

doi:10.11835/j.issn.1000-582X.2014.08.004

# 大平面砂轮磨齿的温升分析

李国龙, 彭远志, 何 坤, 刘小旭

(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘 要:**当前平面工件磨削热模型研究较多,但不能应用于齿轮类曲面零件的磨削计算。为此将移动热源法与映像法相结合,在齿轮渐开线圆弧拟合的基础上,建立了大平面砂轮磨齿加工的解析热模型,可用于磨削时齿轮的温升分布计算。同时,在有限元软件 ANSYS 中对磨齿过程进行了仿真,并将解析热模型和有限元热模型的准稳态温升分布进行比较分析。结果表明,两者的温升分布只在接触区及其与非接触区的交界处存在一定的误差,总体结果吻合较好。其解析热模型可用于齿轮类曲面工件加工时的温升分析。

**关键词:**齿轮磨削;展成法;解析热模型;有限元仿真

**中图分类号:**TH133.58

**文献标志码:**A

**文章编号:**1000-582X(2014)08-025-09

## Grinding teeth temperature analysis of large flat wheel

LI Guolong, PENG Yuanzhi, HE Kun, LIU Xiaoxu

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** At present, there are many planar workpiece grinding thermal models. However, they cannot be applied to the calculation of the tooth-like surface grinding. Therefore, based on the gear involute arc fitting, the moving heat source method and the imaging method are combined in this work to deduce the analytical thermal model of grinding teeth with large flat wheel, which can be used to calculate the temperature of grinding gears. The simulation of grinding process is made based on ANSYS and compare to the established quasi-steady-state analytical thermal model. The comparison results show that the value of grinding temperature predicted by numerical model has well agreement with the analytical model and some errors exist in the contact area and the junction between contact area and non-contact area. The deduced analytical thermal model can be used to analyze the temperature of processing tooth-like curve workpiece.

**Key words:** gear grinding; generation method; analytical thermal model; finite element analysis

磨齿是齿轮的主要精加工工艺,包括成形磨、蜗杆砂轮磨、大平面磨等多种形式。现阶段,大平面砂轮磨主要用于齿轮刀具如剃齿刀、插齿刀的精加工,具有表面质量好、拓扑修形齿面几何精度高等优点,但单位体积材料去除能耗大,且能量大都转化为集中在磨削区的热量,其中大约 60%~90%的热量传入工件<sup>[1]</sup>。这些传入工件的热量易导致齿面形成残余拉应力,进而产生裂纹,影响齿轮性能,并减少齿轮的疲劳寿命<sup>[2]</sup>。因此,如何根据磨削工艺参数,进行磨齿温升预测,以避免磨削烧伤等问题,具有重要的实际应用价值。

在磨削温升预测方面,学者们做了大量的工作。Jaeger 提出的移动热源模型为磨削温度的解析计算奠

**收稿日期:**2014-04-03

**基金项目:**国际科技支撑计划资助项目(2012BAF13B00)

**作者简介:**李国龙(1968-),男,重庆大学教授,博士生导师,主要研究方向为智能数控技术与系统、精密加工技术与装备、复杂曲面磨削技术,(E-mail)guolongli1121@gmail.com。

定了理论基础;Rowe 等<sup>[3-5]</sup>建立的多种能量分配比计算模型,使不同磨削条件下的磨削温升理论计算更加精确;Kohli 等<sup>[6]</sup>分别计算了氧化铝砂轮和 CBN 砂轮磨削时的磨削温度,并通过实验进行验证;Zhang 等<sup>[7]</sup>推导出杯形砂轮磨削温升的解析模型,并通过实验验证了解析解。Li 等<sup>[8]</sup>推导出纳米氧化锆陶瓷磨削温升解析模型,并通过数值模拟的方法进行验证。

近年来,有限元方法在工件温升计算中的应用越来越多。基于有限元方法,Biermann 等<sup>[9]</sup>分析了硬质合金的磨削温升并预测磨削中的瞬时温度;Jin 等<sup>[10]</sup>进行了高效深磨三维模型的瞬态热分析,模拟结果与实验结果接近;Anderson 等<sup>[11]</sup>对普通浅磨和深磨进行了数值模拟,并进行了实验验证。Shah 等<sup>[12]</sup>对磨削过程进行热分析,并以此得到工件的残余应力与相变;王霖等<sup>[13]</sup>使用有限元法对湿式磨削温度场进行分析,得到了与实际情况更接近的磨削温升分布,可用于磨削过程的前期预测、调整和优化等。

学者们针对不同工件材料和不同磨削工艺条件,做了大量的磨削热分析研究,但大都集中于平面类工件磨削的温升分析,相关结论还不能应用于齿轮等曲面类工件的温升分析。为此,笔者建立了齿面移动热源对齿轮整体温升影响的数学模型,并基于有限元软件 ANSYS 进行了温升仿真,最后对比分析了两个模型。

## 1 大平面砂轮磨齿热状态分析模型

大平面砂轮磨齿采用图 1 所示的展成原理,砂轮工作面为“假想齿条”的一个齿面<sup>[14]</sup>。齿轮和砂轮理论上为线接触,但因加工余量和接触应力等因素,实际为面接触。因而,大平面砂轮磨齿的热模型即为面热源沿齿面运动所引起的温升模型。

由于渐开线解析式的复杂性,齿面上移动热源相对于齿轮上温升考查点的距离会随热源的移动发生非线性变化,随时间变化的距离公式将变得非常复杂,为此,将渐开线用圆弧来拟合。

### 1.1 分析模型的推导

大平面砂轮磨齿简化如图 2 所示。线热源  $AB$  沿着弧面移动,点  $M$  为温升考查点。接触线上的微小热源  $dz'$  位于点  $N(x', y', z')$ 。将其看作点热源,则点  $N$  对无限介质中的点  $M$  的温升影响可表示为

$$d\theta = \frac{Q_1 \cdot dz' / \rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{d^2}{4a\tau}\right], \quad (1)$$

式中  $Q_1$  为瞬时线热源强度。将式(1)沿  $AB$  积分得到线热源  $AB$  对无限介质中的点  $M$  的温升影响,可以表示为

$$\theta = \int_{z_1}^{z_2} \frac{Q_1 / \rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{d^2}{4a\tau}\right] dz', \quad (2)$$

式中点  $M$  与  $N$  的距离  $d$  表示为

$$d^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 = (R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta) + (z - z')^2,$$

则式(2)可表示为

$$\theta = \int_{z_1}^{z_2} \frac{Q_1 / \rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(R^2 + r^2 - 2Rr \cos \theta) + (z - z')^2}{4a\tau}\right] dz'. \quad (3)$$

如图 3 所示,在  $(0, t)$  时间段,线热源在无限介质中沿曲面移动。移动坐标系  $(X, Y, Z)$  的  $X$  轴经过热源中心并随之一起绕  $Z$  轴转动。因此,点  $M$  在  $xy$  平面的映射与  $x$  轴的夹角可表示为  $\theta + \omega t$ ,如图 3(b)所示,其中  $\theta$  为点  $M$  在  $xy$  平面的映射与  $X$  轴的夹角, $\omega$  是线热源在曲面上移动的角速度。故移动线热源  $AB$  对点  $M$  的温升影响可表示为

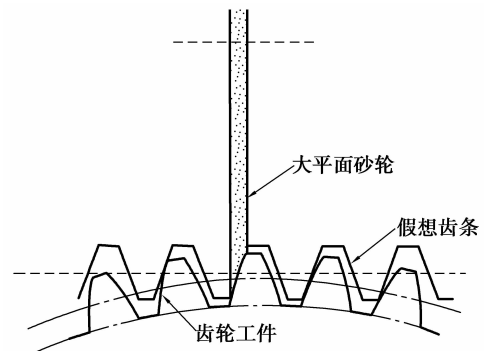


图 1 大平面砂轮磨齿工作原理

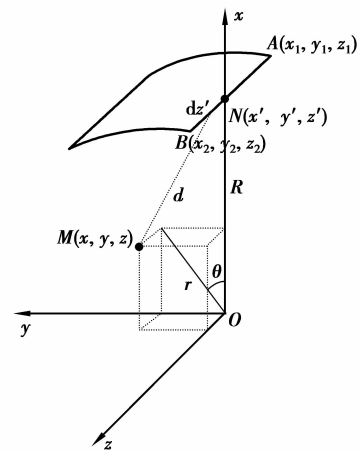


图 2 瞬时线热源示意图

$$\theta = \int_0^t \int_{z_1}^{z_2} \frac{Q_1/\rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos(\Theta + \omega\tau)) + (z - z')^2}{4a\tau}\right] dz' d\tau. \quad (4)$$

砂轮与齿面接触情况如图 4 所示,  $(-l_c, l_c)$  为磨削方向上的磨削区宽度, 移动面热源在无限介质中对点  $M$  的温升影响可表示为

$$\theta = \int_{-l_c}^{l_c} \int_0^t \int_{z_1}^{z_2} \frac{q_s/\rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos((R\Theta - l + R\omega\tau)/R)) + (z - z')^2}{4a\tau}\right] dz' d\tau dl,$$

式中:  $q_s$  为热流强度;  $\rho c$  为体积比热;  $a$  为工件热扩散率;  $\tau$  为时间常数;  $R, r$  分别为线热源、点  $M$  在  $xy$  平面映射到的弧长。

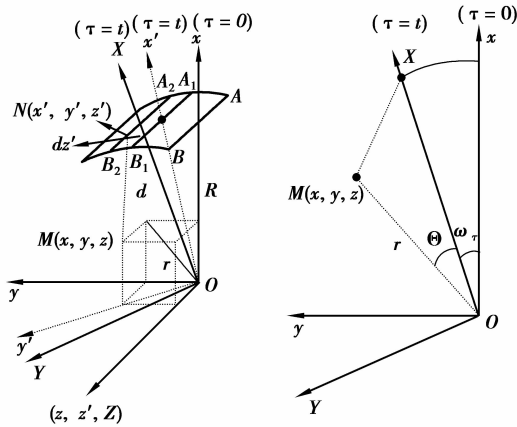


图 3 移动坐标系示意图

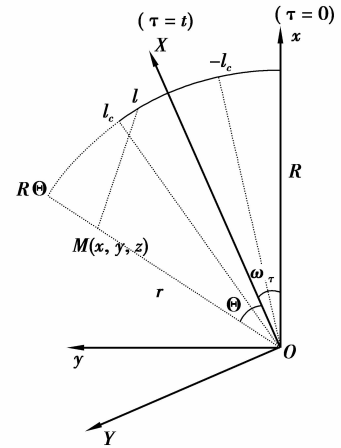


图 4 平面热源示意图

### 1.2 分析模型的边界条件

上面采用了无限介质假设, 而实际上齿轮边界有限, 齿面及两侧面都暴露在空气中。因空气对流系数低到可忽略不计, 齿面边界近似为绝热边界, 可通过映像法求边界处的温升分布。如图 5 所示, 齿面的 3 个边界分别为  $b_0, b_1, b_2$ ,  $s_0$  为移动面热源,  $s_1, s_2$  为映像热源。根据对称原理, 边界  $b_1$  处维持绝热, 而面热源  $s_1, s_2$  分别对边界  $b_2, b_1$  的温升影响可以忽略不计, 不用再引入新的映像热源。

另外, 由于绝缘边界  $b_0$  的存在, 热源强度为  $q_s$  的面热源对无限大介质的温升影响等效为热源强度为  $2q_s$  的面热源对半无限大介质的温升影响。因此点  $M(x, y, z)$  的温升可表示为

$$\theta = \sum_{\lambda=0}^2 \int_{-l_c}^{l_c} \int_0^t \int_{z_1}^{z_2} \frac{2q_s/\rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(R^2 + r^2 - 2Rr\cos((R\Theta - l + R\omega\tau)/R)) + \lambda_k^2}{4a\tau}\right] dz' d\tau dl, \quad (6)$$

式中:  $\lambda_0 = z - z', \lambda_1 = z - z' + (z_2 - z_1), \lambda_2 = z - z' - (z_2 - z_1)$ , 分别为热源  $s_0, s_1, s_2$  对齿轮的温升影响。式中令  $r = R$  即得齿面的温升情况:

$$\theta = \sum_{\lambda=0}^2 \int_{-l_c}^{l_c} \int_0^t \int_{z_1}^{z_2} \frac{2q_s/\rho c}{(4\pi a\tau)^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{(2R^2 - 2R^2\cos((R\Theta - l + R\omega\tau)/R)) + \lambda_k^2}{4a\tau}\right] dz' d\tau dl. \quad (7)$$

### 1.3 磨齿主要参数设置

#### 1.3.1 材料属性和齿轮几何参数

笔者实际选用的齿轮材料为 45# 钢, 相关工艺参数和几何参数如表 1 所示。

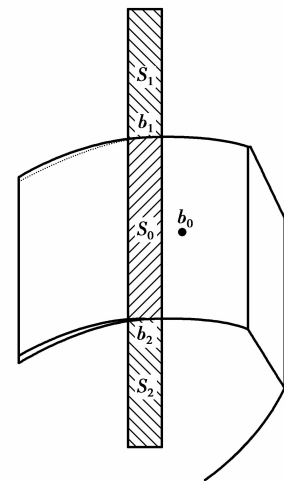


图 5 镜像热源示意图

表 1 磨齿工艺参数与几何参数

参 数	数 值	参 数	数 值
齿轮材料	45 # 钢	齿数 $z$	30
齿轮热导率 $k_w$	53 W/(m·k)	压力角 $\alpha$	20°
磨粒热导率 $k_g$	35 W/(m·k)	螺旋角 $\beta$	0°
齿轮比热容 $c_w$	438 J/(kg·k)	齿宽 $b$	15 mm
齿轮密度 $\rho_w$	7 850 kg/m <sup>3</sup>	砂轮磨削直径 $D$	400 mm
齿轮热扩散率 $a_w$	15.41 × 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	砂轮转速 $n$	1 420 r/min
模数 $m$	6 mm	磨削深度 $a_p$	10 μm

其他参数:砂轮的磨削线速度,  $v_s = n * \pi D = 29.74$  m/s;工件的平均进给线速度  $v_w = 50$  mm/s。在 MATLAB 中使用最小二乘法,对渐开线进行圆弧拟合,得到半径为  $R = 27.8$  mm。

### 1.3.2 磨齿接触线长度及热源形状

如图 6 所示,大平面砂轮与齿面的接触宽度为  $AC = l$ ,  $\sin \theta = AC / (R + a_p)$ ,  $\theta = \widehat{AB} / R$ 。因磨齿接触线长度很小,其对应的圆心角也非常小,有  $\sin \theta \approx \theta$ 。另,  $a_p \ll R$ ,故  $R \approx R + a_p$ 。则  $AC = \widehat{AB} = \sqrt{2a_p R} = \sqrt{2 \times 27.8 \times 10} = 0.746$  mm。其中  $R$  为圆弧半径,  $a_p$  为磨削深度。

磨削接触区工件各处材料去除厚度不同,在接触区前方材料去除厚度大,后方逐渐减小直至为零,磨削区的热流密度值变化趋势与此相同。因此,磨削区热源等效为三角形热源<sup>[15]</sup>,式(7)中  $q_s$  应为  $\bar{q} \left(1 + \frac{l}{l_c}\right)$ ,  $l_c$  为接触线半长,  $l$  为线热流位置,范围为  $(-l_c, l_c)$ ,  $\bar{q}$  为平均热流强度。

### 1.3.3 能量分配比

磨削热分析中,能量分配比非常重要。Rowe 等<sup>[3]</sup>对已有公式进行修正,得出能量分配比为

$$R_w = \left[ 1 + \frac{0.974 k_g}{\sqrt{(k \rho c)_w r_0 v_s}} \right] - 1,$$

式中  $r_0$  为砂轮磨粒的有效接触半径,Rowe 采用显微镜对氧化铝表面磨粒进行了观察,得出  $r_0 = 15$  μm,该值是典型磨粒的有效接触半径值。将表 1 中的参数代入上式可得能量分配比为 0.896。

### 1.3.4 磨削力

磨削力计算采用经验公式为主。笔者根据所使用的砂轮材料、工件材料及磨削工艺条件,采用磨削力公式为

$$F_t = 3\ 805 a_p^{0.645} v_w^{0.389} v_s^{-0.905}, \quad (8)$$

式中:  $F_t$  为单位切向磨削力;  $a_p$  为进给深度;  $v_w$  为工件移动速度;  $v_s$  为砂轮转速。将 1.3.1 中的参数值代入后求得磨削力  $F_t = 13.78$  N。

据此,可求出磨削时的平均热流强度为

$$\bar{q} = \frac{R_w F_t v_s}{b * (2l_c)} = 3.28 \times 10^7 \text{ W/m}^2. \quad (9)$$

## 2 磨齿解析模型温升计算

### 2.1 解析模型的数值计算

式(7)在 MATLAB 中通过三重数值积分求出结果。图 7(a)(b)所示分别为映像热源  $s_1, s_2$  以及热源  $s_0$

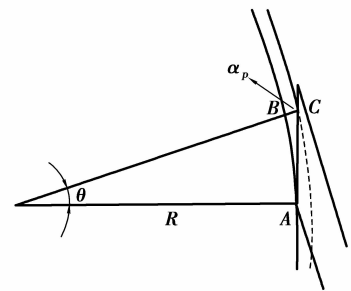


图 6 接触线示意图

所引起的齿面区域的温升情况,图(c)为热源  $s_0, s_1, s_2$  对齿面的综合温升分布结果。

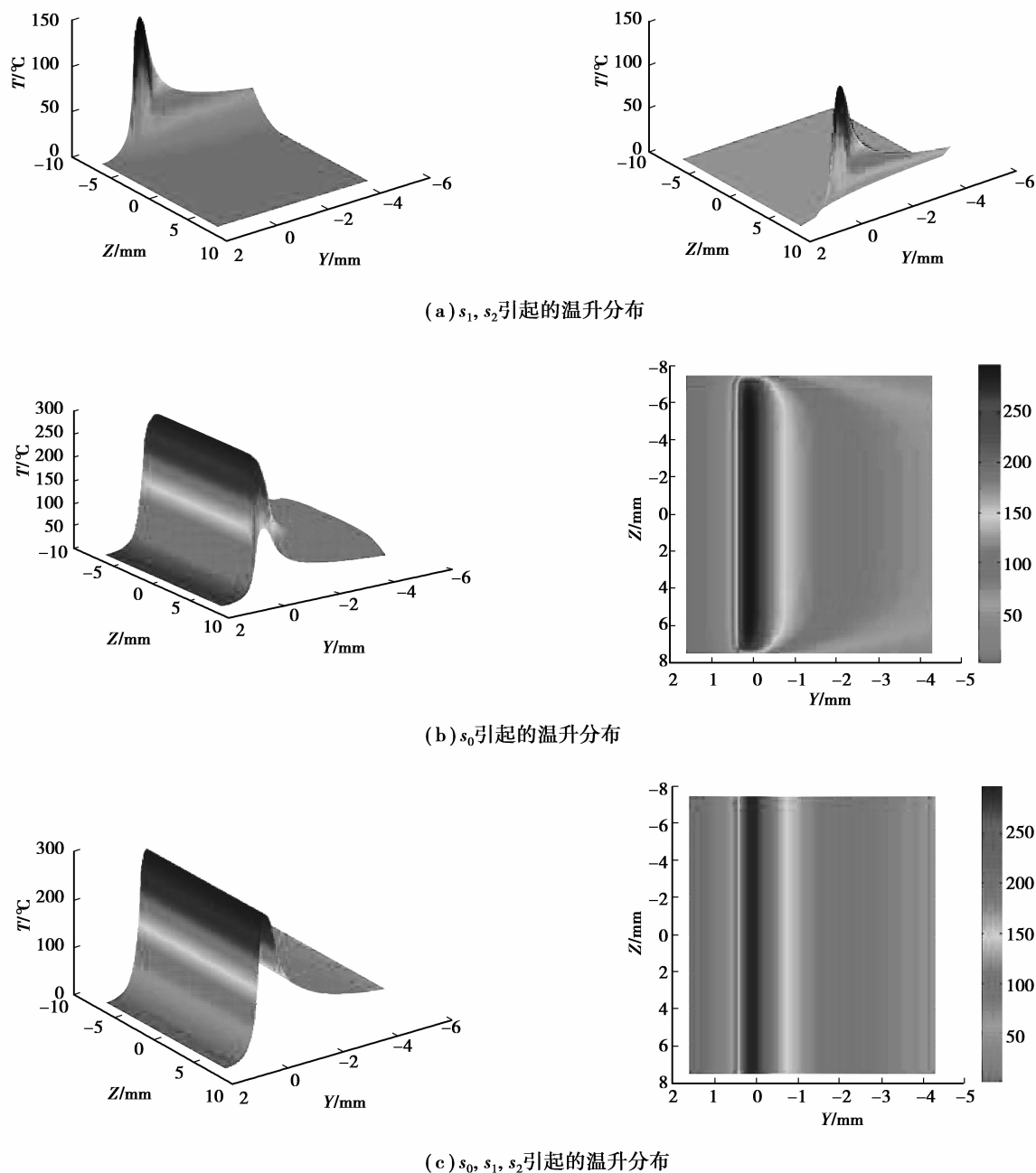


图 7 热源  $s_0, s_1, s_2$  引起的解析模型温升分布

图 7 中,  $Y$  轴为磨削方向长度坐标, 其中零点经过接触区中线,  $Z$  轴为齿宽方向长度坐标, 零点经过齿宽中线。由图 7(a) 可知, 映像热源  $s_1, s_2$  分别在  $b_1, b_2$  处引起明显温升, 而对齿宽另一侧温升影响可以忽略不计, 这正是前述不再引入新的映像热源的原因。由图 7(b) 可知, 热源  $s_0$  在齿宽方向上约  $(-6 \sim 6 \text{ mm})$  处引起的温升几乎是一致的, 而从  $\pm 6 \text{ mm}$  开始到各自边界, 温升逐渐减小。由图 7(c) 可知, 在磨削区宽度方向上, 磨削温升分布相近。故可使用齿宽方向上任意点的温升曲线来代替整个三维曲面进行温升分布, 后面将选取  $Z=0$  处进行温升研究。

大平面砂轮磨齿时有 4 种头架摆动频率: 13、18、25、35 n/min 分别对应着 4 种工件进给速度以及磨削力, 因而需要研究各种头架摆动频率下的齿面温升分布。计算流程为: 由式(8)计算磨削力, 代入式(9)求热流密度, 代入式(7)并令  $z=0$ , 便得到不同头架摆动频率下齿面的温升分布。如图 8 所示, 其中  $s$  表示齿顶沿

齿面到齿根方向的距离。

由图 8 可知,不同的头架摆动频率所对应的最高温升相差不大,而头架摆动频率越大,磨削区前沿的温度梯度就越大。相对而言,头架摆动频率为 35 n/min 时齿面的最高温升及已加工面温升相对较低。

工件次表面的温升分布情况,可通过改变式(6)中的  $r$  值而得。图 9 为工件深度处的温升分布,由图可知,工件表面的温度梯度最大,随着深度的依次增加,工件的温度梯度逐渐减小。

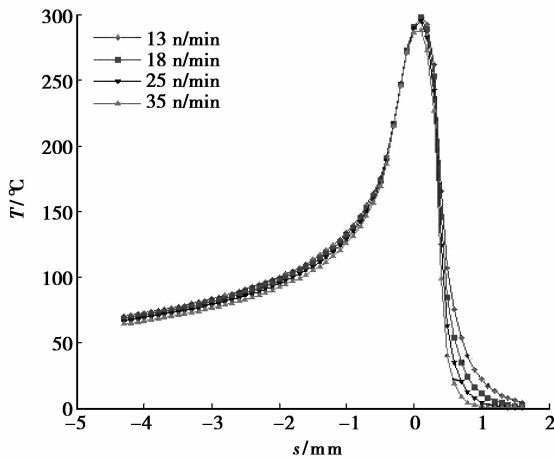


图 8 不同头架摆动频率下的温升分布

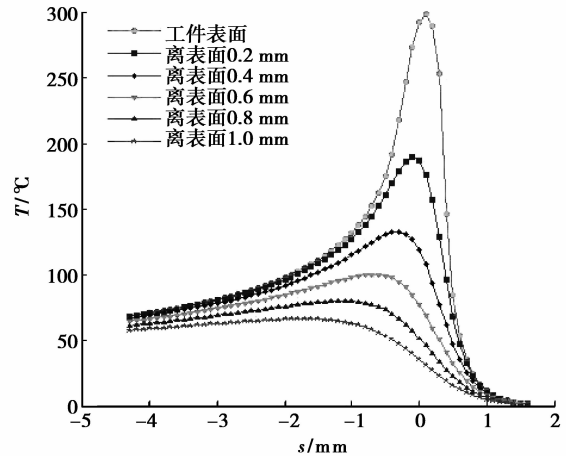


图 9 不同工件深度的温升分布

## 2.2 数值计算间隔对温升影响

计算间隔对计算结果影响较大,模型求解主要为三重积分的数值计算,当计算间隔为 0.1 mm 时,计算时间约 20 h,当间隔减小一倍,时间将增加到 40 h,因此,在保证计算精度的前提下应当尽量增大计算间隔。图 10 为头架摆动频率为 18 n/min,计算间隔分别为 0.05、0.1、0.2 mm 的温升图形。当计算间隔为 0.2 mm 时,最高温升处曲线不光滑,最高温升不能精确求出;当计算间隔为 0.1 mm 和 0.05 mm 时,温升曲线光滑,最高温升能被精确计算出,但后者的计算所需时间约为前者的两倍,因此,将计算间隔取为 0.1 mm,此时既能保证计算精度,同时计算时间也不会大幅增加。

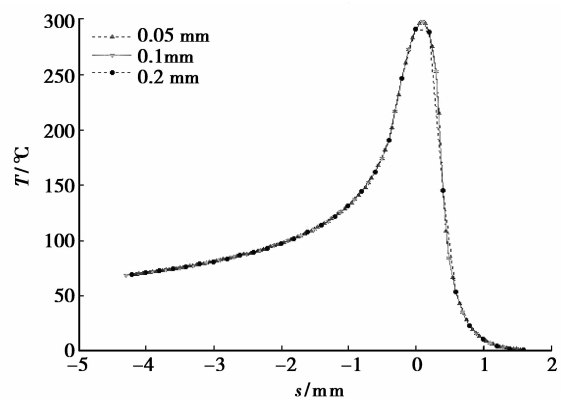


图 10 不同计算间隔的解析模型计算结果

## 3 有限元模型计算

### 3.1 模型的建立与加载

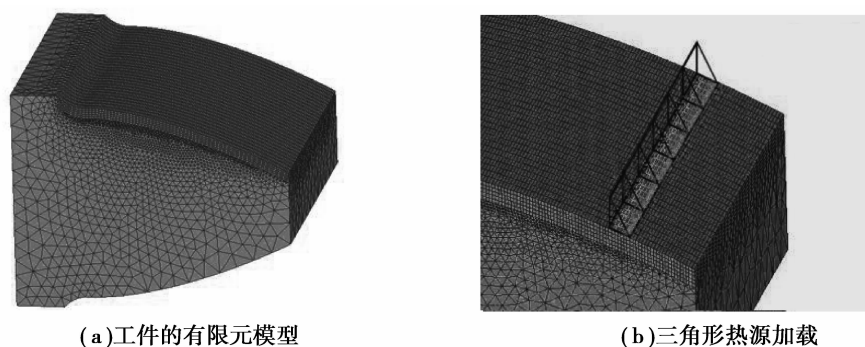
图 11(a)为齿轮网格划分,只对齿面网格进行了细化,而离热源较远的区域采用粗糙网格<sup>[16]</sup>,对需加载的表面层进行映射网格划分,网格单元在磨削方向长度为 0.1 mm,其余部分为自由网格划分。生成的有限元模型由 175 595 个单元、51 801 个节点组成。其中映射单元 21 450 个、自由单元 154 145 个。

因仿真模型的热源加载区域长度不易设置成与实际磨削区长度一致(实际磨削区长度为 0.746 mm),故需根据磨削区长度,将实际热流强度换算成等效热流强度加载到有限元模型中,并作如下假设:

- 1) 齿轮各面与空气绝热,忽略空气冷却对流作用,只在磨齿表面添加一个面热源;
- 2) 假设磨削过程中砂轮没有磨损;
- 3) 材料的各种性能参数不随温度发生变化;
- 4) 磨齿过程不考虑热辐射。

磨削区三角形热源的热流强度如图 11(b)所示。

采用参数化编程 APDL,将热源连续移动离散为连续的载荷步,以实现齿面的连续加载<sup>[17]</sup>。



(a)工件的有限元模型

(b)三角形热源加载

图 11 工件的有限元模型及热源加载方法

### 3.2 有限元模型的计算

根据 1.3 节的数据进行参数设置并进行有限元仿真计算。仿真时长为每个热载荷步的时长,其值为加工整个齿面所需的时间除以离散的载荷步数,据此计算出时间步长为 0.002 1 s。在每个时间步中对连续的 8 个单元进行加载,下一个时间步则将热载荷向前移动 1 个单元长度,最终完成整个齿面的加载。每个时间步有 5 个子步。图 12 为第 25、55、85 个载荷步齿面的温升云图。由图可知,齿面的最高温升会随着载荷步数的增加而缓慢增大,并且载荷步越大,最高温升的增加越缓慢,最终达到准稳态状态。

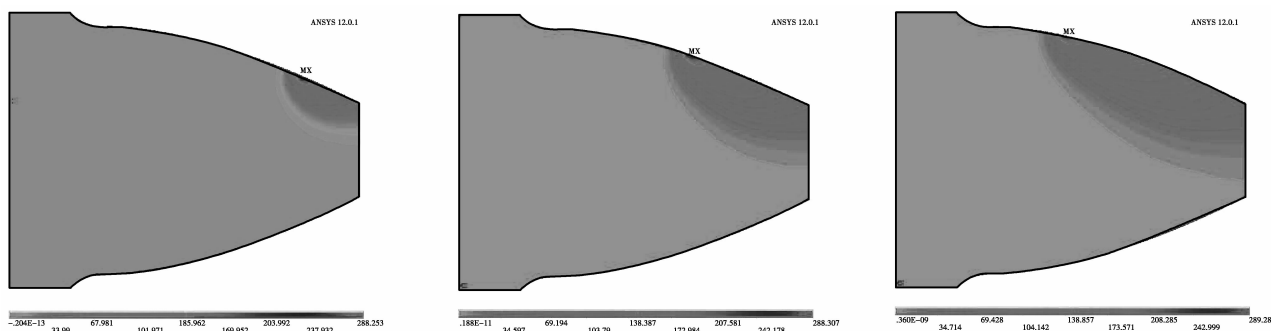


图 12 移动热源引起的温升变化

图 13 为不同时间步的磨削区表面温升。由图可知,在最初时间步磨削温升较低,随着磨削进行,磨削区温升逐渐增大,但增幅越来越小。在第 55 个时间步之后最高温升几乎一致,即瞬时温度场达到约 290 °C 的准稳态温升。

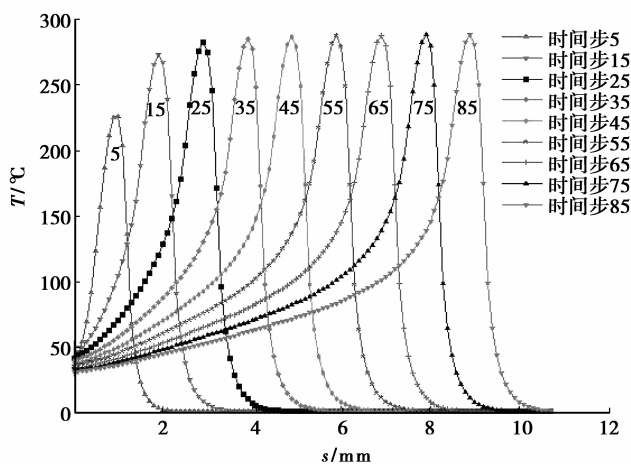


图 13 不同时间步工件表面温升分布

## 4 结果比较与讨论

两个模型中齿宽方向上温度变化一致,但为了将两者进行比较,同时选取齿宽向的中间点温升进行比较。将计算间隔为 0.1 mm 的解析模型与单元长度为 0.1 mm、时间步为第 85 步的有限元模型温升分布比较。如图 14 所示,在已加工表面两者的温升曲线几乎一致,在接触区和非接触区温升曲线有较小误差。

图 15 所示为磨削方向上各个位置处的绝对误差和相对误差,由图可知,在已加工表面,两个模型之间的绝对误差几乎为零,在磨削区中心有低于 10 °C 的绝对误差。在磨削区与非磨削区交界的地方,由于温度梯度很高,出现了约 30 °C 的绝对误差尖点。

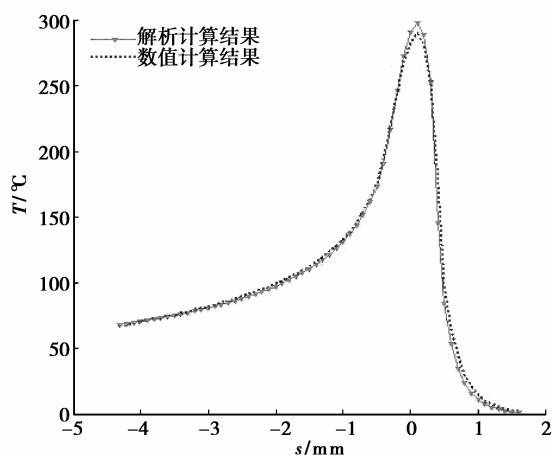


图 14 解析模型与数值模型计算结果比较

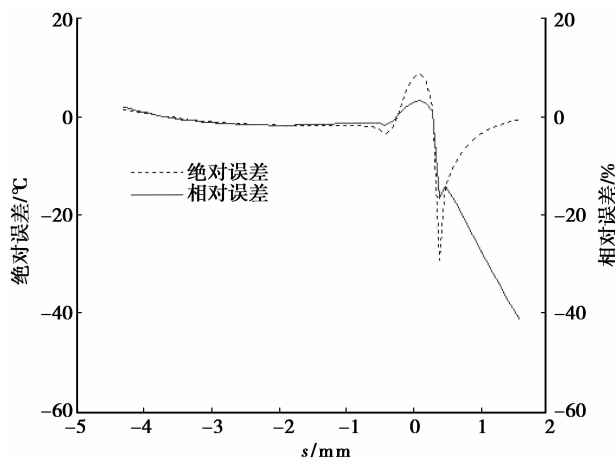


图 15 解析模型与数值模型间的绝对误差和相对误差

在已加工表面上,解析模型与仿真模型之间的相对误差总体较低,在接触面中心处相对误差低于 5%。而在接触区前沿及非接触区相对误差较大。主要由于非接触区温度较低,微小的温度差也会引起大的相对误差。

## 5 结论

笔者推导出曲面上移动三角形热源的解析模型,并以此计算不同头架摆动速度下的齿面温升分布以及齿轮不同深度的温升分布,建立了有限元模型并进行了稳态判断,将两个模型中可取的计算结果进行了比较。比较结果表明,在接触区有低于 10 °C 的绝对误差,最大绝对误差为 30 °C 左右,出现在接触区与非接触区的边缘。接触区和已加工区的相对误差较低,而在接触区与非接触区边界有巨大的相对误差。解析模型和数值模型的基本吻合说明建立的解析模型是正确的,能用于曲面移动三角形热源的进一步研究。

笔者所使用的磨削力公式估算出的磨削力大小及其对应的热流强度会存在偏差。下一步需要进行实验测量来验证解析模型的正确性。

### 参考文献:

- [1] Malkin S, Guo C. Thermal analysis of grinding[J]. Annals of the CIRP, 2007, 56(2): 760-782.
- [2] Bell A, Jin T, Stephenson D J. Burn threshold prediction for high efficiency deep grinding[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2011, 51(6): 433-438.
- [3] Rowe W B, Black S, Mills B, et al. Grinding temperatures and energy partitioning[J]. Proceedings of the Royal Society, 1997, 453(1): 1083-1104.
- [4] Guo C, Wu Y, Varghese B, et al. Temperature and energy partition for grinding with vitrified CBN wheels[J]. Annals of the CIRP, 1999, 48(1): 247-250.
- [5] Guo C, Malkin S. Energy partition and cooling during grinding[J]. Journal of Manufacturing Processes, 2000(2/3): 151-157.



- [6] Kohli S P, Guo C, S Malkin S. Energy partition to the workpiece for Grinding with Aluminum Oxide and CBN Abrasive Wheels[J]. ASME Journal of Engineering for Industry, 1995 (117):160-168.
- [7] Zhang X F, Lin B, Xi H. Validation of an analytical model for grinding temperature in surface grinding by cup wheel with numerical and experimental results[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2013, 58(1/2):29-42.
- [8] Li C H, Hou Y L, Liu Z R, et al. Investigation into temperature field of nano-zirconia ceramics precision grinding[J]. International Journal of Abrasive Technology, 2011, 4(2):77-89.
- [9] Biermann D, Schneider M. Modeling and simulation of workpiece temperature in grinding by finite element analysis[J]. Machining Science and Technology, 1997, 1(2):173-183.
- [10] Jin T, Stephenson D J. Heat flux distributions and convective heat transfer in deep grinding[J]. International Journal of Machine Tools & Manufacture, 2006, 46(14):1862-1868.
- [11] Anderson D, Warkentin A, Bauer R. Experimental validation of numerical thermal models for dry grinding[J]. Journal of Materials Processing Technology, 2008, 204(1):269-278.
- [12] Shah S M, Nélias D, Zain-ul-abdein M, et al. Numerical simulation of grinding induced phase transformation and residual stresses in AISI-52100 steel[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2012, 61:1-11.
- [13] 王霖, 葛培琪, 秦勇, 等. 基于有限元法的湿式磨削温度场分析. 机械工程学报, 2002, 38(9):155-158.  
WANG Lin, GE Peiqi, QIN Yong, et al. Temperature analysis of wet grinding based on the finite element method[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(9):155-158.
- [14] 王立鼎, 凌四营, 马勇, 等. 精密、超精密圆柱渐开线齿轮的加工方法[J]. 光学精密工程, 2009, 17(2):321-325.  
WANG Liding, LING Siying, MA Yong, et al. Processing methods of precision and ultra-precision cylindrical involute[J]. Gear. Opt. Precision Eng., 2009, 17(2):321-325.
- [15] 付饶, 沈华雄, 郭力. 工程陶瓷高速深切磨削温度的理论分析[J]. 精密制造与自动化, 2011(2):5-11.  
FU Rao, SHEN Huaxiong, GUO Li. Analytical solution for grinding temperature field in the high speed deep Grinding of engineering ceramics[J]. Precise Manufacturing & Automation, 2011(2):5-11.
- [16] 马占龙, 韩正铜. 磨削淬硬温度场数值模拟与试验研究[J]. 中南大学学报, 2012, 43(3):960-965.  
MA Zhanlong, HAN Zhengtong. Numerical simulation of temperature field and experiment of grind-hardening[J]. Journal of Central South University, 2012, 43(3):960-965.
- [17] 杨秀芝, 余圣甫, 姚润钢, 等. 双移动热源热流值的计算和加载[J]. 华中科技大学学报, 2010, 38(5):101-104.  
YANG Xiuzhi, YU Shengfu, YAO Rungang, et al. Calculating and loading heat flow of double mobile hear sources[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2010, 38(5):101-104.

(编辑 张 苹)