

多点激励模态分析技术的形式和内容

THE FORM AND CONTENT OF MULTI-EXCITATION MODAL ANALYSIS TECHNIQUES

雷继尧 张云江 李永健

Lei Ji Yao Zhang Yun Jiang Li Yong Jian

(测试中心)

摘要 本文以多点激励下模态分析技术的理论和应用为主题,以作者对这一新兴技术概念的理解和实践为基础,通过对多点激励技术概念和方法的历史回顾和归纳,比较全面地对该技术中的各种具有代表性方法的实际作用和地位进行了评述。文章把多点激励技术看成一个整体,综合论述了影响其模态分析精度的各种内在因素,并提出了提高参数识别精度的相应方法。

关键词 模态分析, 多点激励, 曲线拟合, 参数识别。

中国图书资料分类法分类号 TB 534.2, O 329

ABSTRACT The uses and positions of MET are discussed with the substance of the theories and applications of Multi-Excitation Modal Analysis Techniques, by means of reviewing the development of the technique and generalizing its concept. The concrete practice and understanding from the author about the new technique are reflected, and MET and identificant algorithms are regarded as a whole that can't be separated. In the light of the view point, many factors that cause errors are presented. Finally, corresponding methods improving the precision of the parameter identifier are put forward.

KEY WORDS modal analysis, multi-excitation, curve-fitting, parameter-identification

多点激励技术(Multi-Excitation Technique, 简称MET,下同)的最初形式是在激励技术的方法上与单点激励分道扬镳的。早在七十年代初中期当时的单点激励技术正走向成熟,Knauer在识别通讯卫星的模态参数中运用了多点正弦激励工艺(1),法国普鲁台拉公司也推出了运用类似方法进行模态分析的产品。不过在算法上它们与单点激励并无区别,业已被单

收文日期 1987-08-04

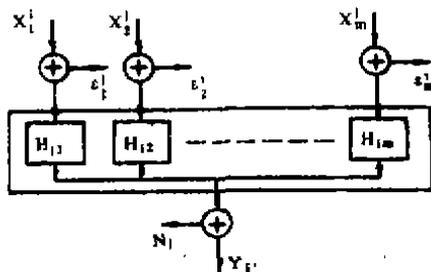
点激励技术证明了的激励点和拾振点的互易性保证了这种方法不但有增加识别信息量的优点,而且从内部机制来说,已初步把多点激励技术在激励工艺上的优越性表现了出来。

1 频响函数的识别

一九八〇年美国辛辛那提工业大学的Allemang运用基于输出端相干噪声模型的多点不相干噪声输出(频响函数,下同)的最佳估计—H₁估计器进行了两点不相干激励模态分析实验,并将这一结果推广到多点激励下的情况,但MET在算法上,在模态分析技术中成为一个比较成熟和独立的分支是以八二年美国结构动力学研究公司的Vold等学者公布了他们研究的多参考复指数(PRCE)算法(2),并在实际应用中获得承认为标志的,从此, MET不但在激励工艺上,而且更重要的是在估计方法和模态参数识别算法上,比较彻底地区别于单点技术,在这以前,建立在多输入不相干激励FRF估计基础上的模态参数识别方法是与单点激励技术中的正弦扫频识别法或以单列FRF分别进行机械阻抗的曲线拟合识别方式相同的,传统的MET只是从概率统计的角度进行多重分析,实际上是单点激励技术的简单延拓,Vold的贡献主要是在算法上摆脱了单点激励技术的模式,用FRF的若干列同时处理直接求出模态参数。事实上,利用曲线拟合法是无法识别重根下的模态参数的,而PRCE法则解决了这一问题。

继H₁估计器提出后, Rocklin、Crowley和Vold等在八五年提出了同时考虑不相关输入、输出噪声的H_v估计器(3);八五年H_s估计器又为Alfred和Vold所公布(4),使FRF估计的精度大为提高;Wearer在八四年提出了全相干激励的FRF估计算法(5),这一切都为多点激励技术的实际运用开辟了广阔的前景。

讨论一个多输入系统模型,如图所示,其中,



多输入系统模型示意图

Xⁱ为激励信号

Y_i为响应信号

n_j、eⁱ为输出、输入不相关噪声

在模态分析中,运用H₁估计器进行FRF估计是比较普遍的,因为引起误差的随机噪声主要来自输出端,而输入噪声相对地很小。但在共振频率附近由于激振器反射阻抗的影响,响应与激励之间的相关性不好,输入噪声相对突出。H_v和H_s估计器考虑输入和输出噪声的影响,利用H_v估计器可以构成如下的矩阵方程。

$$\begin{pmatrix} G_{x_1 x_1}^i & G_{x_1 x_2}^i & \dots & G_{x_1 x_m}^i & G_{x_1 y_1}^i \\ & G_{x_2 x_2}^i & \dots & G_{x_2 x_m}^i & G_{x_2 y_1}^i \\ & & \dots & G_{x_m x_m}^i & G_{x_m y_1}^i \\ H & & & G_{y_1 y_1}^i & 1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} -H_{i1} & -H_{i1} \\ -H_{i2} & -H_{i2} \\ \vdots & \vdots \\ -H_{im} & -H_{im} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中式(1)中的 H 为厄米特阵(Hermitian)符号,对于 H 阵 A ,有如下的等式成立:

$$A^T = A$$

其中:上标“ T ”为取反转操作符号;

上标“ $*$ ”为进行共轭运算操作。

$$i = 1, 2, \dots, P \quad (P \text{ 为拾振点数})$$

$$\lambda = G_{11} + G_{22} + G_{33} + \dots + G_{nn}$$

式(1)实为一特征问题方程,其 FRF 的最优估计就是最小特征值 λ 所对应的特征向量。

从数学意义上讲,特征值和特征向量代表某些应用于数据的最小均方变换。响应实际是由两部分构成的。第一部分是原始变量的规范化线性组合,它构成了方差的最大部分;第二部分与第一部分不相关,是构成剩余方差(噪声谱)的最大成份。对厄米特阵来说,特征值正是经特征向量对输入分量进行线性组合所构成输出的主要分量的剩余不相关成分。

2 模态参数的识别

MET 的算法从整体上来说是由前半部分的 FRF 估计以及后半部分的模态参数识别技术组成的。近几年来,对这一技术的研究发展迅速,继 $PRCE$ 法之后,八四年 $Leuridan$ 和 $Yold$ 又提出了时域直接参数识别法(DPI)(6);其后,美国 $NASA Langley$ 研究中心提出了时域特征系统实现法(ERA)(7),这一算法在“Galileo”航天器和“挑战者”号航天飞机上进行实际应用获得了良好的结果;八五年底,南京航空学院张令弥教授提出了改进的频域特征系统实现算法(8)。用这种算法比较成功地识别了重根模态;八六年 $Rolph$ 和 $Hunt$ 提出了用 MRT (Move Response on Trace)算法求模态参数的方法(9)。这种算法把响应方程转变成为求最小值表述的形式,而这个最小值又构成一个特征方程的特征值,对特征问题方程的求解就可以得到所需要的模态参数。

总的说来, MET 参数识别算法大多以系统特征阵构成由状态方程导出的特征方程,借助模态向量和特征值、系统矩阵的固有联系求出模态参数。不同算法的区别仅在于由系统状态方程进行变换导出特征方程的途径,以及对特征方程的求解方法。这里以改进频域特征系统实现算法为例,讨论模态参数识别算法的一般性。

设:

- $\dot{H}(j\omega)$ 为 $n \times l$ 维的 FRF 阵($H(j\omega)$)的速度阵
- $\phi(j\omega)$ 为模态向量阵, n 为分析模态数
- λ 为特征值阵,是 $n \times n$ 对角阵
- Γ 为 $n \times l$ 维的模态系数因子阵
- A 为 $m \times m$ 维的系统矩阵

对粘性阻尼线性振动系统,其输入输出的时域状态方程可表述如下:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = e^{At} x(0) \\ y(t) = c x(t) \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)进行适当地变形可得:

$$H(s) = \phi e^{At} \quad (3)$$

$$\dot{H}(t) = \phi \lambda e^{-\lambda t} \Gamma \quad (4)$$

对式(3)、(4)进行付氏变换得:

$$H(j\omega) = \phi(j\omega I - \lambda)^{-1} \Gamma \quad (5)$$

$$\dot{H}(j\omega) = \phi \lambda (j\omega I - \lambda)^{-1} \Gamma \quad (6)$$

上两式可构成下述的矩阵方程

$$\begin{bmatrix} H(j\omega) \\ \dot{H}(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \lambda \end{bmatrix} (j\omega I - \lambda)^{-1} \Gamma \quad (7)$$

式(7)两边同左乘以矩阵 $(-A \quad I)$:

$$\dot{H}(j\omega) - AH(j\omega) = (-A \quad I) \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \lambda \end{bmatrix} (j\omega I - \lambda)^{-1} \Gamma \quad (8)$$

由于

$$(-A \quad I) \begin{bmatrix} \phi \\ \phi \lambda \end{bmatrix} = -A\phi + \phi\lambda = 0 \quad (9)$$

故式(8)可写成如下的形式:

$$\dot{H}(j\omega) = AH(j\omega) \quad (10)$$

由式(9)可求得系统矩阵 A , 再将 A 代入式(10)可求出特征值阵以及与之对应的特征向量, 即模态向量; 各阶的模态频率和模态阻尼则可从下式中得到:

$$\omega_r = \sqrt{\operatorname{Re}(\lambda_r)^2 + \operatorname{Im}(\lambda_r)^2} \quad (11)$$

$$\zeta_r = \operatorname{Re}(\lambda_r) / \omega_r \quad (12)$$

目前随着DDS技术的发展以及相关技术的运用使得模态参数识别的时域方法得到了较快的发展。存在于时域识别法的主要问题有, 确定实际模型的阶数时人为参与过多; 对克服非线性和随机噪声方面显得办法不多; 此外, 时域法所沿用的冲击响应函数大多是由频响函数进行付氏反变换得到的, 这将引入相当的误差。

3 MET的工艺技术

MET的不断完善与成熟, 其特点不仅仅是在算法上独树一帜、自成一体, 而且在实际运用中可以得到比单点激励更为精确的结果。特别是对于大型复杂工件以及大阻尼结构、对于存在重根模态的结构, MET更能够显示它的优越性。

多点激励技术在工艺上并不主要以输入能量多而见长。其主要优点在能使能量分布均匀化、合理化, 可以使被测结构处于较稳定的振动状态。因此, 控制激振器的输入能量是MET工艺技术的重要环节。MET工艺技术与模态分析的精度关系极大, 而激励工艺具体体现在激励信号的选择、激励点位置的选择安排以及激振器数目的确定等方面。这里仅对激励信号与MET分析精度之间的关系做一番定性的比较。

激励信号对分析精度的影响体现在工艺技术上为输入能量的大小, 体现在算法上则比较复杂; 除加窗造成的功率泄漏外, 还与平均方式等有关。这实际上也体现了MET技术做为一个整体, 各个环节之间的相互影响和制约。

目前能够用于多点激励的信号大致有下述四种：正弦扫频信号、连续随机信号、周期随机信号、瞬态随机信号。瞬态随机激励结合了瞬态激励和连续随机激励的长处，是八十年代发展起来的新的激励方法。这一技术的应用使频域分析中的功率泄漏问题得到解决，同时又可以使多点激励发挥能量分布均匀的优势。随着识别算法的不断改进，测试仪器的精度不断提高，功率泄漏问题引起的误差逐渐地突出起来。正弦扫频激励由于比较有效地消除泄漏问题，故它又重新引起许多学者的兴趣。相比之下，周期连续随机激励比连续随机激励的精度高。但前者激励的力谱的平稳性和频率分布特性比后者差些，故在用时域法识别参数时，运用后者激励方式或许更好一些。^[11]

根据实验结果，如果用多参考复指数算法估计模态参数，用 H_1 估计器求 FRF ，则不同激励信号获得的结果精度按由高到低的排列秩序：瞬态随机激励、正弦扫频激励、连续随机激励。

4 结束语

MET 是以提高模态分析计算精度为宗旨的， MET 的发展同时也是模态分析技术向解决工程实际问题迈进。模态精度除上述几种影响因素外，平均算法和平均次数也会不同程度地影响模态阻尼，不可避免的采样延时也将影响估计精度。此外，在结构阻尼和非线性等方面尚有许多问题有待研究，对最佳激励点数的研究还是一个空白。这一切都说明 MET 的发展尚有一段漫长的路程。

参 考 文 献

- (1) Knauer C D, Peterson A J. Space Vehicle Experimental Model Identification Using Transfer Functions Techniques, ASE paper, 751069
- (2) Vold, H., J.R. Kumdrat and G. Kieklin. A Multi-Input Modal Estimation Algorithm for Mini-Computers. SAE paper, 820194
- (3) Rocklin T Crowley J and Vold H. A Comparison of H_1 , H_2 , and H_2 Frequency Response Functions. Proc of 3rd IMAC, 1985, 272-278
- (4) Alfred L W and Vold H. The H_1 Response Frequency Function Estimation. Proc. of 4th IMAC, 1986, 897-899
- (5) Wearon H J. Multiple shaker Excitation Using coherent Signals. Proc. of 3rd IMAC, 1985, 117-123
- (6) Leuridan J and Vold H. A Time Domain Linear Modal Estimation Technique for Global Modal Parameter Identification. Proc. of 2nd IMAC, 1984, pp.443-451
- (7) Juang J-N, Pappa R. An Eigensystem Realization Algorithm for Modal Parameter Identification Modal Reduction. NASA/IFI Workshop on Identification and Control of Flexible Space Structures, 1984
- (8) Zhang LinMa. Advances in Modal Analysis Using Frequency Domain Minimum Realization System Identification Method.

- J. of NanJing Aeronautical Institute, 1985/1986, 3(1): 79-91
- (9) Brillhart B, Hunt D L. Computation of Total Response Modal Shape Using Tuned Frequency Response Functions. Proc. of 4th IMAC, 1986, 1228-1236
- (10) Leuridan J, Deris D, Vander H, and Lembregts T. A Comparison of some Frequency Response Function Measurement Techniques. Proc. of the 4th IMAC, 1986, 908-918