化法则。

密度状态参量 ϕ_e 可用于表征剪切过程中砂土的密实程度。如图 6 所示,在 $e-\ln p$ 平面,如果砂土当前的应力状态点位于临界状态线的下方,可以称

之为密砂($\psi_e < 0$),反之则为松砂($\psi_e > 0$)。在排水剪切过程中,密砂具有明显的应变软化和剪胀特性,而松砂在不排水条件下则容易发生液化,强度下降的同时会产生超孔隙水压^[33]。

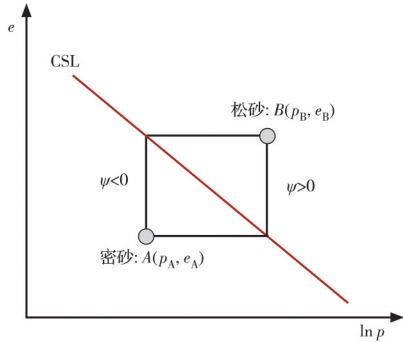


图 6 密度状态参数 ψ_e 的力学示意图

Fig. 6 Schematic plot of the density-state parameter ψ_e

应力状态参数 ψ_p 可用于描述黏土的干湿状态,即在 p - q 平面中土的应力状态点与临界状态线之间的相对位置关系,如图 7 所示。当应力状态点位于临界状态线上方时,黏土试样在不排水剪切条件下会产生负的超孔隙水压,可以将该区域屈服面称为“干域”;反之则为“湿域”。

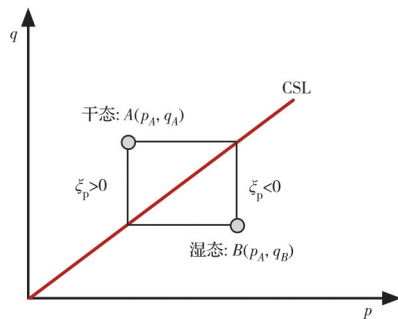


图 7 应力状态参数 ψ_p 的力学示意图

Fig. 7 Schematic plot of the pressure-state parameter ψ_p

综上所述,可以分别采用密度状态参数 ψ_e 和应力状态参数 ψ_p 来表征土体的密实程度和干湿状态。据此,假定状态硬化参数 S_h 的表达式为

$$S_h = \left(2 - \frac{\psi_e}{\psi_p} \right) \cdot \exp \left(\frac{\psi_p - \psi_e}{\lambda - \kappa} \right) \quad (17)$$

对于正常固结黏土, $\psi_e = \psi_p$, 由式(17)可以得到 $S_h = 1$, 此时状态硬化法则退化为修正剑桥模型所采用的体积硬化法则。上述状态硬化法则不需要引入额外的材料参数,也能够有效描述应力水平、加载路径和相对密度等因素对下加载面硬化规律的影响。

参考修正剑桥模型,假定黏土的体变模量 κ 和剪切模量 G 分别为

$$K = \frac{(1 + e_0)p}{\kappa}, G = \frac{3(1 - 2\nu)}{2(1 + 2\nu)} K \quad (18)$$

式中: ν 为泊松比。

图 8 分别给出了 CASM 模型和 CSH 模型对 Weald 黏土^[1]排水三轴压缩试验结果的拟合效果,且给出了剪切过程中密度状态参数 ψ_e 和应力状态参数 ψ_p 随轴向应变 ϵ_a 的变化规律。由图 8(a)可见,建立的 CSH 模型计算效果优于 CASM 模型,两者虽具有相同材料参数,但采用的硬化法则不同。由图 8(b)可见,正常固结黏土的初始应力状态点位于等向压缩曲线上,对应 ψ_e 的初始值大于零。在剪切过程中 ψ_e 逐渐减小并最终趋近于零,应力状态点将运动至临界状态线上。对于重度超固结黏土,其初始应力状态点可能会位于临界状态线下方,此时 ψ_e 的初始值小于零。最后,应力状态参数 ψ_p 的初始值恒定为 $(\lambda - \kappa) \ln r$, 在正常固结条件下 ψ_p 的变化规律与 ψ_e 相似。不过,在超固结条件下, ψ_p 首先不断减小,直至试样达到其峰值应力状态,此时 ψ_p 小于零,随后 ψ_p 反向增加并最终趋近于零,如图 8(c) 所示。

建立的黏土状态硬化 CSH 模型可以视作 CASM 模型的拓展,两者具有相似的材料参数,不过由于采用修正应力-状态方程和状态硬化法则,CSH 模型能够更合理地描述初始孔隙比和前期固结应力等因素对土的力学行为的影响,尤其是应变软化和剪胀特性。理论上 CSH 模型能够统一描述黏土和砂土的力学行为,不过本文的主要研究对象为黏土,模型材料参数及其取值范围如表 1 所示^[1]。

2 模型验证

2.1 Black kaolin 黏土

基于 Black kaolin 黏土^[34]排水三轴压缩试验结果给出了 CSH 所包含材料参数的确定方法,并且探究了间距比 r 对模型计算结果的影响。

图 9 为 Black kaolin 黏土在 e - $\ln p$ 平面中的等向压缩曲线 NCL、临界状态线 CSL 及其回弹曲线试验结果。采用单对数关系,得到参考应力 $p_r = 1$ kPa 对应的 NCL 和 CSL 上的孔隙比 N 和 Γ 分别为 2.533、2.450; 压缩模量 λ 和回弹模量 κ 分别为 0.243、0.082。根据间距比 r 的定义,即 $N - \Gamma = (\lambda - \kappa) \ln r$, 计算得到 Black kaolin 黏土的 r 值为 1.67。

此外,当前期固结应力 $p_0 = 800$ kPa 时,超固结比 R_{oc} 分别为 1、2、4、8 所对应试样的初始孔隙比 e_0 分别为 0.916、0.973、1.03、1.087。在此基础上,根据 Black kaolin 黏土的排水三轴压缩试验结果可以

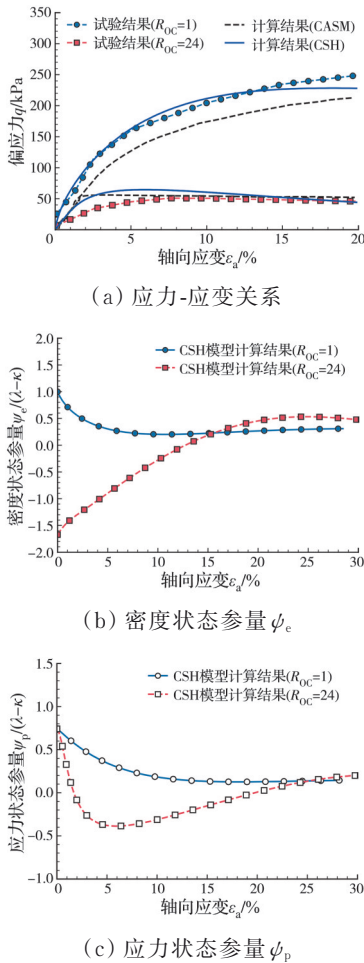


图 8 应力状态参数 ϕ_p 和密度状态参数 ϕ_e 演化规律
Fig. 8 Evolution of the stress-state parameter ϕ_p and the density-state parameter ϕ_e

表 1 CSH 模型材料参数取值范围^[1]

Table 1 Values of the CSH model parameters

材料参数	取值范围
应力状态比 M_{cs}	0.8~1.4
参考临界状态孔隙比 Γ	1.8~3.0
压缩模量 λ	0.1~0.3
回弹模量 κ	0.01~0.06
泊松比 ν	0.15~0.35
间距比 r	1.0~3.0
应力状态系数 n	1.0~5.0

得到不同超固结比条件下的应力-状态曲线,如图 10 所示。从图 10 可以看出,在充分剪切变形后,所有应力-状态曲线交汇于图中给出的临界状态点,此时有 $\phi_e=0$ 且 $\eta=M_{cs}$ 。采用提出的修正应力-状态方程,可以简单地令 $R=1$,并由正常固结土样的试验结果确定应力-状态系数 n 的取值, $n=1.86$ 。

最后,采用 CSH 模型对 Black kaolin 的三轴压缩排水试验结果进行计算,以验证模型的有效性。根据 Yin 等^[35]的研究,Black kaolin 黏土的 $M_{cs}=0.84$,泊松比 $\nu=0.25$ 。表 2 给出了 Black kaolin 黏

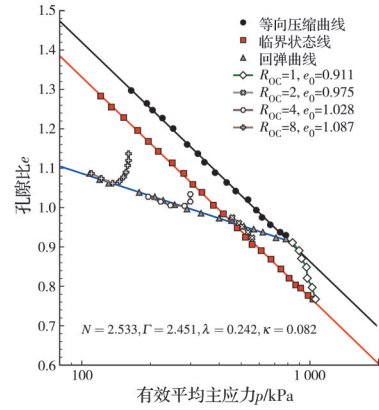


图 9 Black kaolin 黏土^[34]的等向压缩曲线和临界状态线
Fig. 9 NCL and CSL of Black kaolin clay^[34]

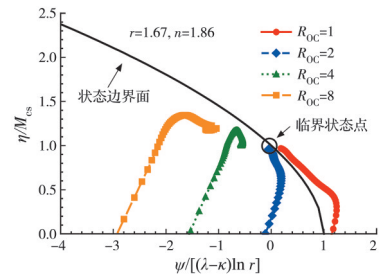


图 10 Black kaolin 黏土^[34]的状态边界面

Fig. 10 State boundary surface of Black kaolin clay^[34]

的材料参数。

表 2 Black kaolin 黏土^[34]的 CSH 模型材料参数

Table 2 CSH model parameters of Black kaolin clay^[34]

M_{cs}	Γ	λ	κ	ν	r	n
0.84	2.450	0.243	0.082	0.25	1.67	1.86

Black kaolin 黏土的排水三轴压缩试验结果如图 11 所示。可以看出,CSH 模型计算得到的应力-应变曲线和孔隙比的演化规律与试验结果十分接近。此外,通过调整间距比 r 的取值能够有效提高模型的计算精度。根据图 11(b),在加载初始阶段土体处于压密状态,其孔隙比 e 不断减小。不过对于超固结土样,当应力状态越过 p - q 平面中的相变状态线后,可以观察到土体的体积变形呈明显的剪胀特性。

CSH 模型计算得到的应力-剪胀曲线如图 12 所示,可以看出,土样的剪胀因子 d 的初始值随着 R_{oc} 的增大而减小,当 R_{oc} 分别为 1、2、4、8 时,对应的潜在峰值强度应力比分别为 0.87、0.90、1.01、1.16,呈上升趋势。

2.2 Karlsruhe kaolin 黏土

为了进一步探究不排水剪切条件下正常固结和超固结黏土的超孔隙水压演化规律,采用 CSH 模型对 Karlsruhe kaolin 黏土^[36]的不排水三轴压缩试验结果进行计算,试验方案如图 13 所示。

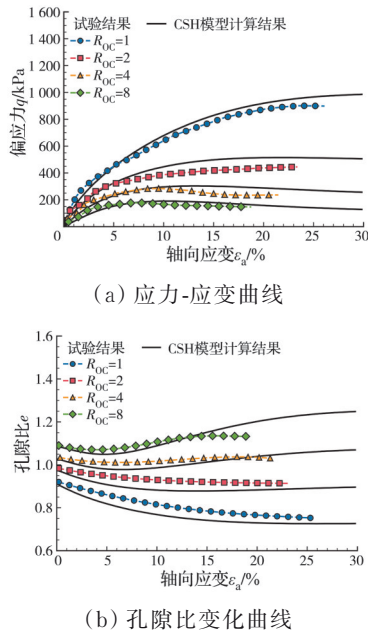


图 11 Black kaolin 黏土^[34]排水三轴压缩试验结果和模型计算结果的对比

Fig. 11 Comparison between the drained triaxial test data and the CSH model predictions of Black kaolin clay^[34]

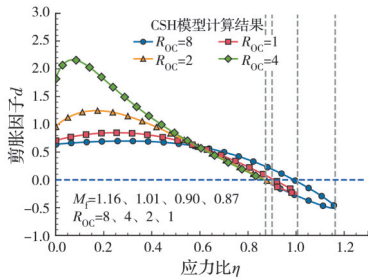


图 12 Black kaolin 黏土^[34]应力-剪胀曲线模型计算结果
Fig. 12 Model-predicted stress-dilation curves of Black kaolin clay^[34]

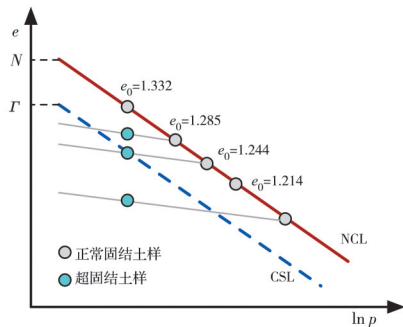


图 13 Karlsruhe kaolin 黏土^[36]试验方案
Fig. 13 Testing program of Karlsruhe kaolin clay^[36]

根据 Wichtmann 等^[36]的研究, Karlsruhe kaolin 黏土取自德国 Hirschau, 相对密度 $\rho_g = 2.675 \text{ g/cm}^2$, 液限 W_L 和塑限 W_p 分别为 47.2% 和 35.0%, 土体最小粒径和最大粒径分别为 0.001、0.06 mm。Karlsruhe kaolin 黏土的 CSH 模型材料参数如表 3

所示。

表 3 Karlsruhe kaolin 黏土^[36]的 CSH 模型材料参数
Table 3 SCH model parameters of Karlsruhe kaolin clay^[36]

M_{cs}	Γ	λ	κ	ν	r	n
0.88	1.772	0.102	0.052	0.25	2.2	1.2

在试验过程中, 首先将正常固结重塑土样等向压缩至 100、200、300、400 kPa, 试样的初始孔隙比 e_0 分别为 1.332、1.285、1.244、1.214, 然后进行不排水三轴压缩试验。由图 14 可以看出, 在正常固结条件下, CSH 模型能够准确刻画 Karlsruhe kaolin 黏土的力学行为, 如应力-应变曲线、超孔隙水压和有效应力路径等。

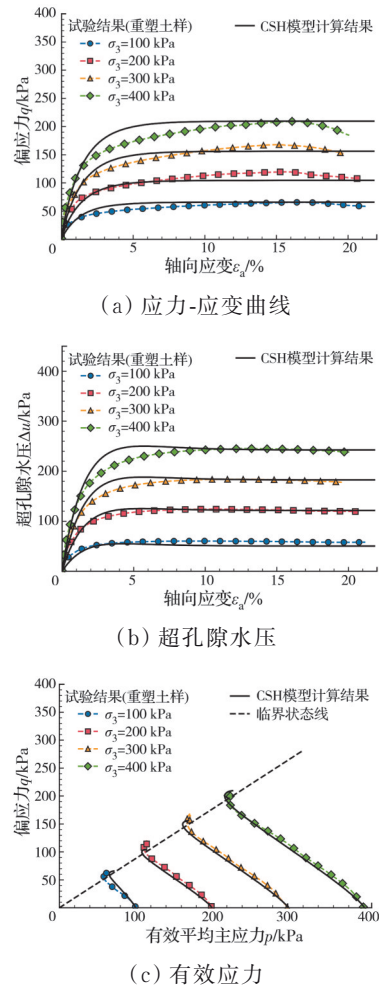


图 14 正常固结 Karlsruhe kaolin 黏土^[36]不排水三轴压缩试验结果和模型验证

Fig. 14 Undrained triaxial test data and model predictions of normally consolidated Karlsruhe kaolin clay^[36]

随后, Wichtmann 等^[36]开展了超固结 Karlsruhe kaolin 黏土的不排水三轴压缩试验。试验过程中正常固结重塑土样首先被等向压缩至 100、200、400、800 kPa, 然后卸载至 100 kPa, 得到 R_{OC} 分别为 1、2、

4、8的超固结土样,其初始孔隙比 e_0 分别为1.332、1.223、1.174、1.009。

试验结果和CSH模型计算结果如图15所示。可以看出,虽然模型计算得到的应力-应变曲线和有效应力路径与试验结果存在一定差异,但整体上能够较好地反映其变化特点。而模型计算得到的超孔隙水压演化规律则与试验结果较为接近,根据图15(c),在不排水剪切过程中,正常固结或弱超固结土样会产生正超孔隙水压,而当 $R_{oc}=8$ 时会产生负超孔隙水压,其最大值约-20 kPa。该计算结果表明,CSH模型能合理地描述超固结比对黏土不排水剪切行为的影响,尤其是超孔隙水压的演化规律,可以用于地基沉降和降雨条件下土质边坡失稳破坏等工程实践。

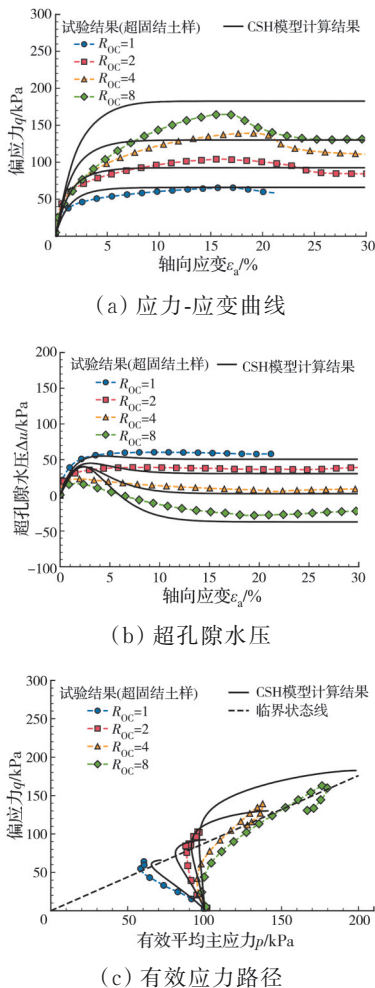


图 15 超固结 Karlsruhe kaolin 黏土^[36]不排水三轴压缩试验结果和模型验证

Fig. 15 Undrained triaxial test data and model predictions of overconsolidated Karlsruhe kaolin clay^[36]

2.3 Fujinomori 黏土

为验证CSH模型对于不同加载路径下黏土的力学行为的描述效果,在平均主应力一定的条件下,

采用CSH模型对Fujinomori黏土^[37]的排水三轴压缩和三轴拉伸试验结果进行计算。试验过程中,Fujinomori黏土的围压分别为98、196、196、196 kPa, R_{oc} 分别为8、4、2、1,初始孔隙比 e_0 分别为0.727、0.713、0.76、0.81。根据Nakai等^[37]的研究,Fujinomori黏土的内摩擦角 $\phi=33.7^\circ$,由此得到压缩和拉伸条件下土体的临界状态应力比 M_{cs} 分别为1.36和0.94,其余材料参数如表4所示。

表 4 Fujinomori 黏土^[37]的CSH模型材料参数取值

Table 4 Value of CSH model parameters of Fujinomori clay

M_{cs}	Γ	λ	κ	ν	r	n
1.36,0.94	1.23	0.093	0.02	0.3	2.1	1.4

在平均主应力一定的条件下,Fujinomori黏土的排水三轴压缩和拉伸试验结果和CSH模型计算结果分别如图16、图17所示。根据图16(a)、17(a),当 R_{oc} 等于4和8时,CSH模型计算得到的峰值强度大于实测值,但整体上能够反映Fujinomori黏土应力-应变曲线的变化规律。

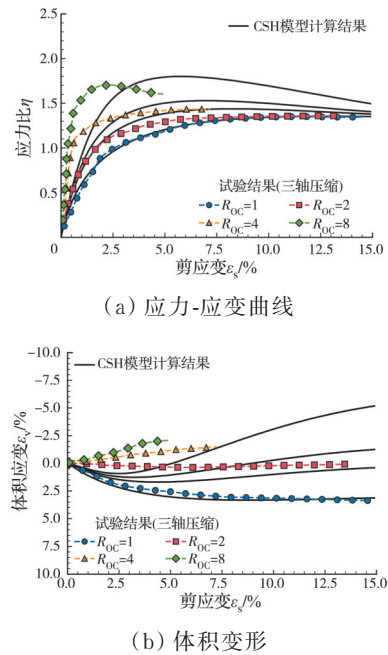


图 16 Fujinomori 黏土^[34]不排水三轴压缩试验结果和模型验证

Fig. 16 Vndrained triaxial compression test data and model predictions of Fujinomori clay^[34]

另一方面,CSH模型对Fujinomori黏土的体积变形规律有良好的描述效果,见图16(b)、17(b)。对于正常固结和弱超固结黏土,试样的体积不断减小并处于剪缩状态;随着 R_{oc} 逐渐增大,试样的体积变形逐渐由剪缩转变为剪胀,在后续加载过程中,试样的应力-应变曲线发生明显软化。

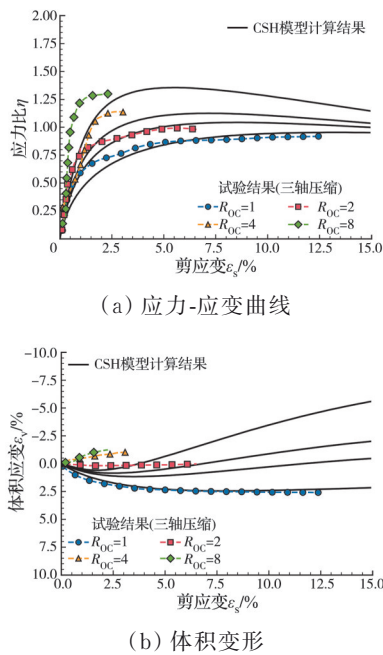


图 17 Fujinomori 黏土^[37]不排水三轴拉伸试验结果和模型验证

Fig. 17 Undrained triaxial extension test data and model predictions of Fujinomori clay^[37]

3 结论

定义了新的应力-状态方程,并采用状态硬化法则建立了适用于黏土的状态硬化 CSH 模型。该模型可用于描述不同类型黏土的排水和不排水三轴压缩试验结果,得到以下主要结论:

1) CSH 模型分别定义密度状态参量和应力状态参量来表征土的密实状态和干湿状态,由此提出的应力-状态方程能够考虑初始孔隙比和前期固结应力对状态边界面的影响。

2) CSH 模型采用状态硬化法则来描述当前应力点所在的下加载面,能够在不引入额外材料参数的情况下合理描述超固结黏土的应变软化和剪胀特性。

3) 理论上,CSH 模型可以通过改变间距比的值来统一描述黏土和砂土的力学特性。对于后者的模型计算效果尚有待进一步探究。

参考文献

- [1] Yu H S. CASM: a unified state parameter model for clay and sand[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, 22(8): 621-653.
- [2] Been K, Jefferies M. A state parameter for sands[J]. Geotechnique, 1985, 35: 99-112.
- [3] Mo P Q, Yu H S. Drained cavity expansion analysis with a unified state parameter model for clay and sand[J].

- Canadian Geotechnical Journal, 2018, 55(7): 1029-1040.
- [4] Mo P Q, Yu H S. Undrained cavity expansion analysis with a unified state parameter model for clay and sand[J]. Géotechnique, 2017, 67(6): 503-515.
- [5] Roscoe K, Schofield A, Wroth C. On the yielding of soils[J]. Géotechnique, 1958, 8: 22-53.
- [6] Roscoe K H, Burland J B. On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay[C]//Engineering Plasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1968. 535-609.
- [7] Yu H S, Khong C, Wang J. A unified plasticity model for cyclic behaviour of clay and sand[J]. Mechanics Research Communications, 2007, 34(2): 97-114.
- [8] Dafalias Y F. Bounding surface plasticity. I: Mathematical foundation and hypoplasticity[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(9): 966-987.
- [9] Jocković S, Vukićević M. Bounding surface model for overconsolidated clays with new state parameter formulation of hardening rule[J]. Computers and Geotechnics, 2017, 83: 16-29.
- [10] Kang X S, Liao H J, Leng X L. An enhanced bounding surface plasticity model for soft rock subjected to drained and undrained condition[J]. Computers and Geotechnics, 2020, 127: 103742.
- [11] 董肖龙, 胡小荣, 陈晓宇. 正常固结原状饱和黏性土的三剪统一结构性本构模型[J]. 土木建筑与环境工程, 2018, 40(3): 86-93.
Dong X L, Hu X R, Chen X Y. Triple-shear unified structured constitutive model for undisturbed saturated clay in normal consolidation[J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2018, 40(3): 86-93. (in Chinese)
- [12] 刘红, 陈琴梅, 卢黎, 等. 考虑温度影响的非关联弹性饱和黏土本构模型[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42(4): 53-59.
Liu H, Chen Q M, Lu L, et al. Temperature-dependent non-associated elastic-plastic constitutive model for saturated clay[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2020, 42(4): 53-59. (in Chinese)
- [13] 吉华, 孙逸飞. 堆石料的三维应力分数阶本构模型[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2022, 44(4): 27-34.
Ji H, Sun Y F. Three-dimensional stress-fractional constitutive model for rockfill[J]. Journal of Civil and Environmental Engineering, 2022, 44(4): 27-34. (in Chinese)
- [14] 李舰, 赵成刚, 刘艳, 等. 适用于膨胀性非饱和土的边界面模型的数值实现[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, 36(10): 2551-2562.
Li J, Zhao C G, Liu Y, et al. Numerical implementation of a bounding surface model for unsaturated expansive clays[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, 36(10): 2551-2562. (in Chinese)
- [15] Yao Y P, Hou W, Zhou A N. UH model: Three-dimen-

- sional unified hardening model for overconsolidated clays [J]. *Géotechnique*, 2009, 59(5): 451-469.
- [16] Zhao R K, Zhou A N, Yao Y P. The UTUH model: a time-dependent unified hardening constitutive model for unsaturated soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2024, 19(4): 1649-1666.
- [17] Yao Y P, Liu L, Luo T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, 110: 326-343.
- [18] Hashiguchi K. Subloading surface model in unconventional plasticity[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1989, 25(8): 917-945.
- [19] 郭浩天, 孙增春, 梁放, 等. 砂土状态相关本构模型在 ABAQUS 中的数值实现方法[J]. *土木与环境工程学报(中英文)*, 2024, 46(2): 246-248.
Guo H T, Sun Z C, Liang F, et al. Numerical implementation method of state-dependent constitutive model of sand in ABAQUS[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2024, 46(2): 246-248. (in Chinese)
- [20] Xiao Y, Cui H, Zaman M, et al. Constitutive modeling for biocemented calcareous sands[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2024, 24(8): 04024167.
- [21] Xiao Y, Sun Z C, Wang N H, et al. Thermo-mechanical behavior of sand-clay mixtures: Part II : constitutive modeling[J]. *Acta Geotechnica*, 2024, 19(6): 3389-3399.
- [22] Xiao Y, Cui H, Zaman M, et al. Constitutive modeling for biocemented calcareous sands[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2024, 24(8): 04024167.
- [23] Dafalias Y F, Taiebat M. SANISAND-Z: zero elastic range sand plasticity model[J]. *Géotechnique*, 2016, 66(12): 999-1013.
- [24] Petalas A L, Dafalias Y F. Implicit integration of incrementally non-linear, zero-elastic range, bounding surface plasticity[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, 112: 386-402.
- [25] 李海潮, 童晨曦, 马博, 等. 基于双参数屈服函数的黏土和砂土非正交单屈服面模型[J]. *岩石力学与工程学报*, 2020, 39(11): 2319-2327.
Li H C, Tong C X, Ma B, et al. A non-orthogonal single yield surface model for clays and sands based on a two-parameter yield function[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2020, 39(11): 2319-2327. (in Chinese)
- [26] Li W L, Guo N, Yang Z X. STZ-Clay: a shear-transformation-zone theory based constitutive model for clay[J]. *International Journal of Plasticity*, 2024, 176: 103958.
- [27] Kim S, Finno R J. Inverse analysis of Hypoplastic Clay model for computing deformations caused by excavations [J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 122: 103499.
- [28] Sun Y F, Huang X B, Gu C L. Stress-fractional model for clay based on yielding and hardening rules considering thermomechanical restriction[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2024, 167: 104870.
- [29] Tafili M, Triantafyllidis T. State-dependent dilatancy of soils: Experimental evidence and constitutive modeling [M]//Triantafyllidis T, ed. *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*. Cham: Springer International Publishing, 2019: 54-84.
- [30] Rowe P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 1962, 269(1339): 500-527.
- [31] 李海潮, 张升, 沈远. 考虑温度影响的岩土材料高阶屈服函数[J]. *岩石力学与工程学报*, 2018, 37(12): 2795-2803.
Li H C, Zhang S, Shen Y. A high order yield function for geo-materials considering the effect of temperature[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2018, 37(12): 2795-2803. (in Chinese)
- [32] Hashiguchi K. Foundations of elastoplasticity: Subloading surface model[M]. Array Cham, Switzerland: Springer, 2017
- [33] Triantafyllou P K, Georgiannou V N, Pavlopoulou E M, et al. Strength and dilatancy of sand before and after stabilisation with colloidal-silica gel[J]. *Géotechnique*, 2022, 72(6): 471-485.
- [34] Zervoyannis C. Etude synthétique des propriétés mécaniques des argiles saturées et des sables sur chemin œdométrique et triaxial de révolution[D]. Chatenay-Malabry: Ecole Centrale Paris Chatenay- Malabry, 1982.
- [35] Yin Z Y, Xu Q, Hicher P Y. A simple critical-state-based double-yield-surface model for clay behavior under complex loading [J]. *Acta Geotechnica*, 2013, 8(5): 509-523.
- [36] Wichtmann T, Triantafyllidis T. Monotonic and cyclic tests on kaolin: a database for the development, calibration and verification of constitutive models for cohesive soils with focus to cyclic loading[J]. *Acta Geotechnica*, 2018, 13(5): 1103-1128.
- [37] Nakai T, Hinokio M. A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters[J]. *Soils and Foundations*, 2004, 44(2): 53-70.