

在三坐标测量机上测量蜗轮齿形误差的方法

THE METHOD OF THE MEASUREMENT OF THE WORMWHEEL PROFILE
ERROR WITH THE THREE-COORDINATE-MEASURE-MACHINE

莫 雨 松

丁 明 亮

徐 进 辉

Mo Yusong

Ding Mingliang

Xu Jinhui

(光电精密仪器系)

(机械工程一系)

摘 要 本文阐述了在三坐标机上测量蜗轮齿形误差的方法。本文首先根据齿轮啮合理论建立蜗轮理论齿形方程式, 编出计算程序算出蜗轮理论齿形, 然后分析计算了测头干涉误差, 最后编出了测量程序并在三坐标机上进行了实测。

关键词 蜗轮; 齿形; 测量方法; 误差; 三坐标测量机; 干涉
中国图书资料分类法分类号 TH124

ABSTRACT In this paper we explain the method of the measurement of the wormwheel profile error with the three coordinate measuring machine. We first establish the wormwheel theoretical tooth profile equation according to the gear engage principle, then write the computing program and calculate the wormwheel theoretical profile, next analyse and calculate the error of the gage head interference. At last, we work out the measuring program and get the wormwheel profile measured with the three-coordinate measuring machine.

KEY WORDS worm wheel; profile; measurement method; errors; three-coordinate measuring machine; interference

蜗杆传动属空间啮合, 蜗轮齿面是复杂的空间曲面。众所周知, 蜗轮齿形误差会影响蜗杆传动的齿面接触精度, 从而影响蜗杆付的工作寿命及工作平稳性, 因此, 在生产中对蜗轮的齿形误差应予控制。

三坐标测量机具有确定空间点的坐标值及进行误差计算的功能, 所以在蜗轮齿形误差专用测量仪器研制成功之前, 利用三坐标机测量蜗轮齿形误差是切实可行的方法。

下面以ZN蜗轮为代表, 阐明在三坐标机上测量蜗轮齿形误差的原理。

本文于1988年12月17日收到。

一、蜗轮理论齿形的计算

在三坐标机上进行蜗轮齿形误差测量时，必须先根据空间啮合原理建立蜗轮齿面方程式，进而推导出测量截面上的齿形方程式，并按此计算出齿形各点的坐标值。

根据齿轮啮合原理推导出啮合方程式如下，详细推导过程及参数说明见文献〔2〕。

$$\begin{aligned} \vec{V}_1 \cdot \vec{N}' &= U^2 \cdot \cos \alpha + U \cdot [-R \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1) + P \cdot \sin \alpha \cdot \cos \theta - P \cdot \sin \alpha \cdot \cos \theta \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1)] \\ &\quad - \frac{\cos^2 \alpha}{\cos(\theta + \phi_1)} \left(\frac{P}{I_{21}} - A \right) - P \cdot \theta \cdot (P \cdot \cos \alpha + R \cdot \sin \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

蜗轮齿面方程：

$$\begin{aligned} &U^2 \cdot \cos \alpha + U \cdot [-R \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1) \pm P \cdot \theta \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ &\quad \mp P \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1) - \cos^2 \alpha / \cos(\theta + \phi_1) \cdot (P / I_{21} - A)] \\ &\quad - P \cdot \theta \cdot (P \cdot \cos \alpha \pm R \cdot \sin \alpha) \cdot \operatorname{tg}(\theta + \phi_1) = 0 \\ X_1 &= U \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - R \cdot \sin \theta \\ Y_1 &= U \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - R \cdot \cos \theta \\ Z_1 &= +U \cdot \sin \alpha + P \cdot \theta \\ X_2 &= \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \cdot X_1 - \sin \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \cdot Y_1 - \sin \phi_2 \cdot Z_1 \\ &\quad + A \cdot \cos \phi_2 \\ Y_2 &= -\cos \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot X_1 + \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot Y_1 - \cos \phi_2 \cdot Z_1 \\ &\quad - A \cdot \sin \phi_2 \\ Z_2 &= \sin \phi_1 \cdot X_1 + \cos \phi_1 \cdot Y_1 \end{aligned} \quad (2)$$

现定义蜗轮中间平面为 $-R(z_2 = -R)$ 的截面为 ZN 蜗轮的测量截面，该截面齿形方程式如下：

$$\begin{aligned} Z_2 &= U \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\theta + \phi_1) + R \cdot \cos(\theta + \phi_1) = R \\ \theta + \phi_1 &= 180^\circ \\ \phi_2 &= I_{21} \cdot \phi_1 \\ \theta &= [\pm (A/P - 1/I_{21}) \cdot \cos \alpha \mp U/P] / \sin \alpha \\ X_1 &= U \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - R \cdot \sin \theta \\ Y_1 &= U \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta + R \cdot \cos \theta \\ Z_1 &= \pm U \cdot \sin \alpha + P \cdot \theta \\ X_2 &= \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \cdot X_1 - \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot Y_1 - \sin \phi_2 \cdot Z_1 \\ &\quad + A \cdot \cos \phi_2 \\ Y_2 &= -\cos \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot X_1 + \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \cdot Y_1 - \cos \phi_2 \cdot Z_1 \\ &\quad + A \cdot \sin \phi_2 \end{aligned} \quad (3)$$

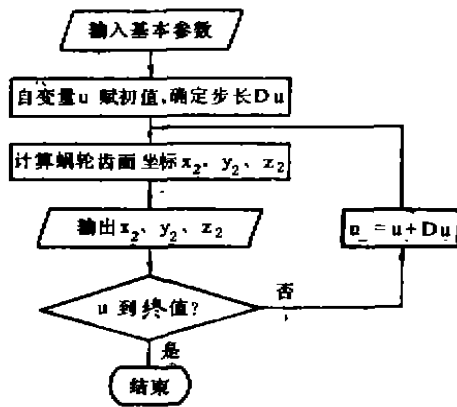


图1 蜗轮齿面计算框图

二、测头干涉误差的分析

在进行蜗轮齿形误差测量时，总是把球形测头球心固定在一个平面上（例如 $Z_2 = -R$ 的平面上），这个平面称为测量平面。测量时，令测头与蜗轮齿面接触，并沿着被测齿形连续移动，以测出蜗轮某截面上齿形各点的实际坐标值。若测头与齿形接触点不在该测量平面内，便会产生测头干涉误差。

下面讨论测头干涉误差

因为球形测头与齿面接触点的公法线必须通过测头球心，所以要保证接触点始终在测量平面内，则测头与齿面接触点的法矢必须在测量平面内。

在测量截面内 ($z_2 = -R$)，蜗轮齿面法矢三分量 [1] 如下：

$$\begin{aligned} \vec{N} \mathbf{I} &= N_{x_2} \vec{i}_2 + N_{y_2} \vec{j}_2 + N_{z_2} \vec{k}_2 \\ N_{x_2} &= U \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \cos \phi_2 - U \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \phi_2 \\ N_{y_2} &= -U \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \phi_2 - U \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos \phi_2 \\ N_{z_2} &= P \cdot \cos \alpha + R \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

可见对于ZN蜗轮， $N_{z_2} \neq 0$ ，因此，当球测头在 $Z_2 = -R$ 平面内沿齿面移动时，测头与齿面的接触点并不在该平面内，这样就导致产生测头干涉误差，如图2所示。

下面讨论测头干涉误差的计算

ZN蜗杆、蜗轮啮合方程式(1)中，对已知蜗杆副，式中 R 、 P 、 α_1 、 i_{21} 、 A 等均为定值，故该式可写成

$$\theta = \theta(U, (\theta + \phi_1)) \quad (5)$$

可将 $\theta + \phi_1$ 看成一个变量，与变量 U 一起可确定 θ ，然后再确定 ϕ_1 。

如图2所示，测头与蜗轮齿面的接触点 M 的径矢为 \vec{R}_2 ，齿面在 M 点的法矢为 $\vec{N} \mathbf{I}$ ，单位法矢为 \vec{N}_0 ， ρ 为球测头的半径。

由(4)式可得单位法矢 \vec{N}_0 为：

$$\vec{N}_0 = \begin{pmatrix} N_{x_2} \\ N_{y_2} \\ N_{z_2} \end{pmatrix} = \frac{N_{x_2} \vec{i}_2 + N_{y_2} \vec{j}_2 + N_{z_2} \vec{k}_2}{\sqrt{N_{x_2}^2 + N_{y_2}^2 + N_{z_2}^2}}$$

若令径矢 \vec{G} 为：

$$\vec{G} = \vec{R}_2 + \rho \cdot \vec{N}_0$$

$$\left. \begin{aligned} G_x &= X_2 + \rho * N_{x0} \\ G_y &= Y_2 + \rho * N_{y0} \\ G_z &= Z_2 + \rho * N_{z0} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

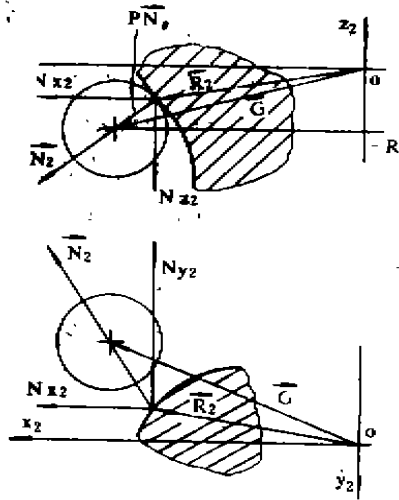


图 2 测头干涉误差示意图

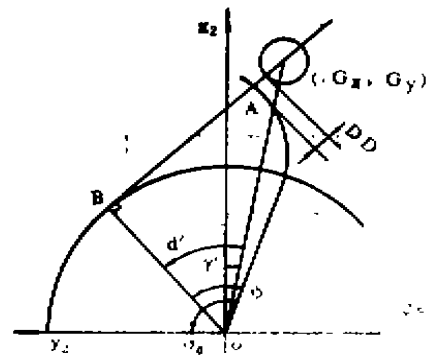


图 3 用渐开线原理分析测头干涉误差

\vec{G} 的端点就是测头球心的位置。

由前面分析可知，当 $\theta + \phi_1 = \pi$ 时， \vec{R}_2 的端点 M 在 $Z_2 = -R$ 平面内，而 ZN 蜗轮齿面的法矢的第三分量 N_{z0} 不为零，所以

$$G_z = Z_2 + \rho * N_{z0} \approx -R \quad (7)$$

即 \vec{G} 的端点不在 $Z_2 = -R$ 平面内。为了使 \vec{G} 的端点正好落在 $Z_2 = -R$ 平面内，我们让 $\theta + \phi_1$ 在 π 值附近变动，以 $G_z = -R$ 为目标函数，用迭代法解出 $\vec{G}(G_x, G_y, G_z)$ 。

由理论分析[1]知，在 $Z_2 = -R$ 截面内， ZN 蜗轮齿形曲线是基圆半径 $R_b = R_2 * \cos \alpha$ 的渐开线。

由图3可知 (G_x, G_y) 点在渐开线外，可以通过它作基圆的切线 BA ，得到切线 BA 与渐开线的交点 A 。由图3知

$$(\sigma_0 - \phi) + (\alpha' - \gamma') = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

其中 $\overline{OB} = R_b = R_2 * \cos \alpha$

$$\cos \alpha' = \frac{R_2 * \cos \alpha}{\sqrt{G_x^2 + G_y^2}} \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \gamma' = \left| \frac{G_y}{G_x} \right|$$

已知[1] $\sigma_0 = \pi * \left(\frac{1}{2} + I_{21} \right) - \alpha + \frac{A}{R_2} \operatorname{tg} \alpha$

所以 $\phi = \sigma_0 + \alpha' - \gamma' - \frac{\pi}{2}$

$$\begin{aligned} \overline{BA} &= d * Rb = r_2' * P_2 * \cos \alpha \\ DD &= \overline{OB} \cdot \operatorname{tg} \alpha' - \overline{BA} - \rho \\ &= R_2 * \cos \alpha * (\operatorname{tg} \alpha' - \phi) - \rho \end{aligned} \quad (10)$$

DD就是蜗轮齿形各点上的测头干涉误差。

三、在三坐标测量机上测量蜗轮齿形误差的方法

(一) 建立工件坐标系

用三坐标测量机测量齿形误差时，能否保证测量精度的关键在于实际测量中所建立的工件坐标系与计算理论齿形时所建立的坐标系是否一致。若不一致，便会带来很大的测量误差，甚至完全歪曲测量结果。

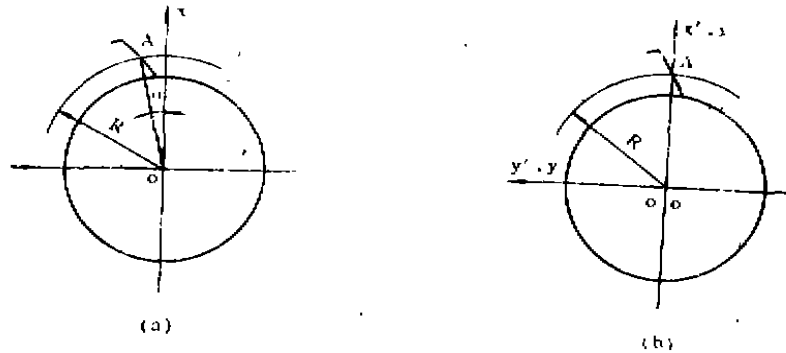


图5 工件坐标系的建立

前面推导蜗轮理论齿形方程时，坐标系的原点建立在蜗轮中心O点（图5a）。若再将理论坐标系XOY旋转 α 角，使X轴与理论齿形相交于极径为R的A点，如图5b所示，这时的坐标系X'OY'称为标准坐标系，在该坐标系上的理论齿形坐标值称为标准数据。若测量时也使工件坐标系X'OY'以蜗轮中心为原点，X'轴通过齿体上距中心为R的A点，则工件坐标系就与标准坐标系完全重合。所以在测量时，应用三坐标机所具有的功能，按下列步骤建立工件坐标系：

1. 用三点定心法将原点建立在蜗轮中心；
2. 连续测量被测齿形，经计算机处理，打印出经过测头半径补偿后的齿形轮廓坐标值；

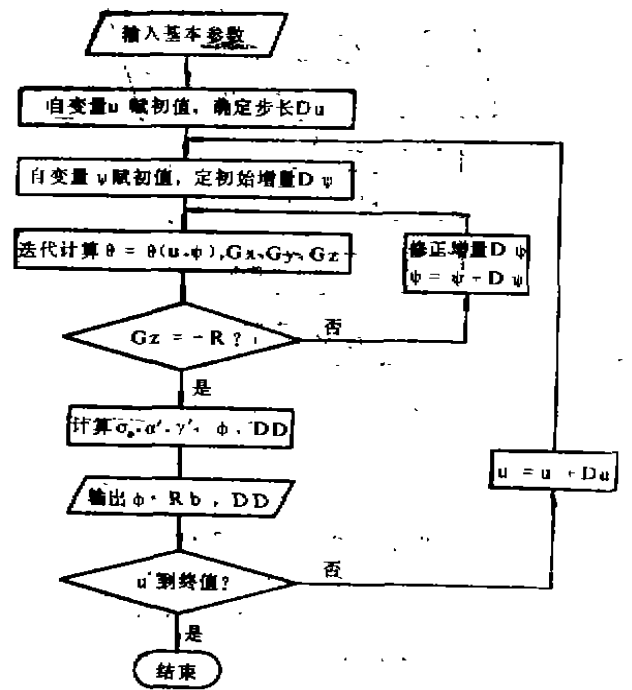


图4 测头干涉误差计算框图

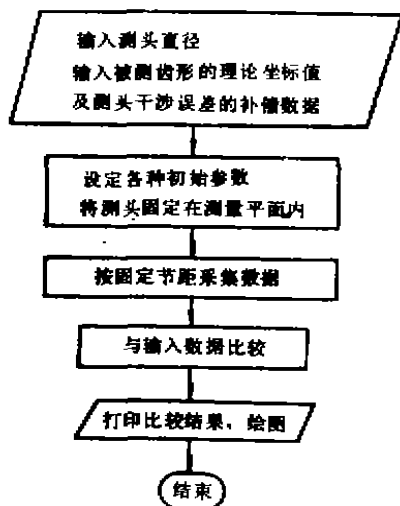


图6 三坐标测量机
测蜗轮过程框图

$Z_1=2$, 法向齿形角 $\alpha_n=15^\circ$, 分度圆直径 $D_1=70\text{mm}$ 。

由前面程序算出, 导圆柱直径 $R=0.66\text{mm}$, 蜗轮分度圆半径 $R_2=43.75\text{mm}$, 基圆半径 $R_b=42.274\text{mm}$, 采用的球形测头直径为 2mm 。测量截面为 $Z_2 = \frac{B}{2} - R = 12.34\text{mm}$

测量结果如下表所示,

表1 法向比较结果(单位=mm)

№	$X-NOM$	$Y-NOM$	$X-ACT$	$Y-ACT$	$DEV(\mu\text{m})$
1	42.498	-0.242	42.500	-0.246	5
2	43.000	-0.170	43.000	-0.173	3
3	43.500	-0.063	43.502	-0.070	7
4	44.001	0.070	44.001	0.070	0
5	44.502	0.227	44.502	0.226	1
6	45.003	0.405	45.005	0.400	5
7	45.504	0.603	45.504	0.604	-1
8	46.006	0.819	46.006	0.819	1
9	46.507	1.055	46.508	1.054	1
10	47.009	1.308	47.006	1.313	-6

齿形误差为 $7 - (-6) = 23\mu\text{m}$

参 考 文 献

- [1] 丁明亮, 蜗轮齿形测量方法的研究, 重庆大学硕士学位论文, 1985, 1
- [2] 莫雨松, 蜗轮理论齿形的计算, 全国互换性与测量技术学术讨论会论文, 1984, 11

3. 从打印出的轮廓极坐标值中, 找出极径为 R 处的极角 θ , 将工件坐标系旋转 θ 角, 即得到 X' 轴通过 A 点, 使测量时的工件坐标系与标准坐标系一致。

若未能在极径 R 处采集到数据, 此时可利用计算软件所提供的定节距计算程序算出极径为 R 处的极角 θ , 再进行坐标系旋转。

(二) 测量步骤

我们在日本生产的 F604 型三坐标机上进行测量。我们根据该机所提供的软件, 给出整个测量过程框图如图 6。

(三) 测量实例

我们对一 ZN 型蜗轮齿形进行了测量, 其参数为 $Z_2=25$, 齿宽 $B=26\text{mm}$, 精度为 7 级, 其齿形公差为 $12.375\mu\text{m}$ 。蜗杆头数