

DOI: 10.11835/j.issn.2096-6717.2024.061



开放科学(资源服务)标识码 OSID:



骨架支承式鞍形膜结构的风致响应和可靠度参数分析

陈梓焯¹, 刘长江¹, 李栋², 郑周练^{3,4}, 刘坚¹, 刘治¹, 刘燕云⁵

(1. 广州大学土木与交通工程学院, 广州 510006; 2. 福州大学土木工程学院, 福州 350116;

3. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 4. 重庆建筑工程职业学院, 重庆 400072;

5. 四川省宜宾市叙州区住房和城乡建设局, 四川 宜宾 644603)

摘要:膜结构对风荷载敏感,在风荷载作用下会产生大幅振动位移,且其抗风设计缺乏可靠度理论支撑,建立膜结构在风荷载作用下的随机振动模型与可靠度理论可为其抗风设计提供参考。以骨架支承式鞍形膜结构为对象,基于冯·卡门大挠度理论与势流理论建立风荷载作用下的随机振动理论模型;采用摄动法结合 MATLAB 软件求解得到风致动力响应的近似理论公式;根据位移首次超越破坏准则建立骨架支承式鞍形膜结构的可靠度功能函数,并利用一次二阶矩法计算得到可靠指标与失效概率;开展骨架支承式鞍形膜结构的风洞试验,从流速与压强角度分析膜面各点的振动规律;引入百分比差异指标对理论结果与试验结果进行对比验证,并对影响可靠度的参数开展敏感性分析。结果表明,理论与试验结果吻合良好。矢跨比、预张力及风速均会影响膜结构可靠度,且从失效概率的变化趋势可知,相较于其他变量,矢跨比对膜结构可靠度的影响最为显著。

关键词:鞍形膜结构;随机振动;风致响应;结构可靠度;一次二阶矩法

中图分类号: TU311.3 文献标志码: A 文章编号: 2096-6717(2026)04-0125-09

Wind-induced response and reliability parameter analysis of skeleton-supported saddle membrane structures

CHEN Ziyue¹, LIU Changjiang¹, LI Dong², ZHENG Zhoulian^{3,4}, LIU Jian¹,
LIU Zhi¹, LIU Yanyun⁵

(1. School of Civil Engineering and Transportation, Guangzhou University, Guangzhou 510006, P. R. China;

2. School of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, P. R. China; 3. School of Civil Engineering,

Chongqing University, Chongqing 400045, P. R. China; 4. Chongqing Vocational College of Architecture and

Engineering, Chongqing 400072, P. R. China; 5. Housing and Urban-Rural Development Bureau of Xuzhou District,

Yibin City, Sichuan Province, Yibin 644603, Sichuan, P. R. China)

收稿日期: 2024-03-28

基金项目: 国家自然科学基金(52108121); 广东省基础与应用基础研究基金(2019A1515011063); 广州市科技计划项目(202102010455)

作者简介: 陈梓焯(1998-), 男, 主要从事结构抗风与可靠度研究, E-mail: chenziye2021@163.com。

刘长江(通信作者), 男, 博士, 教授, E-mail: cjliu@gzhu.edu.cn。

李栋(通信作者), 男, 博士, 副教授, E-mail: dongli@fzu.edu.cn。

Received: 2024-03-28

Foundation items: National Natural Science Foundation of China (No. 52108121); Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (No. 2019A1515011063); Guangzhou Science and Technology Project (No. 202102010455)

Author brief: CHEN Ziyue (1998-), main research interests: wind resistance and reliability of structure, E-mail: chenziye2021@163.com.

LIU Changjiang (corresponding author), PhD, professor, E-mail: cjliu@gzhu.edu.cn.

LI Dong (corresponding author), PhD, associate professor, E-mail: dongli@fzu.edu.cn.

Abstract: Membrane structures are sensitive to wind loads and generate large vibrational displacements under wind loads, while the wind-resistant design of membrane structures lacks support from reliability theory. The random vibration model and reliability theory of membrane structures under wind load can provide a reference for the wind-resistant design of membrane structures. The skeleton-supported saddle membrane structure is taken as the object. Based on Von Karman's large deflection theory and potential flow theory, the theoretical model of random vibration under wind load is established, and the approximate theoretical formula of wind-induced dynamic response is obtained using the perturbation method combined with MATLAB software. In accordance with the first-passage failure criterion of displacement, the reliability performance function of the skeleton-supported saddle membrane structure is established, and the reliability index and failure probability are obtained by means of the first-order second-moment method. The wind tunnel test of the skeleton-supported saddle membrane structure is conducted, and the vibration law at each point of the membrane is analyzed in terms of flow velocity and pressure. The percentage difference is introduced to compare the theoretical results with the experimental results, and the sensitivity analysis of the parameters affecting the reliability is carried out. The results show that the theoretical results are in good agreement with the experimental results. The rise-span ratio, pretension and wind speed all have a certain influence on the reliability of membrane structures. However, an examination of the trend of failure probability indicates that the rise-span ratio exerts a more substantial influence on the reliability of membrane structures than other variables.

Keywords: saddle membrane structure; random vibration; wind-induced response; structural reliability; first-order second-moment method

膜结构主要由膜材料以及起支承固定作用的骨架组成,具有重量轻、抗拉强度高、抗震性能好等优点。因其独特的力学性能,可实现较大矢跨比,常被设计为各类负高斯曲率的空间造型,极具观赏性,广泛应用于现代大跨度空间结构,如体育场馆、文化设施等。结构在服役期间会受到风荷载、雨荷载、冰雹冲击等外部荷载作用。Song等^[1]研究了封闭式与开放式膜结构屋盖的气动稳定性。Li等^[2]分析了暴雨荷载作用下预张力矩形膜结构的随机振动问题。Liu等^[3]探究了随机冲击荷载作用下鞍形膜结构的动力学特征。

风荷载对建筑结构的影响范围最大、作用时间最长,且随机性较强^[4],作用方向具有不确定性。因此,风荷载引起的结构振动同样具备随机性,需要采用随机过程与概率统计相结合的随机振动理论进行研究。目前,膜结构风致动力响应的研究方法主要包括解析理论、数值模拟及风洞试验^[5-7]。Sun等^[8]采用大涡模拟方法探究了垂直风向波动下大跨度屋面的风压特征,对比分析鞍形、波浪形及连续拱形屋顶的风致振动响应与风压分布规律。Kandel等^[9]通过风洞试验开展拱形支承膜结构的风致响应研究,系统分析风向、矢跨比、风速等参数的影响规律。Wang等^[10]结合风洞试验与数值模拟探究了褶皱膜结构的风致响应以及风速、风向对褶皱变形的影响机制。为确保膜结构在服役期内正常发挥预

定功能,保证结构设计具有足够可靠度,有必要开展风荷载作用下膜结构的可靠度研究。目前已有诸多成熟方法可用于建筑结构可靠度求解,如矩法、蒙特卡罗法、响应面法、概率密度演化法等^[11-15]。杨朋超等^[16]采用四阶矩法计算地震作用下消能构件的动力可靠度。丁雅杰等^[17]提出一种基于贝叶斯推理的非线性结构模型修正方法,针对复合随机振动系统建立动力可靠度分析方法,并采用蒙特卡罗法验证计算结果。在膜结构可靠度研究领域,Li等^[18]分析了圆形膜结构在冲击荷载下的随机振动规律,采用矩法与蒙特卡罗法求解结构可靠度,为膜结构随机振动与可靠度研究提供参考。

目前尚未有关于风荷载作用下膜结构的随机振动机理与可靠度理论的研究。笔者结合解析理论与风洞试验,探究骨架支承式鞍形膜结构在风荷载下的动力响应与可靠度,通过理论与试验结果对比,分析矢跨比、预张力、风速3相参数对膜结构可靠度的影响规律。

1 随机振动和可靠度理论

1.1 骨架支承式鞍形膜结构的非线性随机振动方程

将骨架支承式鞍形膜结构的理论模型视为四边简支结构,如图1所示。该模型的初始曲面函数可由式(1)表示。

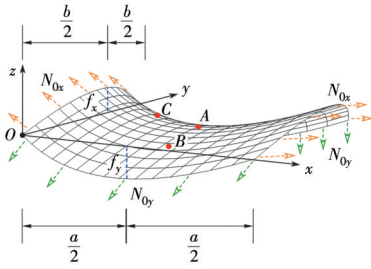


图 1 骨架支承式鞍形膜结构的理论模型

Fig. 1 Theoretical model of skeleton-supported saddle membrane structure

$$z_0(x, y) = \frac{f_y x(x-a)}{(a/2)^2} - \frac{f_x y(y-b)}{(b/2)^2} \quad (1)$$

式中: a, b 分别为 x, y 方向的尺寸; f_x, f_y 分别为 x, y 方向的矢高; N_{0x}, N_{0y} 分别为 x, y 方向上的初始预张力。图 1 中 A, B, C 的坐标分别为 $(a/2, b/2), (a/2, b/4), (a/4, b/2)$ 。

Liu 等^[19]结合板壳理论与冯·卡门大挠度理论,建立了骨架支承式鞍形膜结构在动力荷载作用下的横向振动平衡方程与相容方程,见式(2)、式(3)。

$$-\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} h + N_{0x}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} h + N_{0y}\right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + c \frac{\partial w}{\partial t} - K_{0x} h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - K_{0y} h \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = p(x, y, t) \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_{0x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - K_{0y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} + \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} \quad (3)$$

式中: $\varphi = \varphi(x, y, t)$ 为膜应力函数, t 为时间; h 为膜厚度; $w = w(x, y, t)$ 为位移响应函数; ρ_0 为膜材密度; c 为阻尼系数; K_{0x}, K_{0y} 分别为 x, y 方向的初始曲率; $p(x, y, t)$ 为作用于膜上的动荷载; E_x, E_y 分别为 x, y 方向的弹性模量。

考虑满足边界条件的位移函数与应力函数,同时采用伽辽金对方程进行简化,得到骨架支承式鞍形膜结构的非线性振动微分方程,见式(4)。

$$T'' + \alpha_1 T' + \alpha_2 T + \alpha_3 T^3 = \iint_s W \cdot p(x, y, t) dx dy \quad (4)$$

式中: $\alpha_1 = \frac{c}{\rho_0}$; $\alpha_2 = \frac{m^2 \pi^2 a^2 N_{0x} + n^2 \pi^2 b^2 N_{0y}}{4 \rho_0 a^2 b^2}$; $\alpha_3 = \frac{m^2 \pi^2 b^2 N_{0x} + n^2 \pi^2 a^2 N_{0y}}{4 \rho_0 a^2 b^2}$; 积分区域: $s \in \{0 \leq \xi \leq a, 0 \leq \eta \leq b\}$; T 为时间函数; W 为膜结构的振型函数; m, n 为半波数。

考虑式(4)中的风荷载 $p(x, y, t)$, 风荷载模型如

$$p_2(t) = \frac{\rho}{2\pi} \left(-V(t) \cdot \iint_s \frac{\left[V(t) \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial t} \right]_{x=\xi}}{\left(\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} \right)^3} \cdot (x-\xi) d\xi d\eta + \iint_s \frac{\left[V(t) \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \right]_{x=\xi}}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} d\xi d\eta \right) + p_\infty \quad (6)$$

式中: ρ 为空气密度; $V(t)$ 为风速; z 为骨架支承式鞍形膜结构的振动表面函数, $z = z_0 + w$ 。

1.2 非线性随机振动方程的求解

采用摄动法进行求解。将式(4)中的 T 函数以 ϵ 为基准进行泰勒展开。

$$T(t) = T_0(t) + \epsilon T_1(t) + \epsilon^2 T_2(t) + O(\epsilon^3) \quad (7)$$

将其代入式(4), 可将非线性微分方程的求解

图 2 所示。将风荷载假设为均匀、不可压缩流体; 空气脉动会在膜体外表面产生动态气压 p_2 。由于封闭膜结构具有不渗透性, 膜体内侧气压 p_1 可视为未受扰动的均匀流体压力 p_∞ 。该条件下的动力荷载 $p(x, y, t)$ 可表示为

$$p(x, y, t) = \Delta p = p_1 - p_2 = p_\infty - p_2(t) \quad (5)$$

根据势流理论, 作用于骨架支承式鞍形膜结构外表面的 p_2 表达式为

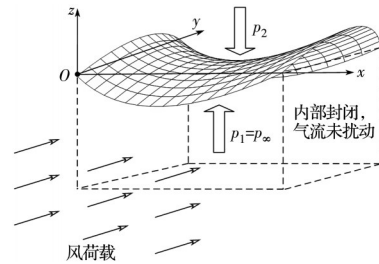


图 2 风荷载模型

Fig. 2 Wind load model

转化为线性常微分方程组的求解。运用 MATLAB 软件求解上述方程组, 可得到骨架支承式鞍形膜结构膜面上任意点时变位移响应的近似解, 如式(8)所示。

根据式(8)可得到骨架支承式鞍形膜结构随机动力响应的统计参数: 数学期望与标准差。再基于这两项参数建立膜结构的可靠度理论。

$$\begin{aligned}
w(x, y, t) = & \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(t) W_{mn}(x, y) = \\
& \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2kV(t) \cdot e^{-\beta t}}{\rho ab \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \sin \left[\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \right) t \right] - \frac{8\varepsilon \omega_0^2 k^3 V(t)}{\rho^3 ab^2 (\omega_0^2 - \beta^2)^2} e^{-3\beta t} \cdot \right. \\
& \left. \left[\frac{3}{16} \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{\omega_0^2} \sin \left[\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \right) t \right] + \left(\frac{3}{16\beta} - \frac{3\beta}{16\omega_0^2} \right) \cos \left[\left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \right) t \right] + \right. \right. \\
& \left. \left. \left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{16\omega_0^2} - \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}{32\omega_0^2 - 24\beta^2} \right) \sin \left[3 \left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \right) t \right] + \left(\frac{\beta}{64\omega_0^2 - 48\beta^2} - \frac{\beta}{16\omega_0^2} \right) \cos \left[3 \left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \right) t \right] \right] \right] \cdot \\
& \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}
\end{aligned} \quad (8)$$

式中:

$$k = \iint_S U \cdot W dx dy;$$

$$U = \frac{2\rho}{\pi b^2} \iint_S \frac{(2y-b)(y-\eta)}{\sqrt{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]^3}} d\xi d\eta;$$

$$\beta = \alpha_1/2; \omega_0^2 = \alpha_2; \varepsilon = \alpha_3/\alpha_2.$$

1.3 结构可靠度分析方法

膜结构的应力条件与初始形状、外部荷载相关,受力机理复杂。因此,选用位移变量建立动力可靠度功能函数^[20],如式(9)所示。

$$Z = L - w_{\max} = g(X_1, X_2 \cdots X_n) \quad (9)$$

式中: L 为膜材破坏阈值; w_{\max} 为极端随机振动位移值; $g(X_1, X_2 \cdots X_n)$ 为结构功能函数。由于该功能函数具有明显非线性特征,采用均值一次二阶矩法求解误差会偏大,故选用改进一次二阶矩法(简称一次二阶矩法)进行求解。利用该方法可求得功能函数 Z 在验算点 $X_i = x_i^*$ ($i=1, 2 \cdots n$)处的期望值与标准差为

$$\mu_Z = g(x_1^*, x_2^* \cdots x_n^*) + \sum_{i=1}^n (\mu_{X_i} - x_i^*) \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \Bigg|_{X_i = x_i^*} \quad (10)$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\sigma_{X_i} \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2} \Bigg|_{X_i = x_i^*} \quad (11)$$

因此,根据可靠指标 β 与失效概率 p_f 的定义可得

$$\begin{cases} \beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \\ p_f = \Phi(-\beta) \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\Phi(\cdot)$ 为标准正态分布累积分布函数。

2 试验研究

2.1 试验模型及装置

为满足理论模型中膜结构的抗渗透要求,选用橡胶膜材料。考虑预张力与弹性模量的相似条件,同时考虑弗劳德数,各物理量相似比如表1所示。

表1 骨架支承式鞍形膜结构的相似比

Table 1 Similarity ratio of skeleton-supported saddle membrane structure

参数	单位	相似比例
几何结构	m	λ_L
风速	m/s	$\lambda_V = \sqrt{\lambda_L}$
空气密度	kg/m ³	$\lambda_{\rho A} = 1$
泊松比	1	$\lambda_{\mu} = 1$
阻尼系数	N·s/m	$\lambda_c = \lambda_L^3$
面密度	kg/m ²	$\lambda_{\rho M} = 1$
预张力	kN/m	$\lambda_{pt} = \lambda_L^2$
弹性模量	kN/m ²	$\lambda_E = \lambda_L^2$
位移	mm	$\lambda_W = \lambda_L$

支承钢框架长、宽、高分别为1.0、1.0、0.3 m,膜结构框架如图3所示。为保证封闭式鞍形膜结构试验条件,模型四周采用透明胶带密封。原型与试验模型各物理量参数如表2所示。

试验风洞如图4所示,风洞试验在低速试验段内开展,该试验段长、宽、高分别为25.0、6.0、3.6 m。由于膜材料具有轻质、柔性特征,在风荷载作用下会产生显著的位移变化,该位移变化是评估膜结构安全性能的重要指标。采用数字图像相关系统(DIC)采集膜结构振动位移数据,试验段内膜结构模型与测量设备布置如图5所示。

表2 原型与试验模型各物理量参数

Table 2 Parameters of physical quantities for prototype and test model

结构	长度/m	宽度/m	膜材面密度/(kg/m ²)	厚度/mm	弹性模量/(kN/m ²)	泊松比	阻尼系数/((N·s)/m)
原型	20	20	1.7	1	1.1×10^6	0.4	120
试验模型	1	1	1.7	1	2.75×10^3	0.4	6×10^{-3}

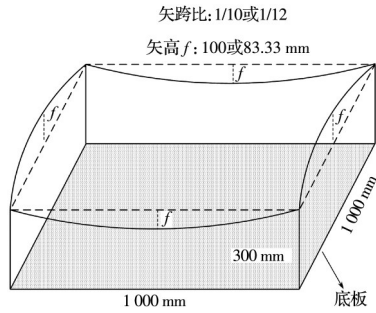


图 3 膜结构框架示意图

Fig. 3 Schematic diagram of membrane structure frame

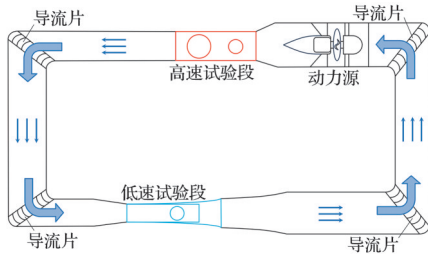


图 4 风洞示意图

Fig. 4 Schematic diagram of wind tunnel



图 5 试验段中膜结构模型及测量设备的布置图

Fig. 5 Layout of membrane structure model and measuring equipment in the test section

2.2 试验方案

为研究骨架支承式鞍形膜结构在不同参数下的随机振动特性,根据膜结构位移响应理论模型,主要考虑矢跨比(1/10、1/12)、预张力(2.5、5.0 N/m)、风速(4、5、6 m/s)3类影响参数,通过排列组合共设置 12 组试验工况,如表 3 所示。为降低试验误差,每种工况均重复开展 5 次试验。

2.3 随机振动分析

在不同工况下,利用 DIC 采集骨架支承式鞍形膜结构各测点 240 s 内的随机振动数据,并通过相似比转换为原型位移响应数据。由于数据量较大,选取一种工况进行绘图分析。

所选工况为:矢跨比 1/10、预张力 2.5 N/m、风速 6 m/s。风荷载作用下,原型膜 A、B、C 三点(位置见图 1)的随机振动位移时程曲线如图 6 所示。

由图 6 可知:

1)位移时程分为两个阶段:前 15 s 左右为瞬时状态,15~240 s 为稳定状态;瞬时状态位移变化明

表 3 试验工况

Table 3 Test conditions

矢跨比	预张力/(N/m)	风速/(m/s)
1/10	2.5	4
1/10	2.5	5
1/10	2.5	6
1/10	5.0	4
1/10	5.0	5
1/10	5.0	6
1/12	2.5	4
1/12	2.5	5
1/12	2.5	6
1/12	5.0	4
1/12	5.0	5
1/12	5.0	6

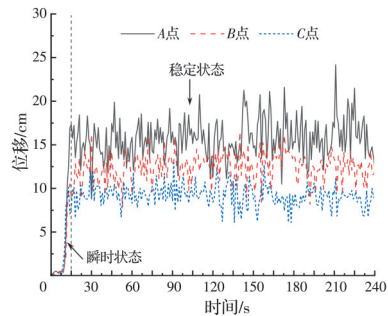


图 6 不同测点的位移时程

Fig. 6 Displacement time histories of different measurement points

显,稳定状态位移在某固定值上下波动。

2)位移时程曲线的位移从零开始,快速增长后在一定区间内波动,位移始终为正。根据伯努利原理,风速增大时,动能增加;为保持总能量不变,压力能相应减小,进而引起压力降低。风沿膜外表面水平快速流动,膜外侧风速远大于膜结构内部,膜外气压降低,与结构内部形成压力差。由于膜内气压高于膜外,膜面产生向上的振动变形。

3)由图 6 的位移时程曲线可得 3 个测点的随机振动位移规律:A 点最大,B 点次之,C 点最小。该规律可通过式(8)计算验证。此外,A、B 两点位于迎风面,所在的平面与风荷载方向一致,因此,可取该剖面开展流速与压强受力分析,如图 7 所示。膜结构与风荷载方向存在夹角,会在一定程度上降低局部风速。其中,B 点处于膜结构前沿,风经过时受到干扰;A 点位于顶点处,风经过时不受影响。因此 B 点风速小于 A 点,压强大于 A 点,且二者气压均小于膜内气压)。膜面内外形成的气压差会对膜面产生向上的作用力。由于 A 点的气压差大于 B 点,A 点所受空气压力更大,故振动位移大于 B 点。

4)B、C 两点虽不在同一剖面上,但二者距膜面边界距离相同。膜内外气压差产生的作用力向上;

B点膜面呈向上拱起形态,不利于抵抗该空气压力;C点膜面为下垂形态,有利于抵抗该空气压力,因此C点振动位移小于B点。综上,各测点振动位移大小表现为:A点最大,B点次之,C点最小。

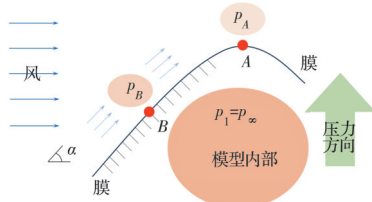


图7 A点和B点的流速与压强分析

Fig.7 Analysis of flow velocity and pressure at point A and point B

为研究膜结构可靠度,考虑随机振动的稳定状态更具研究意义。选取45 s后的位移时程曲线开展分析,采用经验模态分解法将稳定阶段的位移分解为恒定位移与随机振动位移。其中,恒定位移由平均风作用于结构产生,随机振动位移由脉动风作用引起,如图8所示。

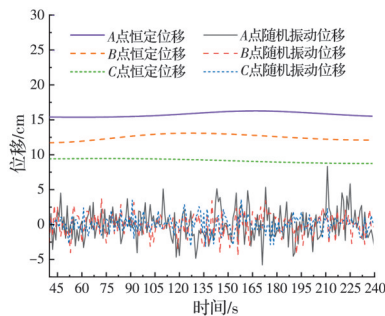


图8 分解位移时程

Fig. 8 Decomposed displacement time histories

由图8可知:

1)膜结构位移响应大小主要受恒定位移控制,位移时程曲线形状则由随机振动位移主导。

2)恒定位移可视为定值;随机振动位移可视为随机过程,计算该位移的期望与方差,结果如表4所示。

由图8、表4可知,3个测点的位移期望均较小且接近零;其中A点方差最大,表明该位置随机振动位移的离散程度最高。各测点方差均小于恒定位移,由此可认为随机振动位移为平稳随机过程。

表4 风洞试验中随机振动位移的统计参数

Table 4 Statistical parameters of random vibration displacement in wind tunnel tests

测量点	期望/cm	方差/cm ²
A点	0.026	5.104
B点	0.020	2.560
C点	0.022	1.431

3 比较与分析

为验证理论方法,对理论数据与试验数据进行对比分析。

3.1 随机振动位移的概率密度函数

考虑到工况数量较多、数据量庞大,仅选取其中一种工况展开分析。该工况参数为:矢跨比1/10、预张力2.5 N/m,风速6 m/s。结合原型膜结构参数与式(8),可计算得出理论模型随机振动的统计参数,结果如表5所示。

表5 理论模型中随机振动位移的统计参数

Table 5 Statistical parameters of random vibration displacement in the theoretical model

测量点	期望/cm	方差/cm ²
A点	0.038	5.722
B点	0.015	3.025
C点	0.029	1.726

随机振动位移为平稳随机过程,因此假定其服从正态分布,可用式(13)表示。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

将表4、表5中的期望与方差代入式(13),分别计算得到A、B、C三点理论模型与风洞试验对应的概率密度函数,绘制曲线并开展对比分析,结果如图9所示。

由图9可知,理论模型与风洞试验的概率密度曲线吻合良好,表明理论计算结果与试验数据一致性较高。

3.2 不同参数下膜结构的可靠度

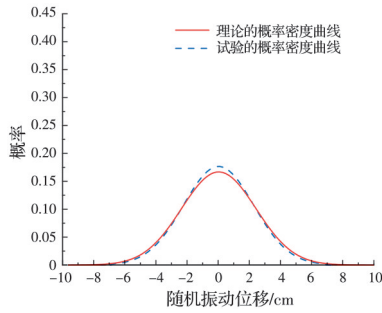
3.2.1 算例

A点随机振动位移最大,因此选取该点作为研究对象。将工况参数(矢跨比1/10,预张力2.5 N/m,风速6 m/s)、统计参数(期望、方差)及位移阈值代入式(12),可求得理论模型可靠度;试验可靠度则采用蒙特卡罗法模拟计算得到。考虑到理论可靠度与模拟可靠度存在差异,若单独选取一种作为分母不利于分析,故取二者平均值作为分母,定义百分比差异(percentage difference)为

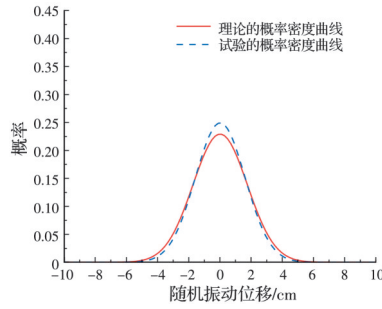
$$D_p = \left| \frac{x_M - x_m}{(x_M + x_m)/2} \right| \quad (14)$$

式中: D_p 为百分比差异; x_M 、 x_m 分别为蒙特卡罗法与一次二阶矩法的计算结果。

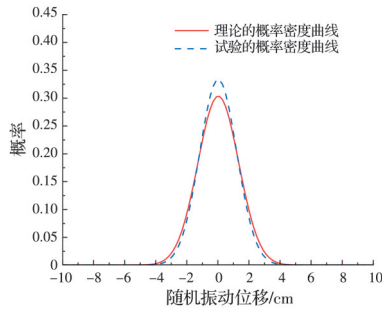
骨架支承式鞍形膜结构的可靠度计算结果如图10、表6所示。由图10、表6可知,随着结构安全阈值的降低,膜结构失效概率增大,可靠指标随之减小。失效概率与可靠指标的最大百分比差异分



(a) A点



(b) B点



(c) C点

图 9 各点概率密度曲线

Fig. 9 Probability density curves of each point

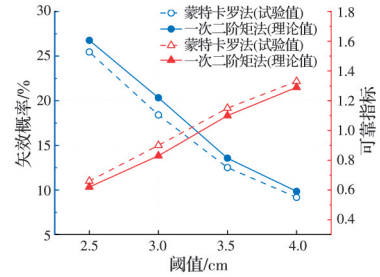
别为 9.91%、8.09, 平均百分比差异分别为 7.52%、5.46%, 验证了理论模型的可行性。此外, 理论曲线整体覆盖试验曲线, 表明采用该理论模型设计骨架支承式鞍形膜结构具有更高的安全储备。

3.2.2 不同因素下的对比试验

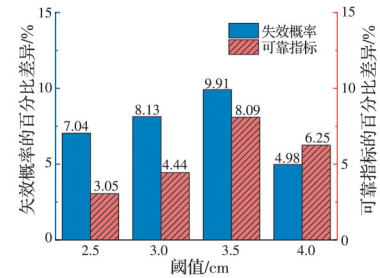
根据算例结果, 继续以 A 点为研究对象, 确定位移阈值为 4.0 cm, 相关对比结果如图 11、表 7 所示。

1) 从图 11 可知, 蒙特卡罗法与一次二阶矩法的失效概率和可靠指标变化趋势一致, 说明理论模型能较好地计算原型膜结构的可靠度。此外, 理论方法得到的失效概率大于试验方法, 再次证明了采用该理论模型进行骨架支承式鞍形膜结构设计的安全储备较高。

2) 由表 7 可知, 失效概率的最大百分比差异为 17.99%, 最小百分比差异为 7.04%, 平均百分比差异为 13.22%。对于可靠指标, 蒙特卡罗法与一次二阶矩法的最大百分比差异为 7.73%, 最小百分比差异为 3.05%, 平均百分比差异为 5.27%。表明该理



(a) 蒙特卡罗法与一次二阶矩法的失效概率和可靠指标



(b) 蒙特卡罗法与一次二阶矩法的百分比差异

图 10 蒙特卡罗法与一次二阶矩法的对比分析

Fig. 10 Comparative analysis of the Monte Carlo method and the first-order second-moment method

表 6 随机振动位移最大值的可靠度

Table 6 Reliability of maximum random vibration displacement

阈值/ cm	失效概率/%		百分比 差异/%	可靠指标		百分比 差异/%
	蒙法	矩法		蒙法	矩法	
2.5	25.46	26.76	4.98	0.66	0.62	6.25
3.0	18.41	20.33	9.91	0.90	0.83	8.09
3.5	12.51	13.57	8.13	1.15	1.10	4.44
4.0	9.18	9.85	7.04	1.33	1.29	3.05

注:“蒙法”指蒙特卡罗法;“矩法”指一次二阶矩法。

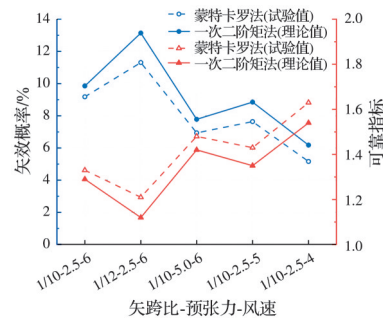


图 11 不同工况条件下的失效概率和可靠指标

Fig. 11 Failure probabilities and reliability indices under different working conditions

论方法计算偏差处于可接受范围, 具有一定可行性。

3) 由表 7 可知, 失效概率的百分比差异均大于可靠指标的百分比差异。究其原因, 蒙特卡罗法生成随机数时存在缺陷, 方法选择不当会导致生成的随机数序列不符合要求, 进而产生误差。此外, 计

表 7 不同工况和方法下的结构可靠度比较

Table 7 Comparison of structural reliability under different working conditions and methods

工况 (矢跨比-预张 力-风速)	失效概率/%		百分 比差 异/%	可靠指标		百分 比差 异/%
	蒙特卡 罗法	一次二 阶矩法		蒙特卡 罗法	一次二 阶矩法	
1/10-2.5-6	9.18	9.85	7.04	1.33	1.29	3.05
1/12-2.5-6	11.31	13.14	14.97	1.21	1.12	7.73
1/10-5.0-6	6.94	7.78	11.41	1.48	1.42	4.14
1/10-2.5-5	7.64	8.85	14.68	1.43	1.35	5.76
1/10-2.5-4	5.16	6.18	17.99	1.63	1.54	5.68

算过程依赖试验所得的位移结果,样本数量较少同样会降低计算精度。

4)由图 11、表 7 可知,矢跨比、预张力、风速均直接影响结构可靠度。通过表 7 可计算得到蒙特卡罗法与一次二阶矩法的平均失效概率,结果如表 8 所示。矢跨比改变(工况 1、2)时,失效概率变化 2.71%;预张力改变(工况 1、3)时,失效概率变化 2.16%;风速改变(工况 4、5)时,失效概率变化 2.58%。由此可见,相较于其余参数,矢跨比对结构可靠度的影响最为显著。

表 8 两种计算方法的平均失效概率

Table 8 Average failure probability of the two calculation methods

工况序号	矢跨比-预张力-风速	两种方法的平均失效概率/%
1	1/10-2.5-6	9.52
2	1/12-2.5-6	12.23
3	1/10-5.0-6	7.36
4	1/10-2.5-5	8.25
5	1/10-2.5-4	5.67

4 结论

对风荷载作用下骨架支承式鞍形膜结构的随机振动及可靠度开展理论与试验研究,结果表明,理论模型与试验结果整体吻合较好,验证了该理论方法的可行性。主要研究结论如下:

1)理论模型与风洞试验所得位移概率密度曲线重合度较好,说明理论数据与试验结果吻合度较高。

2)采用一次二阶矩法计算得到的骨架支承式鞍形膜结构失效概率与可靠指标的变化趋势与蒙特卡罗法得到的试验结果一致。二者失效概率与可靠指标的平均百分比差异分别为 7.52%、5.46%,偏差处于可接受范围。同时,对比分析表明,采用该理论方法进行膜结构可靠度设计,安全储备更高。

3)矢跨比、预张力及风速均会改变膜结构振动

特性,进而影响结构可靠度。从失效概率变化规律来看,相较于预张力、风速,矢跨比对结构可靠度的影响更为显著。因此,可通过提高矢跨比来改善膜结构的刚度与曲率,进而提升膜结构的抗变形能力及可靠度。

参考文献

- [1] Song W J, Xu J, Wang X W, et al. Effect of geometric nonlinearity on membrane roof stability in air flow[J]. Shock and Vibration, 2020, 2020: 2305145.
- [2] Li D, Lai Z C, Liu C J, et al. Random vibration of pre-tensioned rectangular membrane structures under heavy rainfall excitation[J]. Thin-Walled Structures, 2021, 164: 107856.
- [3] Liu C J, Xie H B, Deng X W, et al. Random vibration of composite saddle membrane structure under the impact loading[J]. Composite Structures, 2021, 269: 114020.
- [4] Lei Z B, Liu G, Cong Y, et al. Research on fatigue damage mitigation of offshore wind turbines by a bi-directional PSTMD under stochastic wind-wave actions [J]. Engineering Structures, 2024, 301: 117275.
- [5] 陈昭庆, 赵军宾, 闫科晔, 等. 大跨度气膜煤棚风致响应及风振系数试验研究[J]. 建筑结构学报, 2023, 44(5): 18-27.
Chen Z Q, Zhao J B, YAN K Y, et al. Experimental study on wind-induced responses and wind vibration coefficients of large-span inflatable membrane coal storage shed[J]. Journal of Building Structures, 2023, 44(5): 18-27. (in Chinese)
- [6] 王晓峰, 李卓然, 杨庆山. 气-膜耦合作用下 ETFE 气枕的静力研究[J]. 建筑结构学报, 2023, 44(4): 158-166.
Wang X F, Li Z R, Yang Q S. Static behavior of ETFE cushions under air-membrane interaction[J]. Journal of Building Structures, 2023, 44(4): 158-166. (in Chinese)
- [7] 李峰, 邹良浩, 陈寅, 等. 多跨格构式构架气弹模型设计与风洞试验[J]. 振动与冲击, 2021, 40(13): 23-31.
Li F, Zou L H, Chen Y, et al. Aeroelastic model design and wind tunnel tests of multi-span lattice frame[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(13): 23-31. (in Chinese)
- [8] Sun F J, Tang H X, Lu M J, et al. A study on wind pressure characteristics of a large-span membrane structure under the fluctuating wind in a vertical direction based on a large eddy simulation[J]. Modelling and Simulation in Engineering, 2022, 2022: 8209487.
- [9] Kandel A, Sun X Y, Wu Y. Wind-induced responses and equivalent static design method of oval-shaped arch-supported membrane structure[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2021, 213:

- 104620.
- [10] Wang X F, Chu H Y, Yang Q S. Numerical analysis of wind-induced response of a wrinkled membrane[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2020, 20(5): 2050056.
- [11] Lu H, Cao S, Zhu Z C, et al. An improved high order moment-based saddlepoint approximation method for reliability analysis[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, 82: 836-847.
- [12] Potrzeszcz-Sut B. Reliability analysis of shell truss structure by hybrid Monte Carlo method[J]. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 58(2): 469-482.
- [13] Song L F, Yu X, Xu B, et al. 3D slope reliability analysis based on the intelligent response surface methodology [J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2021, 80(2): 735-749.
- [14] 周通, 彭勇波, 李杰. 结构可靠度分析的概率密度演化理论: 自适应代理模型方法[J]. *振动工程学报*, 2020, 33(5): 1035-1043.
Zhou T, Peng Y B, Li J. Structural reliability analysis using probability density evolution method and adaptive surrogate model[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2020, 33(5): 1035-1043. (in Chinese)
- [15] 张亮, 唐亚可, 牛凯, 等. 基于AK-FORM方法和降维方法的高效时变可靠度分析方法[J]. *土木与环境工程学报(中英文)*, 2025, 47(3):162-170.
Zhang L, Tang Y K, Niu K, et al. An efficient time-varying reliability method based on AK-FORM method and dimension reduction method[J]. *Journal of Civil and Environmental Engineering*, 2025, 47(3): 162-170. (in Chinese)
- [16] 杨朋超, 薛松涛, 谢丽宇. 地震动作用下消能构件的动力可靠性分析[J]. *土木工程学报*, 2016, 49(增刊 1): 114-118.
Yang P C, Xue S T, Xie L Y. Dynamic reliability analysis of passive energy dissipation devices subjected to seismic excitations[J]. *China Civil Engineering Journal*, 2016, 49(S1): 114-118. (in Chinese)
- [17] 丁雅杰, 王佐才, 辛宇, 等. 基于贝叶斯理论的非线性结构模型修正及其动力可靠度分析[J]. *工程力学*, 2022, 39(12): 13-22, 59.
Ding Y J, Wang Z C, Xin Y, et al. Bayesian-based nonlinear model updating and dynamic reliability analysis [J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(12): 13-22, 59. (in Chinese)
- [18] Li D, Zheng Z L, Tian Y, et al. Stochastic nonlinear vibration and reliability of orthotropic membrane structure under impact load[J]. *Thin-Walled Structures*, 2017, 119: 247-255.
- [19] Liu C J, Deng X W, Liu J, et al. Impact-induced nonlinear damped vibration of fabric membrane structure: theory, analysis, experiment and parametric study [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 159: 389-404.
- [20] Zhang Y Y, Lu Y, Zhou Y, et al. Resistance uncertainty and structural reliability of hypar tensioned membrane structures with PVC coated polyesters [J]. *Thin-Walled Structures*, 2018, 124: 392-401.

(编辑 朱备)