

继电保护装置常用电路元件及 电磁继电器的数字仿真研究

STUDY OF DIGITAL SIMULATION FOR THE CIRCUIT ELEMENTS
AND ELECTROMAGNETIC RELAYS COMMONLY USED IN RELAY
PROTECTIVE DEVICES

王 晓 茹 米 麟 书
Wang Xiaoru Mi Linshu

(电 气 工 程 系)

摘 要 本文采用四阶吉尔(Gear-4)算法建立了保护装置中常用电路元件及电磁分
继电器线圈的友模,提出了电磁继电器用其电路的友模节点方程与其机械运动部分的微
方程的接口算法,从而使友模法能更精确地求解含有电磁继电器的继电保护装置的暂态
过程。经算例验证,本接口算法是简便、有效的。

关键词 继电保护装置; 电磁继电器; 数字仿真; 暂态过程

ABSTRACT This paper applies the Gear-4 algorithm to constitute the com-
panion models for the circuit elements and electromagnetic relays commonly
used in relay protective devices. The interface computation, which describes
the node equation of companion model and differential equation of mechanical
moving part for the electromagnetic relay, is also presented. For the reason
mentioned above, it makes possible to solve more accurately the transient
process of relay protective devices including electromagnetic relay using the
companion model method. The simplicity and effectiveness of interface com-
putation have been proved by the example calculation.

KEY WORDS Relay protective devices, electromagnetic relay, digital simu-
lation, transient process.

一、引 言

继电保护装置的数字仿真技术是进行新型保护的研制和计算机辅助设计,以及对已有保
护装置的工况性能与暂态特性进行分析研究的一种新的有效手段。

目前用于仿真分析的方法主要有状态变量法和以友模法为基础的节点法(以下简称友模

本文于1988年6月24日收到

法)。用状态变量法求解以微分方程描述的动态系统, 可将其处理成一组完整而简洁的非线性状态方程, 用它来研究某一具体的比较简单的保护装置是非常有效的〔4〕。但从通用程序实现的角度来看, 由于建立非线性状态方程和输出方程非常困难, 且需要较大的存贮量和计算量, 故不宜采用。

节点法是建立电路方程最简单易行的方法。分析计算非线性动态电网的暂态过程时, 利用其友模网络和稀疏技术, 应用节点法是十分有效的。但目前这种方法仅能用于静态继电器的仿真研究, 且不能满足更高精度仿真的需要〔5〕〔6〕。

本文针对友模法的上述问题, 建立了具有更高精度的用四阶吉尔算法构成动态元件的友模电路, 并提出了电磁继电器数字仿真计算的接口算法。

二、基本电路元件的四阶吉尔法友模

本文选用四阶吉尔算法构成动态元件的友模, 它是一种性能良好的高精度算法, 既简单又便于程序实现。图 1 (b) 是梯形法和梯形法启步的四阶吉尔算法分别用于求解图 1 (a) 所示电路的绝对误差比较。

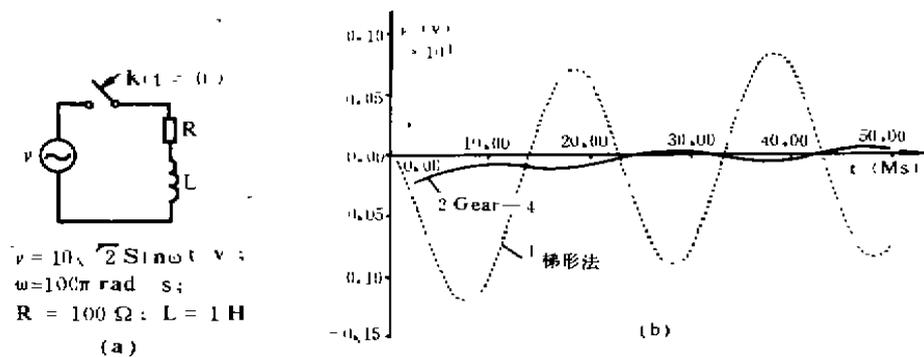


图 1 梯形法与四阶吉尔算法的绝对误差比较

本文采用以牛顿——拉夫逊法为基础的非线性电阻元件的线性化模型, 并根据通用隐式积分公式导出了梯形法与 Gear-4 法的动态元件的友模及其参数。

用数值积分法求解下列微分方程

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), t) \\ x(t_0) &= x_0 \end{aligned} \quad (1)$$

当计算步长为 h 时, 其梯形法积分公式为

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{2} [f(x_{n+1}, t_{n+1}) + f(x_n, t_n)] \quad (2)$$

其 Gear-4 积分公式为

$$x_{n+1} = \frac{48}{25}x_n - \frac{36}{25}x_{n-1} + \frac{16}{25}x_{n-2} - \frac{3}{25}x_{n-3} + \frac{12h}{25}f(x_{n+1}, t_{n+1}) \quad (3)$$

对于非线性方程

$$y = F(x)$$

其牛顿——拉夫逊法的迭代计算公式为

$$y^{m+1} = \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x^m} x^{m+1} + \left(y^m - \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x^m} x^m \right) \quad (4)$$

1 非线性电阻元件

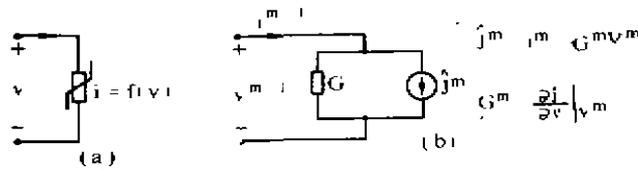


图 2 非线性电阻元件(a)及其线性化模型(b)

2 线性与非线性电容元件及其友模与参数如图 3、图 4 所示。

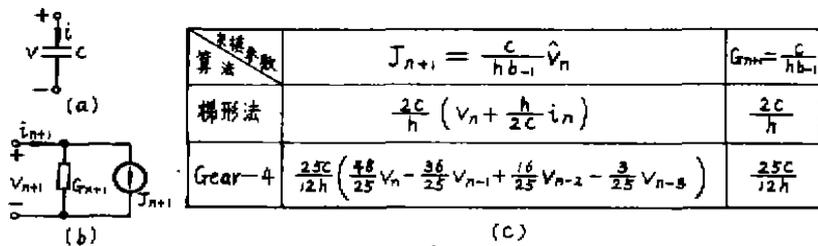


图 3 线性电容(a)及其友模(b)与参数(c)

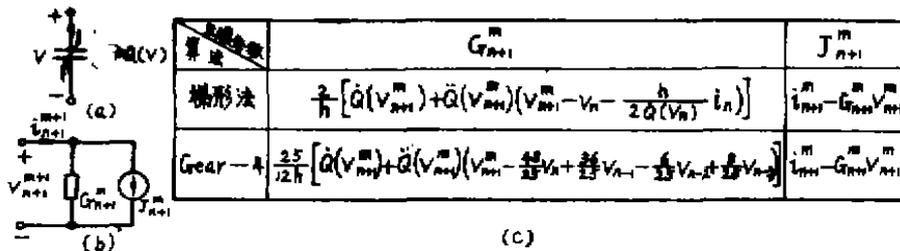


图 4 非线性电容(a)及其友模(b)与参数(c)

3 线性电感与非线性电感元件及其友模与参数，如图 5、图 6 所示。

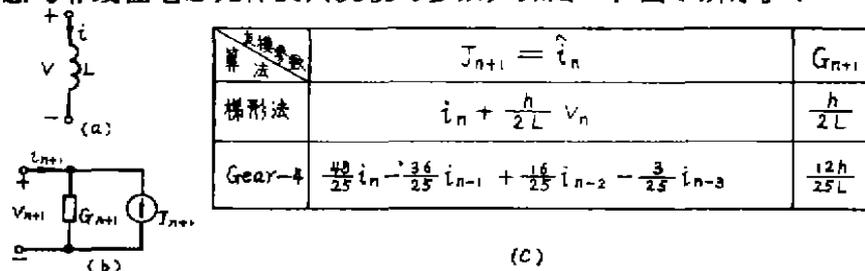


图 5 线性电感(a)及其友模(b)与参数(c)

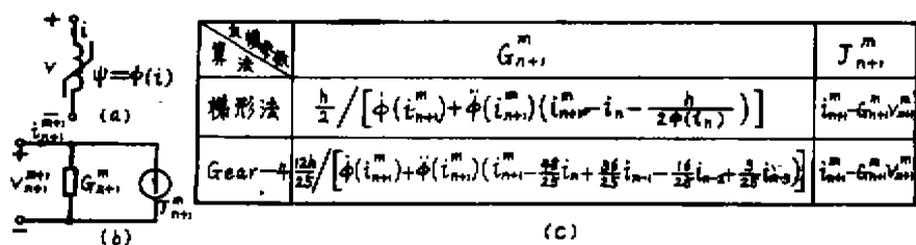


图 6 非线性电感(a)及其友模(b)与参数(c)

4 两个线性耦合线圈的友模

如图 7 (a) 所示的电感线圈之间具有互感 M ，其耦合系数 $K = M/L_1L_2$ 小于 1，其伏安特性方程为

$$v_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$v_2(t) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

(5)

其友模与参数如图 7 (a)、(b) 所示。

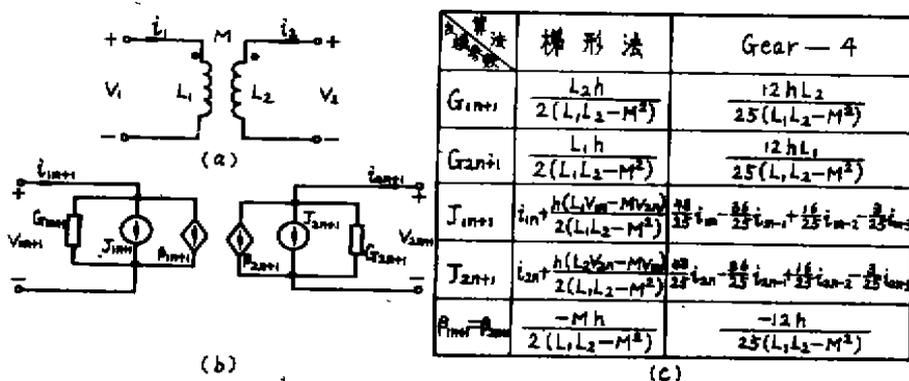


图 7 线性互感耦合线圈(a)及其友模(b)与参数(c)

5 二极管元件

如图 8 (a) 所示二极管，其等效电路与友模如 (b)、(c) 所示。

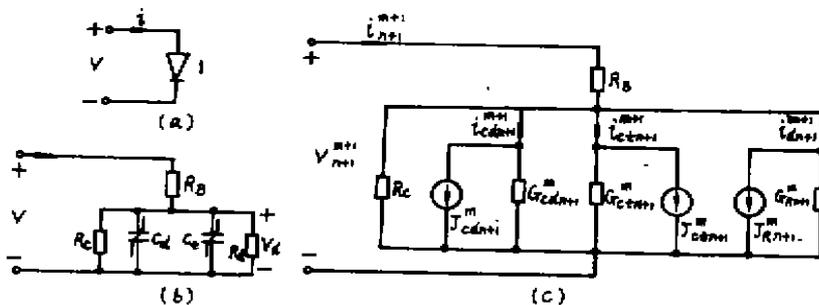


图 8 二极管(a)及其等效电路(b)与友模(c)

图中:

R_B 是半导体体电阻和接触电阻, R_c 是结漏电阻, R_d 是二极管结的非线性电阻。 R_d 的伏安特性为

$$i_d = I_s \left[\exp \left(\frac{qv_d}{MKT} \right) - 1 \right] = I_s \left[\exp \left(\frac{v_d}{\theta} \right) - 1 \right] \quad (6a)$$

R_d 的线性化电路参数为

$$G_{R_{n+1}}^m = \frac{I_s}{\theta} \exp \left(\frac{v_{d_{n+1}}^m}{\theta} \right) \quad (6b)$$

$$J_{R_{n+1}}^m = i_{d_{n+1}}^m - G_{R_{n+1}}^m v_{d_{n+1}}^m \quad (6c)$$

式中 I_s ——二极管饱和电流;
 q ——电子电荷量, 1.6×10^{-19} 库;
 K ——玻耳兹曼常数, 1.38×10^{-23} 焦/开;
 T ——结绝对温度, 开;
 M ——校正系数。

C_i 是耗尽层的非线性渡越电容, 其值为

$$C_i = \frac{D}{(v_2 - v_d)^k}, \quad v_d < v_2 \quad (7a)$$

C_i 的友模参数为

$$G_{C_{i, n+1}}^m = \frac{1}{k b_{-1}} \left[\frac{D}{(v_2 - v_{d_{n+1}}^m)^k} - \frac{D}{(v_2 - v_{d_{n+1}}^m)^{k+1}} \left(v_{d_{n+1}}^m - \hat{v}_{d_n} \right) \right] \quad (7b)$$

$$J_{C_{i, n+1}}^m = i_{C_{i, n+1}}^m - G_{C_{i, n+1}}^m v_{d_{n+1}}^m \quad (7c)$$

式中 D ——比例常数, v_2 ——结接触电位;
 k ——结分级常数, c_d 是非线性扩散电容, 其值为

$$C_d = \frac{q}{2\pi M K T F} (i_d + I_s) = K_d (i_d + I_s) \quad (8a)$$

其中 F 是本征二极管的截止频率, C_d 的友模参数为

$$G_{C_{d, n+1}}^m = \frac{1}{k b_{-1}} \left[K_d I_s \exp \left(\frac{v_{d_{n+1}}^m}{\theta} \right) + \frac{K_d I_s}{\theta} \exp \left(\frac{v_{d_{n+1}}^m}{\theta} \right) \left(v_{d_{n+1}}^m - \hat{v}_{d_n} \right) \right] \quad (8b)$$

$$J_{C_{d, n+1}}^m = i_{C_{d, n+1}}^m - G_{C_{d, n+1}}^m v_{d_{n+1}}^m \quad (8c)$$

类似二极管, 可以建立三极管和其它晶体管元件的友模。

三、电磁继电器的数字仿真模型及其接口算法

电磁继电器的电磁线圈电压平衡方程与机械运动部分的微分方程为

$$v(t) = R_L i(t) + \frac{d\psi}{dt} \tag{9}$$

$$M_T = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + K \frac{d\theta}{dt} + D\theta \tag{10}$$

式中： $v(t)$ 、 $i(t)$ 、 R_L 、 ψ 分别是线圈的电压、电流、电阻和磁通； J 、 θ 、 M_T 分别是运动部分的转动惯量、转角和电磁力矩； K 、 D 分别是摩擦系数和反作用弹簧的单位转矩。

1. 电磁线圈的友模

(1) 单线圈电磁继电器，其等效电路与友模如图 9 所示。图 (a) 的电压方程为

$$v = i R_L + \frac{d\psi}{dt}$$

即
$$v = i R_L + \frac{d(Li)}{dt} = i R_L + L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \tag{11}$$

故得图 9 (a) 的等效电路图 (b) 及其友模图 (c)。

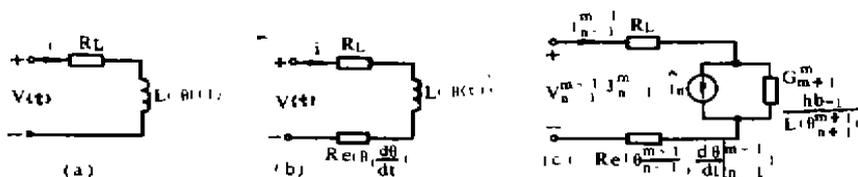


图 9 单线圈电磁继电器线圈 (a) 及其等效电路 (b) 与友模 (c)

(2) 双线圈电磁继电器，其等效电路与友模如图 10 所示。由图 (a) 可得

$$\begin{aligned} v_1(t) &= i_1 R_1 + \frac{d(L_1 i_1)}{dt} + \frac{d(M i_2)}{dt} \\ v_2(t) &= i_2 R_2 + \frac{d(L_2 i_2)}{dt} + \frac{d(M i_1)}{dt} \end{aligned} \tag{12}$$

根据上式得出图 (a) 的等效电路图 (b) 与友模图 (c)，图中：

$$\begin{aligned} G_{1\ n+1}^{m+1} &= \frac{hb_{-1} L_2 (\theta_{n+1}^{m+1})}{\Delta}; & G_{2\ n+1}^{m+1} &= \frac{hb_{-1} L_1 (\theta_{n+1}^{m+1})}{\Delta}; \\ J_{1\ n+1}^m &= \hat{i}_{1n}; & J_{2\ n+1}^m &= \hat{i}_{2n}; \\ G_{3\ n+1}^{m+1} &= \frac{1}{T} \left. \frac{dL_2}{dt} \right|_{\theta_{n+1}^{m+1}, \frac{d\theta_{n+1}^{m+1}}{dt}}; & G_{4\ n+1}^{m+1} &= \frac{1}{T} \left. \frac{dL_1}{dt} \right|_{\theta_{n+1}^{m+1}, \frac{d\theta_{n+1}^{m+1}}{dt}} \end{aligned}$$

$$\beta_{3^{n+1}} = \beta_{4^{n+1}} = \frac{1}{T} \frac{dM}{dt} \left| \theta_{n+1}^{m+1}, \frac{d\theta_{n+1}^{m+1}}{dt} \right.$$

其中: $\Delta = L_1(\theta_{n+1}^{m+1})L_2(\theta_{n+1}^{m+1}) - M^2(\theta_{n+1}^{m+1})$,

$$T = \left[\frac{dL_1}{dt} \cdot \frac{dL_2}{dt} - \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 \right] \left| \theta_{n+1}^{m+1}, \frac{d\theta_{n+1}^{m+1}}{dt} \right.$$

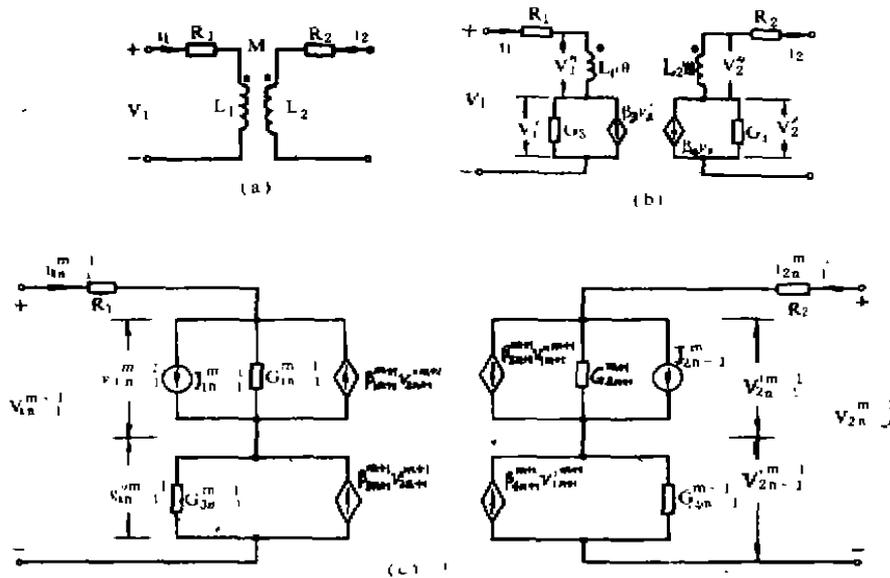


图10 双线圈电磁继电器线圈(a)的等效电路(b)及左模(c)

2. 求解机械运动部分的微分方程

式(10)可改写为

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J}(M_T - M_f) \tag{13a}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{13b}$$

其中机械力矩 $M_f = K\omega + D\theta$

用式(1)和牛顿——拉夫逊公式求解式(13)得

$$\omega_{n+1}^{m+1} = \omega_{n+1}^m - \frac{\omega_{n+1}^m - \hat{\omega}_n - \frac{hb_{-1}}{J} (M_T_{n+1}^m - K\omega_{n+1}^m - D\theta_{n+1}^m)}{1 - \frac{hb_{-1}}{J} \left(\frac{\partial M_T}{\partial \omega} \right) \left| \omega_{n+1}^m, -K - hb_{-1}D \right.} \tag{14a}$$

$$\theta_{n+1}^{m+1} = \hat{\theta}_n + hb_{-1} \omega_{n+1}^{m+1} \tag{14b}$$

友模参数	梯形法	Gear-4
b_{-1}	$\frac{1}{2}$	$\frac{12}{25}$
$\hat{\omega}_n$	$\omega_n + \frac{h}{2J} (M_T - M_f)_n$	$\frac{48}{25} \omega_n - \frac{36}{25} \omega_{n-1} + \frac{16}{25} \omega_{n-2} - \frac{3}{25} \omega_{n-3}$
$\hat{\theta}_n$	$\theta_n + \frac{h}{2} \omega_n$	$\frac{48}{25} \theta_n - \frac{36}{25} \theta_{n-1} + \frac{16}{25} \theta_{n-2} - \frac{3}{25} \theta_{n-3}$

图11 b_{-1} 、 $\hat{\omega}_n$ 及 $\hat{\theta}_n$ 值

3. 接口算法

当构成各基本电路元件和电磁继电器线圈的友模之后，可建立该友模网络的节点方程

$$G_n(D_{n+1}^m, \theta_{n+1}^m, \omega_{n+1}^m) v_{n+1}^m = J_{n+1}^m(D_{n+1}^m) \quad (15)$$

式中 D 是电量，非电量由解式(14)得，其计算步骤为：

- (1) 预报 ω 和 θ 的值，以 $\omega_{n+1}^m = \omega_{n+1}^m$ 、 $\theta_{n+1}^m = \theta_{n+1}^m$ ，则式(15)为线性方程，解得 v_{n+1}^m 和继电器线圈电流 i_f ，则 $M_{n+1}^m = M_f(i_{n+1}^m, \omega_{n+1}^m)$ ；
- (2) 解式(14)得 $\omega_{n+1}^m, \theta_{n+1}^m$ ；
- (3) 判收敛： $\left| \omega_{n+1}^m - \omega_{n+1}^m \right| \leq \epsilon$ ， $\left| \theta_{n+1}^m - \theta_{n+1}^m \right| \leq \epsilon$ ， $\left| v_{n+1}^m - v_{n+1}^m \right| \leq \epsilon$ ；
- (4) 若收敛，则 $\omega_{n+1} = \omega_{n+1}^m$ ， $\theta_{n+1} = \theta_{n+1}^m$ ， $v_{n+1} = v_{n+1}^m$ ，若不收敛，则重复上述过程直至收敛为止。

四、算 例

本文提出的算法程序已成功地嵌入天津大学所编继电保护数字仿真通用程序中，用该程序仿真图12(a)所示继电器动特性的结果如图12(c)、(d)所示。继电器的参数和计算条件为： $R_L = 100\Omega$ ， $R = 10\Omega$ ， $E = 220u(t)$ 伏，衔铁在起始和接点闭合位置的角度分别是 4° 和 2° ， $W = 1000$ 匝， $M_f = -56.3\theta + 5.53$ 牛顿·米， $L = 2\pi\mu_0 W(x_0 - \sqrt{x_1 x_2})/\theta$ ， $M_T = (i\omega)^2 (x_0 - \sqrt{x_1 x_2})/2\theta^2$ 牛顿·米， $h = 0.5ms$ 。

算例表明，接口算法是正确、有效的。还用该程序进行了LZ-21型方向阻抗继电器的计算机仿真分析，其结果经实验和理论分析验证是正确的。

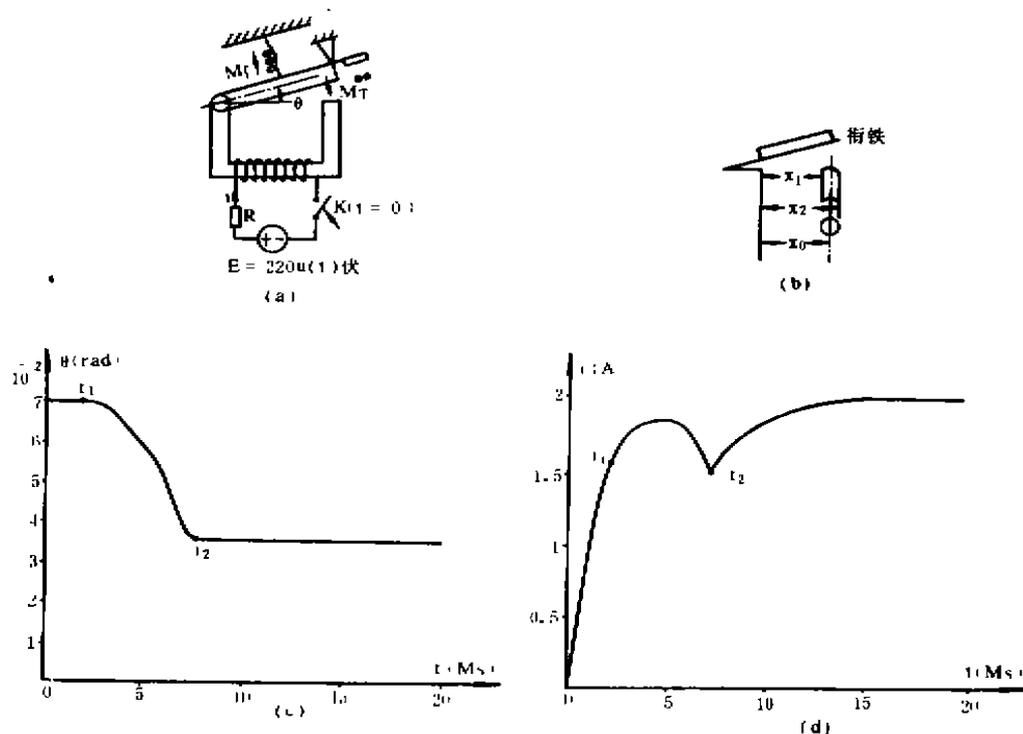


图12 继电器(a)及其动特性(c)、(d)

五、结 论

本文建立的保护用基本电路元件的Gear-4友模及电磁继电器的接口算法,经算例验证是正确的,其精度比单步算法高。本算法可扩展到含复杂电磁系统的继电器暂态特性仿真分析中去。

致 谢

作者对天津大学贺家李教授的热忱支持表示衷心感谢。

参 考 文 献

- [1] 张冠生主编, 电磁铁与自动电磁元件, 北京: 机械工业出版社, 1982年1月
- [2] [苏]H.C.塔耶夫著, 任耀光等译, 电气学(基本理论), 北京: 机械工业出版社, 1981年1月
- [3] [美]蔡少棠等著, 黄安山主译, 电子线路的计算机辅助分析: 算法和计算技术, (上、

下册)，上海机械学院1983年3月

- [4] 李蕊松，静态负序电流增量继电器的计算机仿真。中国电机工程学会第四次继电保护及安全自动装置学会论文集，1986年
- [5] 李春林，电力系统继电保护的数字仿真，天津大学硕士学位论文，1986年
- [6] He Jiali et al., Digital Simulation of Protective Relaying Systems of 500 kv Transmission Lines, 87JC-CN049, 1987年6月